



# Diagnostic, reconstruction et identification des défauts capteurs et actionneurs : application aux station d'épurations des eaux usées

Salowa Methnani

## ► To cite this version:

Salowa Methnani. Diagnostic, reconstruction et identification des défauts capteurs et actionneurs : application aux station d'épurations des eaux usées. Autre. Université de Toulon; École nationale d'ingénieurs de Sfax (Tunisie), 2012. Français. NNT : 2012TOUL0016 . tel-00843868

**HAL Id: tel-00843868**

**<https://theses.hal.science/tel-00843868>**

Submitted on 12 Jul 2013

**HAL** is a multi-disciplinary open access archive for the deposit and dissemination of scientific research documents, whether they are published or not. The documents may come from teaching and research institutions in France or abroad, or from public or private research centers.

L'archive ouverte pluridisciplinaire **HAL**, est destinée au dépôt et à la diffusion de documents scientifiques de niveau recherche, publiés ou non, émanant des établissements d'enseignement et de recherche français ou étrangers, des laboratoires publics ou privés.

**ÉCOLE DOCTORALE MATHÉMATIQUES ET INFORMATIQUE**  
**[ÉQUIPE ESTIMATION-COMMANDE-DIAGNOSTIC (ESCODI)]**

**THÈSE** présentée par :

**SALOWA METHNANI**

soutenue le : 17 Décembre 2012

pour obtenir le grade de Docteur en (Génie électrique)

Spécialité : Génie Électrique

**Diagnostic, reconstruction et identification  
des défauts capteurs et actionneurs : appli-  
cation aux station d'épurations des eaux  
usées**

**JURY :**

M. Boutaieb DAHHOU (Professeur)	Rapporteur
M. Kamel ABDERRAHIM (Maître de conférences)	Rapporteur
M. Eric BUSVELLE (Professeur)	Examineur
M. Mohamed CHTOUROU (Professeur)	Examineur
M. Ahmed TOUMI (Professeur)	Encadreur
M. Frédéric LAFONT (Maître de conférences - Habilitation à diriger des recherches)	Encadreur
M. Jean Paul GAUTHIER (Professeur)	Encadreur
M. Tarak DAMAK (Professeur)	Encadreur



# THESE

*Présentée à*

L'École Nationale d'Ingénieurs de Sfax

En vue de l'obtention du

## DOCTORAT

Dans la discipline **Génie Électrique**

*Par*

**Salowa METHNANI**

Mastère - Commande Automatique et Informatique Industrielle

---

## Diagnostic, reconstruction et identification des défauts capteurs et actionneurs : application aux station d'épurations des eaux usées

---

*Soutenu en 17 Décembre 2012, devant le jury composé de :*

<b>M. Boutaieb DAHHOU</b> (Professeur)	Rapporteur
<b>M. Kamel ABDERRAHIM</b> (Maître de conférences)	Rapporteur
<b>M. Eric BUSVELLE</b> (Professeur)	Examineur
<b>M. Mohamed CHTOUROU</b> (Professeur)	Examineur
<b>M. Ahmed TOUMI</b> (Professeur)	Encadreur
<b>M. Frédéric LAFONT</b> (Maître de conférences - Habilitation à diriger des recherches)	Encadreur
<b>M. Jean Paul GAUTHIER</b> (Professeur)	Encadreur
<b>M. Tarak DAMAK</b> (Professeur)	Encadreur



*Je dédie ce travail à l'âme de mon père,  
à toute ma famille et mes amis.*

# Remerciements

Ce travail a été réalisé en cotutelle aux seins de Laboratoire LSIS de l'Université du Sud Toulon-Var et L'unité UCPI de l'école Nationale d'Ingénieurs de Sfax. Je remercie les membres du L'équipe UCPI pour l'amitié qu'ils m'ont témoignée tout au long de ces années de thèse. Mes remerciements s'adressent également aux membres de l'Equipe-Estimation-Commande-Diagnostic (ESCODI) pour leur accueil et leur soutien.

Je tiens à exprimer ma profonde gratitude et ma sincère reconnaissance aux quatre personnes qui m'ont encadré durant ces années de thèse.

Je remercie Monsieur le Professeur Toumi Ahmed de m'avoir donné l'opportunité d'effectuer une thèse dans le cadre d'une Cotutelle. Merci pour votre gentillesse et votre modestie inégalées.

Je tiens à exprimer ma reconnaissance au Professeur Gauthier Jean-paul en tant que directeur de thèse pour m'avoir accueilli au sein de son équipe, pour son soutien scientifique ainsi que la confiance qu'il m'a témoignée tout au long de ce travail de recherche.

Je remercie chaleureusement mon codirecteur de thèse Lafont Frédéric maitre de conférences à l'Université du Sud Toulon Var pour ses précieux conseils, son aide inestimable et son optimisme contagieux. Je le remercie pour m'avoir fait partagé ses nombreuses connaissances et qui m'a souvent donné le courage d'avancer dans mes recherches, notamment en me remotivant lorsque j'en éprouvais le besoin et sans qui cette thèse n'aurait jamais pu être menée à bien.

Mes vifs remerciements s'adressent à Monsieur le professeur Damak Tarak pour les discussions fructueuses que j'ai eu avec lui et son aide précieuse à la rédaction de ce manuscrit de thèse.

Mes sincères remerciements à Monsieur Dahhou Boutaieb Professeur à l'Université Paul Sabatier, et Monsieur Abderrahim Kamel Maitre de conférences à l'Ecole Nationale d'ingénieurs de Gabes, d'avoir pris le temps de juger ce travail et de m'avoir fait l'honneur d'être rapporteurs de ma thèse.

Je tiens également à remercier Monsieur Chtourou Mohamed Professeur à l'Ecole Nationale d'ingénieurs de Sfax ainsi que Monsieur Busvelle Eric Professeur à l'Université d'Auxerre pour avoir accepté d'examiner ce travail et de faire partie de ce jury.

# Abstract

**Keywords:** FDII, high-gain observers, fault reconstruction, observers with unknown inputs, bank of observers, extended Kalman filter, adaptive high-gain observers, high-gain extended Kalman filter, Wastewater treatment plants.

The increasing shortage of water in the world caused by the steady growth of the population and by the industrial and economical development raises serious concerns about the need for appropriate waste water treatment plants.

However, despite all the importance gained to wastewater treatment plants (WWTPs), during the last decades, many existing WWTPs do not comply with the present effluent norms.

All these consideration are putting pressure on the enhancement of the wastewater treatment industry. Improving the performance of WWTPs depends mainly on two aspects:

- A fault detection, isolation and identification (FDII) module, to improve safety and reliability.
- Whereas sensors for ASP measuring chemical and biological variables are widespread and very advanced, such measurements are still unreliable and noisy. One solution consists, in using observers or soft sensors.

The thesis aims to cover these two points.

Fault reconstruction and estimation is regarded as a stronger extension to FDI since accurate fault estimation automatically implies fault detection. Fault reconstruction is excellent for directly detecting and isolating the malfunctions within a system by reviling which sensor or actuator is faulty and is useful for diagnosing incipient and small faults. Moreover, Fault reconstruction finds solid applications in Fault Tolerant Control Systems (FTC).

Reasons stated above have motivated significant research work in the area of FDII. In the same context, we propose a general methodology for identifying and reconstructing sensor and actuator faults on dynamical processes. This methodology is issued from the general identification theory developed in the previous papers (Busvelle and Gauthier, 2003, 2004, 2005): In fact, this identification theory provides also a general framework for the problem of “observability with unknown inputs”. Indeed, many problems of fault detection can be formulated as such observability problems, the (eventually additive) faults being just considered as unknown inputs.

Next, a framework for fault detection and isolation of sensors and actuators is proposed. The FDI scheme is based on bank of high-gain observers from (Gauthier, 1994). A simulation study of a waste water treatment plant in the presence of noisy measurements and uncertainties in the kinetic parameters, shows the effectiveness of the proposed approach.

The second point evoked in the thesis is the observability of nonlinear dynamic systems and state estimation.

The Extended Kalman Filter (EKF) is a widely used observer for such nonlinear systems. However, it suffers from the lack of theoretical justifications and displays poor performance when the estimated state is far from the real state.

Observability theory reveals the existence of observability normal forms. There are special representations characterizing nonlinear systems having the observability property. The EKF, when applied to a system put in a normal form of observability, it acquires the property of global exponential convergence. Unfortunately, and contrary to the EKF, this latter observer (HG – EKF) is very sensitive to measurement noise.

In order to combine the behaviors of the EKF (efficiency with respect to noise smoothing) and of the HG – EKF (reactivity to large estimation errors), a first version of an adaptive high-gain extended Kalman filter was proposed by (Busvelle et Gauthier, 2002). (Boizot et al, 2010) have improved this first version by using an adaption process that measures the quality of the estimation.

This observer is applied to a MIMO nonlinear system of an Activated Sludge Process. In simulations, noise is added to the ASP outputs and large perturbations are provoked in the influent concentrations. A comparison study of the performances of the three observers under consideration, namely the EKF, the HG – EKF and the adaptive HG – EKF, is carried out. Results show a clearly better state estimation for the adaptive high-gain observer.



# Résumé

**Mots clefs :** FDII, observateurs grand gain, reconstruction des défauts, observateurs à entrées inconnues, banc d'observateurs, FKE, OKE grand gain, filtre de Kalman étendu grand gain adaptatif, station d'épuration des eaux usées.

A cause de l'augmentation des charges polluantes déversées dans le milieu naturel, de l'asphyxie des écosystèmes naturels et de la modification des caractéristiques physiques du milieu récepteur, le traitement des eaux usées résultant de l'activité humaine est devenue une condition préalable au maintien d'une qualité satisfaisante des eaux de surface.

Cependant, malgré tout l'intérêt qu'a suscité le problème de traitement des eaux usées ces dernières décennies, des études ont montré que de nombreuses unités d'épuration ne répondent pas encore aux contraintes standards requises sur la qualité des effluents.

Améliorer les performances d'épuration pour se conformer aux standards attribués aux effluents dépend principalement des deux aspects suivants :

- La sûreté et la fiabilité de fonctionnement face à toute anomalie ou défaut grâce à un module de détection, localisation et identification de défauts (FDII).
- La disponibilité en temps réel d'informations sur les conditions de fonctionnement. Une solution repose sur des techniques numériques d'estimation (capteur logiciel ou observateur) permettant d'estimer les variables non mesurables.

L'objectif de cette thèse est de couvrir ces deux points.

Une méthode de détection, localisation et identification de défaut (FDII) ne se contente pas de détecter et de localiser un défaut mais aussi elle tente de reconstruire son évolution au cours du temps. L'identification ou l'estimation d'un défaut permet une connaissance approfondie de celui-ci (son graphe, sa structure, sa dynamique). Reconstruire ou identifier un défaut est très utile pour les défauts intermittents et graduels qui sont difficiles à être détectés. En outre, obtenir une estimation de défaut permet bien entendu de donner une image beaucoup plus précise de l'état du système et de mettre en œuvre des processus de commandes tolérantes aux défauts.

Bien qu'elle soit très importante dans un schéma de diagnostic, l'identification ou l'estimation de défaut a reçu moins d'intérêt que la détection et la localisation des défauts dans les recherches scientifiques et spécialement pour les systèmes non-linéaires.

Motivé par les aspects positifs des méthodes de reconstruction et d'estimation de défauts à base d'observateur, nous proposons une méthode générale de reconstruction de défauts. Cette méthode est issue de la théorie générale d'identification élaborée dans les articles [Busvelle et Gauthier, 2002 ; 2003 ; 2004 ; 2005]. En effet, cette méthode d'identification donne un aperçu sur le problème d'observabilité des entrées inconnues. Beaucoup de problèmes d'identification et de locali-

sation de défauts peuvent être considérées comme des problèmes d'observabilité, lorsque le défaut capteur ou actionneur est considéré comme une entrée inconnue.

Par la suite, une méthodologie de détection et d'isolation de défauts capteurs et actionneurs est proposée. Le schéma de FDI est basé sur une banque d'observateurs Luenberger grand-gain. L'implémentation de cette méthode de FDI pour un modèle ASM1 réduit, en présence de bruit de mesure et d'incertitudes sur les paramètres cinétiques conduit à une table de signature fortement localisante.

Avant d'aborder les problèmes de détection, localisation et identification de défauts évoqués ci-dessus, la première partie de cette thèse porte sur la problématique de « l'observation des systèmes non linéaires ».

Le filtre de Kalman étendu (FKE) est l'un des observateurs les plus largement utilisé à cette fin. Cependant, la convergence de cet observateur, lorsque l'état estimé n'est pas dans un voisinage de l'état réel, n'est pas prouvée.

La théorie d'observabilité fait apparaître l'existence des formes normales d'observabilités. Ce sont des représentations caractérisant les systèmes dit observables. Lorsque le FKE est appliqué à un système mis sous une forme canonique d'observabilité, il acquiert, alors, des propriétés de convergence exponentielle globales. Cependant, contrairement au FKE, l'observateur de Kalman étendu grand-gain (OKE grand gain) entraîne une amplification de bruit.

Afin de combiner l'efficacité d'un FKE en termes de lissage de bruit, et la réactivité d'un OKE grand gain face aux larges variations, une première version d'un observateur de Kalman étendu grand gain adaptatif est proposée par [Busvelle et Gauthier, 2002]. [Boizot et al., 2010] ont amélioré, cette première version en ayant recours à un processus d'adaptation guidé par une mesure de la qualité d'estimation. Ainsi, cet observateur est appliqué au système non-linéaire MIMO (Multi-entrées Multi-Sorties) d'une station d'épuration biologique à boues activées. Une étude comparative entre les trois observateurs, FKE, OKE grand gain et le filtre de Kalman étendu grand gain adaptatif en présence d'une large variation des concentrations entrantes et en présence de mesures bruitées, est menée afin de mettre en évidence la pertinence et la robustesse de l'observateur adaptatif.

# Table des matières

Table des matières	i
Liste des figures	iv
Liste des tableaux	vii
Notations	viii
<b>1. Introduction</b>	
1.1. Contexte de l'étude.....	1
1.2. Motivation.....	4
1.3. Objectifs de la thèse.....	6
1.4. Présentation du mémoire.....	7
<b>2. Diagnostic et observabilité des systèmes non linéaires</b>	
2.1. Introduction.....	9
2.2. Diagnostic des systèmes dynamique.....	9
2.2.1. Différents types de défaut.....	9
a. Défauts capteurs.....	10
b. Défauts actionneurs.....	11
c. Défauts composants.....	12
2.2.2. Classification des méthodes de diagnostic.....	13
a. Méthodes sans modèle.....	14
b. Méthodes à base de modèle.....	17
c. Analyses comparatives des méthodes de diagnostic.....	19
2.2.3. Détection, localisation, et identification des défauts à base d'observateur non linéaire.....	20
a. Génération des résidus.....	24
b. La détection.....	29
c. La localisation.....	31
d. L'identification.....	34
2.2.4. Caractéristiques souhaitables d'un système de diagnostic.....	35
2.3. Observabilité et observateurs grand gain.....	36
2.3.1. Généralité sur les observateurs.....	37
2.3.2. Système en considération.....	37
2.3.3. Observabilité des systèmes non linéaires.....	38
2.3.4. Formes normales d'observabilité.....	41
a. Cas où $n_y > n_u$ .....	41
b. Cas où $n_y \leq n_u$ .....	42
2.3.5. Formes normales Multi-entrées Mono-sortie.....	44
2.3.6. Observateur à grand gain.....	45
a. Observateur à grand gain de type Luenberger.....	45
b. Observateur de Kalman étendu grand gain.....	46

2.3.7. Observateurs à grand gain adaptatifs.....	47
a. Adaptation du gain pour les observateurs de type Luenberger.....	47
b. Filtre de Kalman adaptatif.....	49
c. Observateur proposé par Busvelle et Gauthier.....	50
2.4. Conclusion.....	52
<b>3. Filtre de Kalman étendu grand gain adaptatif: application à une station d'épuration biologique</b>	
3.1. Introduction.....	53
3.2. Épuration des eaux usées.....	53
3.2.1. Les étapes principales du traitement des eaux usées.....	54
a. Le pré-traitement.....	54
b. Le traitement primaire.....	54
c. Le traitement secondaire.....	54
d. Le traitement tertiaire.....	55
3.2.2. Le traitement biologique par boues activées.....	57
a. Dégradation des polluants à l'échelle microscopique.....	57
b. Fonctionnement à l'échelle réelle.....	60
3.3. Modélisation des stations d'épuration biologique.....	61
3.3.1. Historique de modélisation des stations d'épuration à boues activées.....	61
3.3.2. Modèle de référence ASM1.....	62
3.3.3. Modèle réduit.....	69
a. Approche de simplification du modèle ASM1: revue bibliographique.....	69
b. Modèle réduit Benoit Chachuat.....	70
3.4. Implémentation et comparaison entre le FKE, l'OKE grand gain et le filtre de Kalman étendu grand gain adaptatif.....	74
3.4.1. Le filtre de Kalman étendu grand gain adaptatif.....	75
3.4.2. Système en considération Multi-entrées Multi-sorties.....	78
3.4.3. Simulations.....	78
a. Le filtre de Kalman étendu.....	82
b. OKE grand gain.....	84
c. Filtre de Kalman étendu adaptatif.....	86
d. Étude comparative entre les trois observateurs.....	91
3.5. Conclusion.....	95
<b>4. Observabilité des entrées inconnues et reconstruction des défauts</b>	
4.1. Introduction.....	96
4.2. Méthodes de reconstruction et d'identification des défauts.....	96
4.2.1. Méthodes de [Yan et Edwards, 2007].....	97
4.2.2. Méthode de [De Persis et Isidori, 2000 ; 2001].....	102
4.2.3. Approche de [Hou et Patton, 1998].....	107
4.3. Observabilité des entrées inconnues (identification des entrées inconnues).....	109
4.3.1. Généralité.....	109
4.3.2. Définitions et systèmes en considération.....	109
4.4. Principaux résultats exprimés sous forme normale.....	111

<b>4.5.</b>	Le cas générique 3-5.....	113
<b>4.6.</b>	Choix de l'observateur à grand gain pour le cas des systèmes 3-5.....	115
4.6.1.	Etude préliminaire.....	115
4.6.2.	Observateur grand gain de Luenberger multi-sorties.....	116
<b>4.7.</b>	Application et résultats de simulation.....	116
4.7.1.	Défauts capteurs.....	121
4.7.2.	Défauts actionneurs.....	124
<b>4.8.</b>	Schémas de détection et isolation des défauts.....	126
4.8.1.	Méthode de FDI par banc d'observateur de [Fragkoulis et al., 2011].....	127
4.8.2.	Méthode de FDI et résultats de simulation.....	128
a.	<i>Génération des résidus</i> .....	129
b.	<i>Détection de défaut</i> .....	130
c.	<i>Isolation des défauts</i> .....	131
d.	<i>Résultats de simulation</i> .....	131
<b>4.9.</b>	Conclusion.....	140
<b>5.</b>	<b>Conclusion générale</b>	
5.1.	Conclusion générale.....	141
5.2.	Perspectives.....	143
<b>Annexes</b>		
Annexe A.	Éléments de mathématiques.....	145
Annexe B.	Modèle ASM1 complet et réduit.....	152
Annexe C.	La pollution des eaux.....	158
Annexe D.	Terminologie.....	161
<b>Références bibliographiques</b> .....		164

## Liste des figures

2.1	Différents types de défauts d'un système physique.....	10
2.2	L'effet de différents types de défauts capteur sur les mesures. Les lignes en pointillées désignent les valeurs mesurées de capteur, cependant les lignes en trait continus représentent les valeurs réelles.....	10
2.3	Représentation graphique des défauts actionneur les plus répandues [Ducard, 2009]. Les lignes en pointillées désignent les valeurs désirées de l'actionneur, cependant les lignes en trait continus représentent les valeurs actuelles. (a) oscillation, (b) blocage, (c) saturation et (d) perte d'efficacité.....	11
2.4	Evolution temporelle d'un défaut: a) abrupt, b) graduel et c) intermittent.....	13
2.5	Classification des défauts : multiplicatifs et additifs.....	13
2.6	Une classification générale des méthodes de diagnostic.....	14
2.7	Phase de détection.....	29
2.8	Différents types de seuil.....	31
2.9	Localisation des défauts en utilisant des résidus directionnels.....	32
2.10	Résidus structurés.....	33
2.11	Différents types de tables de signature.....	33
2.12	Observateur DOS pour la détection des défauts actionneurs.....	34
2.13	Observateur GOS pour la détection des défauts capteurs.....	34
2.14	Schéma de principe d'un observateur.....	37
2.15	Le diagramme d'équivalence de l'observabilité.....	43
3.1	Étapes de traitement des eaux usées [Hadj-Sadok, 1999].....	56
3.2	Métabolisme d'une bactérie.....	58
3.3	Étapes de processus de dégradation biologique d'azote.....	59
3.4	Procédé de traitement à boues activées en bassin unique [Chachuat et al, 2003].....	60
3.5	Modèle BSM1.....	66
3.6	Résultats de simulation de modèle ASM1 complet pour un temps sec.....	69
3.7	Variations des paramètres $\theta_1, \theta_2, \theta_3$ et $\theta_4$ .....	72
3.8	Variation du paramètre $K_{DCO}$ .....	73
3.9	Variations des paramètres $\theta_5$ et $K_{ND}$ .....	73
3.10	Calcul de l'innovation [Boizot et al., 2010].....	76
3.11	Variation de $X_{DCO}^{in}$ pour un temps sec. Valeur de Benchmark —et valeur de Benchmark variée —.....	82
3.12	Calcul des principales équations de l'observateur.....	83
3.13	Résultats d'estimation pour un FKE. Légende : — états estimés — états simulés.....	84
3.14	Résultats d'estimation pour un OKE grand gain. Légende : — états estimés états simulés —.....	86
3.15	Structure d'un filtre de Kalman étendu grand gain adaptatif.....	88
3.16	Influence des paramètres $m$ et $\beta$ sur l'allure de la fonction sigmoïde.....	89
3.17	Résultats d'estimation pour un filtre de Kalman étendu grand gain adaptatif. Légende : — états estimés — états simulés.....	91

3.18	Comparaison entre les erreurs d'estimation des trois observateurs. Légende: FKE — OKE grand gain — et — filtre de Kalman étendu grand gain adaptatif	93
3.19	Comparaison entre les erreurs d'estimation des trois observateurs (Modèle ASM1 réduit). Légende : — FKE — OKE grand gain et — filtre de Kalman étendu grand gain adaptatif.....	95
4.1	Simulation de bruit coloré.....	121
4.2	Capteur $S_{NO}$ en défaut (défaut abrupt).....	121
4.3	Différence entre un défaut abrupt appliqué sur le capteur $S_{NO}$ et celui reconstruit.....	122
4.4	Différence entre l'état $X_{DCO}$ réel et celui estimé pour un défaut abrupt sur $S_{NO}$ ....	122
4.5	Différence entre l'état $S_{ND}$ réel et celui estimé pour un défaut abrupt sur $S_{NO}$ .....	122
4.6	Capteur $S_{NH}$ en défaut (défaut abrupt).....	122
4.7	Différence entre un défaut abrupt appliqué sur le capteur $S_{NH}$ et celui reconstruit.....	123
4.8	Capteur $S_O$ en défaut (défaut abrupt).....	122
4.9	Différence entre un défaut abrupt appliqué sur le capteur $S_O$ et celui reconstruit.....	123
4.10	Capteur $S_{NO}$ en défaut (défaut intermittent).....	123
4.11	Différence entre un défaut intermittent appliqué sur le capteur $S_{NO}$ et celui reconstruit.....	123
4.12	Différence entre l'état $X_{DCO}$ réel et celui estimé pour un défaut intermittent sur $S_{NO}$ .....	123
4.13	Différence entre l'état $S_{ND}$ réel et celui estimé pour un défaut intermittent sur $S_{NO}$ .....	124
4.14	Capteur $S_{NO}$ en défaut (défaut graduel).....	123
4.15	Différence entre un défaut graduel appliqué sur le capteur $S_{NO}$ et celui reconstruit.....	123
4.16	Différence entre l'état $X_{DCO}$ réel et celui estimé pour un défaut graduel sur $S_{NO}$ .....	123
4.17	Différence entre l'état $S_{ND}$ réel et celui estimé pour un défaut graduel sur $S_{NO}$ .....	124
4.18	Capteur $S_{NH}$ en défaut (défaut intermittent).....	124
4.19	Différence entre un défaut intermittent appliqué sur le capteur $S_{NH}$ et celui reconstruit.....	124
4.20	Capteur $S_O$ en défaut (défaut graduel).....	124
4.21	Différence entre un défaut graduel appliqué sur le capteur $S_O$ et celui reconstruit.....	124
4.22	1 <sup>er</sup> actionneur $u$ en défaut (défaut abrupt).....	125
4.23	Différence entre un défaut abrupt appliqué sur le 1 <sup>er</sup> actionneur $u$ et celui reconstruit.....	125
4.24	2 <sup>ème</sup> actionneur $Q^{in}$ en défaut (défaut abrupt).....	125
4.25	Différence entre un défaut abrupt appliqué sur le 2 <sup>ème</sup> actionneur et celui reconstruit.....	125
4.26	1 <sup>er</sup> actionneur en défaut (défaut graduel).....	125

4.27	Différence entre un défaut graduel appliqué sur le 1 <sup>er</sup> actionneur $u$ et celui reconstruit.....	125
4.28	1 <sup>er</sup> actionneur $u$ en défaut (défaut intermittent).....	125
4.29	Différence entre un défaut intermittent appliqué sur le 1 <sup>er</sup> actionneur $u$ et celui reconstruit.....	125
4.30	Banc d'observateurs grand gain pour la détection et localisation des défauts capteurs et actionneurs.....	129
4.31	Résidus en présence d'un défaut sur le 1 <sup>er</sup> capteur $S_{NO}$ (condition aérobie).....	132
4.32	Résidus en présence d'un défaut sur le 2 <sup>ème</sup> capteur $S_{NH}$ (condition aérobie).....	132
4.33	Résidus en présence d'un défaut sur le 3 <sup>ème</sup> capteur $S_O$ (condition aérobie).....	133
4.34	Résidus en présence d'un défaut sur le 1 <sup>er</sup> actionneur $u$ (condition aérobie).....	134
4.35	Résidus en présence d'un défaut sur le 2 <sup>ème</sup> actionneur $Q^{in}$ (condition aérobie).....	134
4.36	Résidus en présence d'un défaut sur le 1 <sup>er</sup> capteur $S_{NO}$ pour différents valeurs de $\theta$ .....	135
4.37	Etat d'aérateur.....	136
4.38	Diagramme Simulink de FDI dans le cas où la commande commute entre $u = 1$ et $u = 0$ .....	137
4.39	Résidus en présence d'un défaut sur le 1 <sup>er</sup> capteur $S_{NO}$ (condition anaérobie).....	138
4.40	Résidus en présence d'un défaut sur le 2 <sup>ème</sup> capteur $S_{NH}$ (condition anaérobie).....	138
4.41	Résidus en présence d'un défaut sur le 3 <sup>ème</sup> capteur $S_O$ (condition anaérobie).....	139
4.42	Résidus en présence d'un défaut sur le 1 <sup>er</sup> actionneur $u$ (condition anaérobie).....	140
4.43	Résidus en présence d'un défaut sur le 2 <sup>ème</sup> actionneur $Q^{in}$ (condition anaérobie).....	140



## Liste des tableaux

2.1	Une analyse comparative synthétique des approches de détection et de diagnostic.....	23
3.1	Méthodes les plus courantes de traitement secondaire.....	55
3.2	Variables d'état du modèle de dégradation biologique.....	63
3.3	Cinétiques du modèle de dégradation.....	64
3.4	Stœchiométrie des réactions du modèle de dégradation.....	66
3.5	Paramètres stœchiométriques et cinétiques du modèle de dégradation ([Chen et Beck, 1993]).....	67
3.6	Valeurs des paramètres spécifiques.....	73
3.7	Valeurs des différents paramètres.....	92
3.8	Choix final des paramètres de l'observateur adaptatif.....	92
3.9	La moyenne et l'écart type de l'erreur d'estimation pendant 14 jours pour un temps sec.....	94
4.1	Table de signature.....	134
4.2	Temps de détection des défauts capteurs et actionneurs pour différents valeurs de grand gain $\theta$ .....	135
C.1	Classification des composés de l'effluent suivant leur taille (Source : [Sperandio, 1998]).....	159

## Notations

### Notations générales

$X$	: Une variété de dimension $n$
$\delta$	: Période d'échantillonnage
$F$	: Fonction d'adaptation
$I_d(t)$	: Innovation
$\theta$	: Paramètre de grand gain
$A'$	: Transposée de $A$
$n$	: Dimension de l'espace d'état
$n_u$	: Dimension de l'espace d'entrée
$n_y$	: Dimension de l'espace de sortie
$S(t)$	: Matrice de Riccati
$u(t)$	: Espace d'entrée
$x(t)$	: Espace d'état
$y(t)$	: Espace de sortie
$z(t)$	: Etat estimé

### Abréviations

FKE	: Filtre de Kalman Etendu (Extended Kalman Filter)
HG-EKF	: Filtre de Kalman étendu grand gain (high-gain extended Kalman filter)
MISO	: Multi-entrées Mono-sortie (Multiple Input Single Output)
MIMO	: Multi-entrées Multi-sorties (Multiple Input Single Output)

### Notations relatives au procédé de traitement des eaux usées

$S_I$	: Concentration de matière organique soluble inerte	$(mgl^{-1})$
$S_S$	: Concentration de substrat facilement biodégradable	$(mgl^{-1})$
$S_O$	: Concentration en oxygène	$(mgl^{-1})$
$S_O^{sat}$	: Concentration de saturation de l'oxygène	$(mgl^{-1})$
$S_{NO}$	: Concentration d'azote sous forme de nitrite et de nitrate	$(mgl^{-1})$
$S_{NH}$	: Concentration d'azote sous forme d'ammoniaque	$(mgl^{-1})$
$S_{ND}$	: Concentration d'azote organique soluble et biodégradable	$(mgl^{-1})$
$S_{ALK}$	: Alcalinité	Unité molaire
$X_I$	: Concentration de la matière organique particulaire inerte	$(mgl^{-1})$
$X_S$	: Concentration du substrat lentement biodégradable	$(mgl^{-1})$
$X_{B,H}$	: Concentration de la biomasse hétérotrophe active	$(mgl^{-1})$
$X_{B,A}$	: Concentration de la biomasse autotrophe active	$(mgl^{-1})$
$X_{ND}$	: Concentration d'azote organique particulaire biodégradable	$(mgl^{-1})$
$b_A$	: Coefficient de mortalité des autotrophes	$(d^{-1})$
$b_H$	: Coefficient de mortalité des hétérotrophes	$(d^{-1})$
$i_{NBM}$	: Masse d'azote dans la biomasse	$(g_N g_{COD}^{-1})$
$i_{NXI}$	: Masse d'azote dans la matière organique particulaire inerte	$(g_N g_{COD}^{-1})$
$K_la$	: Coefficient de transfert d'oxygène	$(d^{-1})$

$K_{NH,A}$	: Coefficient de demi-saturation: de l'ammoniac pour la biomasse autotrophe	$(g_{NH}m^{-3})$
$K_{NO}$	: Coefficient de demi-saturation: du nitrate pour la biomasse hétérotrophe	$(g_{NO}m^{-3})$
$K_{O,A}$	: Coefficient de demi-saturation: de l'oxygène pour la biomasse autotrophe	$(g_{O_2}m^{-3})$
$K_{O,H}$	: Coefficient de demi-saturation: de l'oxygène pour la biomasse hétérotrophe	$(g_{O_2}m^{-3})$
$K_S$	: Coefficient de demi-saturation: pour les hétérotrophes	$(g_{DCO}m^{-3})$
$K_{DCO}$	: constante d'affinité en substrat organique des bactéries hétérotrophes	$(g_{DCO}m^{-3})$
$K_{ND}$	: constante d'affinité en substrat organique du processus d'hydrolyse de l'azote organique particulaire	$(g_{DCO}m^{-3})$
$K_X$	: Coefficient de demi-saturation: pour l'hydrolyse du substrat lentement biodégradable	$(g_{DCO}g_{DCO}^{-1})$
$Y_A$	: Coefficient de rendement des autotrophes	$(-)$
$Y_H$	: Coefficient de rendement des hétérotrophes	$(-)$
$f_{rXI}$	: Fraction de DCO inerte issue du décès de la biomasse	$(-)$
$V$	: Volume	$(m^3)$

### Lettre grecques

$\mu_A$	: Taux de croissance maximal des autotrophes	$(d^{-1})$
$\mu_H$	: Taux de croissance maximal des hétérotrophes	$(d^{-1})$
$\eta_{NO,h}$	: Facteur de correction du taux d'hydrolyse en conditions d'anoxie	$(-)$
$\eta_{NO,g}$	: Facteur de correction du taux de dénitrification en conditions d'anoxie	$(-)$
$\theta_1$	: Paramètre spécifique du modèle cinétique réduit	$(-)$
$\theta_2$	: Paramètre spécifique du modèle cinétique réduit	$(-)$
$\theta_3$	: Paramètre spécifique du modèle cinétique réduit	$(-)$
$\theta_4$	: Paramètre spécifique du modèle cinétique réduit	$(-)$
$\theta_5$	: Paramètre spécifique du modèle cinétique réduit	$(-)$

### Indices et exposants

$in$	: Influent
$purg$	: Extraction des boues
$rec$	: recyclage des boues

### Abréviations

ASM	: Modèle de boues activées (Activated Sludge Model)
IAWQ	: Association internationale pour la qualité de l'eau (International Association on Water Quality)



## Chapitre 1

# Introduction

---

1.1. Contexte de l'étude.....	1
1.2. Motivation.....	4
1.3. Objectifs de la thèse.....	6
1.4. Présentation du mémoire.....	7

---

## 1.1. Contexte de l'étude

L'eau constitue l'une des ressources les plus précieuses pour la vie sur la terre. Cependant, l'industrialisation, l'urbanisation ont entraîné une augmentation des charges polluantes dans les eaux usées déversées dans les milieux naturels. Ces polluants peuvent avoir des conséquences néfastes :

- *Une consommation de l'oxygène dissous* : la consommation des matières organiques par les micro-organismes auto-épérateurs est un processus d'oxydation qui provoque une consommation de l'oxygène dissous. Si les charges organiques déversées dans les milieux récepteurs dépassent les capacités d'auto-épuration, alors le taux en oxygène devient nul en provoquant une asphyxie des organismes aquatiques et une formation des gaz putrides malodorants.
- *Modification des caractéristiques physiques du milieu récepteur*: le mauvais traitement des eaux usées dans les stations d'épuration biologiques peut entraîner une augmentation de la turbidité et de la température de l'eau et une modification de sa salinité.
- *Prolifération des algues* : les matières minérales nutritives peut menacer sérieusement la vie aquatique par un envahissement anormal des végétaux entraînant ainsi un processus d'eutrophisation.
- *Conséquences sanitaires* : une des conséquences les plus dramatiques de mauvais traitement des eaux usées est son influence sur la santé humaine. Les maladies d'origine hydrique tuent des millions de personnes par an dans les pays pauvres. Les pathologies, aussi, sont des maladies causées par la pollution de l'eau et peuvent être transmises par un simple contact avec le milieu aquatique (parasitoses), ou par absorption de l'eau polluée (épidémies microbiologiques).
- *Pertes économiques*: les polluants peuvent réduire le nombre des ressources utilisables. Ainsi, les coûts de production de l'eau potable augmentent à savoir : coût de transport (point d'exploitation éloigné), coût de traitement de potabilisation. L'industrie est un gros consommateur de l'eau et ses exigences en terme de qualité de l'eau sont parfois très élevées. C'est pourquoi, la pollution des ressources, peuvent constituer un frein au développement industriel. On ne peut pas oublier les conséquences de l'eau polluée sur l'agriculture et spécialement l'irrigation du sol.

Ces conséquences permettent de bien cerner les problèmes causés par les déchets. Par conséquent, avant tout rejet, les polluants doivent être traités dans des stations d'épuration biologiques ou chimiques. Mais des études ont montré que de nombreuses stations d'épuration ne répondaient pas aux contraintes standards requises sur la qualité des effluents [Berthouex et Fan, 1986; Ossenbruggen et al., 1987]. Un renforcement des exigences réglementaires est ainsi intervenu vis-à-vis des rejets des eaux résiduaires urbaines.

Avec ces nouvelles contraintes imposées par la législation des rejets, ces problèmes vont s'aggraver de plus en plus, surtout pour les petites collectivités qui rencontrent des difficultés majeures techniques et économiques pour mettre aux normes leurs installations de traitement.

Malgré l'apport précieux des outils de l'automatique, les stations d'épurations biologiques présentent plusieurs lacunes, à savoir :

- *La complexité* : la complexité des réactions des processus biologiques et chimiques mises en jeu lors de dégradation des substrats polluants fait que ces systèmes ne sont pas totalement maîtrisés. Cette complexité a considérablement ralenti le développement des modèles mathématiques qui sont à la fois simple et pratique.
- *Manque d'instrumentation* : la principale limitation, qui a freiné la progression du pilotage automatisé des stations d'épuration, est le faible nombre de mesures disponibles, souvent imprécises, et un manque de reproductibilité des expérimentations. Par conséquent, il est impossible de constituer une base de données fiable et représentative du fonctionnement. Malgré le progrès scientifique permettant de concevoir des capteurs pour mesurer les variables physico-chimiques (la température, le pH, les débits de liquide et de gaz, la puissance d'aération et la pression partielle en oxygène dissous) (Wacheux et al., 1993; Vanrolleghem, 1994; Wacheux et al., 1996 ; Lynggaard-Jensen et al., 1996), d'autres mesures de concentrations de divers composés de la réaction (des biomasses, des substrats organiques, des polluants nitrés...) ainsi que des vitesses de réaction restent problématiques. A ce jour, il n'existe pas de capteur en ligne de faible complexité apte à fournir des mesures de ces variables, à coût réduit (maintenance, installation) et robuste vis-à-vis des conditions de fonctionnement.
- *Contrainte économique* : les stations d'épuration des eaux usées ne sont pas productives, leur automatisation contribue uniquement à la réduction des coûts d'opération et non à l'augmentation des profits. C'est pour cette raison qu'il y a peu d'investissements pour le développement de l'instrumentation, du diagnostic et de la commande.

Par conséquent l'amélioration de pilotage des unités de traitement et de leurs potentiels de rendement passe nécessairement par les étapes suivantes :

- *Une modélisation adéquate* : l'élaboration d'un modèle mathématique traduisant la réalité de l'ensemble des problèmes physiques, biologiques et chimiques qui ont lieu dans les stations de traitement des eaux usées, est la première phase dans la procédure d'automatisation. Le dilemme simplicité-précision rend la tâche de modélisation extrêmement délicate. Au cours de ces deux dernières décennies, de nombreuses études portent sur la modélisation des stations d'épuration biologiques : le modèle ASM1, ASM2, ASM2d et ASM3 [Henze et al., 1987 ; Gujer et al., 1995, 1999].
- *Une instrumentation adaptée (capteur)* : comme il a été mentionné précédemment, le manque des capteurs en ligne constitue un des principaux obstacles au développement de la conduite automatisée des stations d'épuration. Une solution repose sur l'utilisation des méthodes d'observation en ligne, permettant d'estimer certaines grandeurs non mesurables, à partir de mesures accessibles. Par abus de langage, on trouve parfois dans la littérature cette approche sous le nom de capteurs logiciels, qui sont basés sur l'utilisation des modèles mathématiques et qui peuvent pallier aux problèmes du manque de capteurs de mesure.

- *Technique de commande performante* : les normes européennes imposées sur les quantités des polluants rejetés dans les écosystèmes deviennent de plus en plus sévères et imposent le développement des procédés de traitement fiables, robustes et performants. De ce fait, il est nécessaire de développer des stratégies de contrôle plus adaptées, en mesure d'apporter des solutions efficaces à ce type de problème. Ainsi, d'un point de vue global, les trois principaux objectifs de contrôle sont : respect des normes de rejet imposées par la législation, minimisation des coûts et de l'énergie de fonctionnement et garantie d'un fonctionnement stable du procédé.

Plusieurs approches de commande sont proposées pour appréhender ces problèmes. En particulier nous pouvons citer la commande optimale adaptative [Smets et Impe 2002 ; Srinivasan et Bovin., 2003], commande et adaptation en-ligne [Hua et al., 2004], commande prenant en compte les incertitudes sur les modèles, [Srinivasan et Bovin., 2003 ; Fournier et al. 1999], commande à base de modèles analytiques, de modèles flous ou issus de l'intelligence artificielle, [Trelea et al. 2001 ; Muthuswamy et Srinivasan, 2001 ; Karakuzu et al., 2001]. Aussi, la commande PID classique est utilisée en combinaison avec d'autres types de commande à savoir floue [Feng et al, 2003], optimale [Nascu et al., 2007] et PID à paramètres déterminés automatiquement [Tzoneva, 2007]...

- *Techniques de diagnostic des défauts* : D'après ce qui précède, la modélisation et la commande constituent des facteurs primordiaux pour le développement des stations d'épuration biologiques à boues activées. Cependant modéliser ou commander ce processus n'est pas une fin en soi ; ce qui est demandé est la maîtrise des impacts des eaux usées sur le milieu naturel et des coûts de fonctionnement. Pour cela, il faut que toute anomalie de fonctionnement soit rapidement détectée puis prise en compte dans la stratégie de conduite du système considéré. En effet pour fonctionner correctement, le système de contrôle a besoin de la connaissance, en permanence, de l'état du processus. Toute défaillance conduit à la génération de commande qui ne correspond pas à l'état réel du procédé. La non-détection à temps d'une anomalie peut entraîner une diminution de performance, de fiabilité et parfois même des accidents provoquant des dangers humains et des dégâts matériels considérables. Cette anomalie peut avoir comme origine des défauts capteurs ou actionneurs ou même des défauts systèmes. L'objectif du diagnostic reconnu sous le nom d'algorithme de détection, isolation et identification de défauts (FDII) consiste à détecter, localiser et identifier éventuellement le défaut.

Ainsi, les performances et la robustesse des processus d'épuration des eaux usées dépendent principalement de deux aspects rappelés ci-dessous :

- La disponibilité en temps réel des mesures et d'informations sur l'état du système (avec des capteurs logiciels),
- La sûreté et la fiabilité de fonctionnement face à toute anomalie ou défaut grâce à un module de détection, localisation et identification de défaut (FDII).



## 1.2. Motivation

On traitera les motivations pour le diagnostic et l'estimation d'états de la station d'épuration biologiques chacune à part :

### **Motivation pour la détection, localisation et identification de défaut**

La complexité croissante des systèmes industriels qui sont devenus de plus en plus exigeants en termes de fiabilité, de performances, de contrainte de sécurité et de disponibilités, a donné un intérêt croissant au diagnostic.

Il existe une multitude des méthodes de diagnostic. Elles sont classées de différentes façons. Une de ces classifications consiste à regrouper les méthodes de diagnostic en deux catégories : approches à base de modèle et approches sans modèle. Parmi les méthodes de diagnostic à base de modèle on peut citer : l'espace de parité, l'estimation paramétrique, et l'observateur. Les méthodes de diagnostic à base d'observateur ont reçu une attention particulière de la communauté scientifique à cause de leurs efficacités. Différents types d'observateurs ont été utilisés dans ce but. Les observateurs à mode glissant [Sreedhar et al., 1993], sont utilisés depuis plus de 18 ans, mais ces dernières années ils ont eu un grand succès dans le cadre de la détection et de la reconstruction de défauts [Martinez et Rincon, 2007 ; Sharma et Aldeen, 2009]. Aussi, les observateurs adaptatifs sont utilisés pour la FDI [Ding et Frank, 1993 ; Jiang et al., 2002]. Par exemple, un algorithme récursif pour l'estimation conjointe du vecteur d'états et du vecteur des paramètres du défaut est proposé par Xu et Zhang [Xu et Zhang, 2004], en utilisant un observateur grand-gain adaptatif. Martinez-Guerra et Diop ont utilisé les observateurs à entrée inconnues pour la FDI [Martinez-Guerra et Diop, 2004].

Le principe fondamental de détection des défauts à base d'observateur est de réaliser une estimation des sorties du système à partir des grandeurs accessibles à la mesure. L'erreur d'estimation forme le vecteur résidu. Par la suite, une décision de la présence ou non d'un défaut est prise, en comparant le résidu à un certain seuil fixe ou adaptatif.

Au lieu de générer un résidu, l'approche de reconstruction et d'estimation d'un défaut tente de reconstruire le graphe de ce défaut. Cette méthode est différente des méthodes énoncées précédemment. En effet, elle permet non seulement de détecter et localiser un défaut mais aussi de l'estimer et de donner son allure au cours du temps. Cette approche de reconstruction et d'identification de défaut est très efficace pour les défauts de type intermittent ou graduel, qui sont très difficiles à être détecter à cause de leurs évolutions temporelles lentes. En plus, cette approche est très bénéfique dans le cas de commande tolérante aux défauts (FTC).

Grâce à sa capacité de déterminer l'amplitude, la localisation et l'évolution dynamique d'un défaut, l'approche de reconstruction et d'estimation de défaut a reçu beaucoup d'intérêt récemment. Par exemple, Aldeen et Sharma ont développé un observateur pour estimer les entrées inconnues, l'état et les défauts simultanément, en découplant les défauts et les perturbations inconnus par une transformation d'états et des sorties [Aldeen et Sharma, 2008]. Pour une classe de systèmes non linéaires, Vijayaraghavan et al., ont développé une méthode pour la détection et l'estimation des défauts actionneurs [Vijayaraghavan et al., 2007]. En se basant sur des résidus

non linéaires au lieu des résidus linéaires, Narasimhan et al ont conçu un observateur qui permet d'assurer que les résidus soient affectés diagonalement. Ces derniers sont utilisés pour l'estimation des défauts [Narasimhan et al., 2008]. En résolvant, des équations de Lyapunov, un observateur robuste a été présenté pour estimer simultanément l'état et le défaut pour des systèmes descripteurs non-linéaires [Gao et Ding, 2007]. L'article [Tan et Edwards, 2000] met en évidence un schéma de détection et d'identification de défaut pour une classe de systèmes linéaires incertain en minimisant un gain  $L_2$  entre l'incertitude et le signal de défaut reconstruit en utilisant une approche LMI. Tan et Habib ont conçu un observateur linéaire pour l'estimation d'états, ces derniers sont utilisés par la suite avec les entrées et les sorties du système pour reconstruire les défauts [Tan et Maki Habib, 2007].

### **Motivation pour l'estimation d'état**

Les stations d'épuration biologiques à boues activées peuvent être caractérisées par les valeurs de certains nombres de variables (concentration, pH, ...). L'ensemble de ces variables est appelé état du système. En général, pour les raisons évoquées précédemment, le nombre de variables mesurées dans les procédés biochimiques est inférieur à la dimension de l'état, ceci rend impossible la déduction des variables d'état à partir de celle de mesures.

Pour pallier à ces limitations, une solution consiste à développer des outils, qui, à partir des mesures expérimentales, reconstituent une estimation des variables non mesurées. On parle alors des observateurs ou capteurs logiciels. Une grande variété d'observateurs est proposée pour les systèmes non-linéaires : les observateurs étendus [Gelb, 1974], observateurs à horizon glissant [Narendra et Annaswamy, 1989], observateurs adaptatifs [Alamir, 2007], et observateurs par intervalle [Mazenc et Olivier, 2009 ; Rapaport et Dochain, 2005].

Le travail d'estimation présenté dans cette thèse, est basé sur les observateurs grand-gain, dont la référence historique est l'article de [Gauthier et al, 1992] et qui permettent d'excellentes propriétés globales. Des travaux ont montré la convergence exponentielle de ce type d'observateur [Gauthier et Kupka, 2001]. C'est-à-dire que l'erreur d'estimation est majorée par une fonction exponentielle décroissante, et sa vitesse de convergence peut être réglable par l'utilisateur.

D'autre part, nous nous intéressons au filtre de Kalman étendu qui est une extension des observateurs pour les systèmes linéaires données par Kalman [Kalman, 1960 ; Kalman et Bucy, 1961]. Ce filtre a été largement utilisé dans beaucoup de problèmes tels que : la poursuite des cibles, le contrôle de la navigation, la détection des défauts puisqu'il assure la convergence exponentielle de l'erreur d'estimation vers zéro quelque soit l'erreur d'initialisation. Cependant, les systèmes linéaires ne couvrant qu'une faible proportion des procédés industriels, des solutions non-linéaires ont été rapidement envisagées. Le filtre de Kalman étendu (FKE) est l'une des techniques d'estimation la plus populaire et qui est très utilisée en pratique. Il se base sur une linéarisation du système non-linéaire, autour d'une trajectoire de référence. Cet observateur a suscité depuis longtemps beaucoup d'intérêt, en raison de :

- Sa simplicité de mise en œuvre,
- Son adaptation à une utilisation en temps réel,
- Sa possession de bonne performance de lissage de bruit.

Cependant, quelques inconvénients peuvent être évoqués : manque de garantie de stabilité et le manque des preuves de convergence de ce filtre. Sa convergence n'est prouvée que localement [Boutayeb et al, 1997 ; Boutayeb et Aubry, 1999]. Ce caractère purement local le rend impropre au procédé non linéaire où on ne connaît pas bien l'état initial ou lorsque les systèmes non linéaires sont soumis à des grandes perturbations non mesurées et non modélisées.

Une garantie de convergence globale peut être obtenue en ayant recours à la méthodologie grand-gain proposée par [Busvelle et Gauthier, 2002 ; 2005]. Cette approche s'appuie sur deux composantes :

- L'utilisation d'une forme canonique d'observabilité bien précise,
- L'usage d'un unique scalaire  $\theta$  pour modifier l'algorithme du FKE.

Alors la convergence de filtre de Kalman étendu grand-gain obtenue est justifiée théoriquement. Par contre, l'utilisation de cet observateur peut conduire à une grande sensibilité par rapport au bruit d'observation.

### 1.3. Objectifs de la thèse

#### Objectifs de la détection, localisation et l'identification des défauts

Motivé par les aspects positifs des méthodes de reconstruction et d'estimation de défauts à base d'observateur, nous proposons une méthode générale de reconstruction de défaut. Cette méthode est issue de la théorie générale d'identification élaborée dans les articles [Busvelle et Gauthier, 2002 ; 2003 ; 2004 ; 2005]. En effet, elle donne un aperçu sur le problème d'observabilité des entrées inconnues. Beaucoup de problèmes d'identification et de localisation de défauts peuvent être considérées comme des problèmes d'observabilité, lorsque le défaut capteur ou actionneur est considéré comme une entrée inconnue.

Cette approche s'inscrit sous le thème d'observabilité générale développé par [Gauthier et Kupka, 2001]. Dans ce livre, ils ont montré que pour pouvoir appliquer des observateurs grand-gain, le système doit être mis sous une forme canonique d'observabilité bien définie. Dans le même esprit, chaque entrée inconnue doit subir un changement de coordonnée afin de se mettre sous une forme canonique définie à l'avance.

Les principaux résultats établis:

- La propriété d'observabilité des entrées inconnues est générique si et seulement si le nombre d'observations est supérieur à trois.
- Contrairement, si le nombre d'observations est égal à 1 ou 2, l'observation des entrées inconnues est une hypothèse très restrictive et n'est pas générique.

Motivé par cette puissante théorie et sa capacité de reproduire avec fidélité l'allure et l'amplitude de la fonction inconnue, une identification des défauts capteurs et actionneurs d'une station d'épuration biologique à boues activées constitue l'objectif de la deuxième partie de cette thèse. Cette méthode de reconstruction de défaut est une puissante alternative puisqu'elle permet de

reconstruire le défaut au lieu de détecter sa présence par une méthode classique de génération de résidu.

Toutefois, lorsque l'influence des défauts sur le processus est inconnue, une méthode de génération des résidus s'avère plus adaptée au problème combiné de détection et isolation de défaut. C'est pourquoi, nous nous sommes intéressés aux méthodes de détection et localisation de défauts par banc d'observateurs grand-gain. Chacun de ces observateurs est sensible à un ensemble de défauts et insensible aux autres. L'ensemble de ces résidus constitue une matrice de signature permettant d'isoler les défauts capteur et actionneur.

### Objectifs de l'estimation d'états

Motivé par les caractéristiques antagonistes du filtre de Kalman étendu (FKE), et l'observateur de Kalman étendu grand-gain, le but est de combiner les avantages de ces deux observateurs, en utilisant une fonction d'adaptation :

- La propriété de lissage de bruit d'un filtre de Kalman étendu, si la trajectoire réelle du système est proche de la trajectoire estimée.
- La propriété de convergence globale d'un filtre de Kalman étendu grand-gain si la trajectoire réelle est éloignée de celle estimée.

La fonction d'adaptation est une mesure de l'erreur d'estimation, et permet à l'observateur adaptatif de commuter entre l'observateur grand-gain et le filtre de Kalman étendu.

## 1.4. Présentation du mémoire

Ce manuscrit est divisé en cinq parties plus au moins indépendantes afin de permettre au lecteur de localiser les sujets qui suscitent son intérêt. Ces cinq parties sont :

- **Le premier chapitre** présente les motivations, les objectifs et les contributions de cette thèse.
- **Chapitre 2** est un chapitre introductif qui vise à donner un état de l'art sur le diagnostic et l'observabilité des systèmes non linéaires. Dans la première partie de ce chapitre, nous présenterons un tour d'horizons sur les différentes méthodes de diagnostic que nous avons regroupées selon la classification suivante : méthodes avec modèle et méthodes sans modèle. L'accent sera mis sur les méthodes de détection et localisation des défauts à base d'observateurs. Nous aborderons aussi les différentes étapes de détection, localisation et identification de défaut à base d'observateurs. A la fin de cette partie, nous rappellerons les caractéristiques souhaitables d'un système de diagnostic. La seconde partie sera consacrée à des rappels des notions d'observabilité introduites par Gauthier et Kupka dans [Gauthier et Kupka, 2001]. Nous donnerons par la suite les différentes formes canoniques d'observabilité ainsi que les différents observateurs grand-gain. Un état de l'art sur les différents types d'observateurs qui ont un gain adaptatif sera donné. Un intérêt particulier sera accordé à l'observateur élaboré par [Busvelle, Gauthier, 2003].

- **Chapitre 3** : la première partie de ce chapitre sera consacrée à une représentation générale des concepts fondamentaux d'épuration biologique. Nous aborderons dans un premier temps les différentes étapes de traitement des eaux usées. Une classification globale des micro-organismes et des polluants, ainsi que les principales interactions métaboliques mises en jeu à l'échelle microscopique et à l'échelle réelle, occupera une place particulière. Enfin la dernière partie sera réservée à la modélisation du procédé à boues activées, nous présenterons le modèle ASM1, ainsi qu'un modèle réduit élaboré par [Chachuat et al., 2001]. Dans la deuxième partie, une présentation de filtre de Kalman étendu grand gain adaptatif élaboré par [Boizot et al, 2007 ; 2009 ; 2010], sera donnée. Une précision des différentes significations et du choix de ces paramètres spécifiques sera détaillée, par la suite. Une implémentation de cet observateur adaptatif, d'un filtre de Kalman étendu et d'un observateur de Kalman étendu grand gain pour l'estimation d'états d'une station d'épuration biologique à boues activées, sera simulée. Afin de montrer la pertinence et la robustesse de l'observateur grand gain adaptatif, une comparaison de la moyenne et l'écart type de l'erreur d'estimation entre ces trois observateurs, en présence d'une large variation de la concentration entrante  $X_{DCO}^{in}$  et en tenant compte du bruit de mesure sur les trois sorties du modèle, sera faite à la fin de ce chapitre.
- **Chapitre 4** : ce chapitre se décompose en deux parties :
  - La première partie sera consacrée à une méthode de reconstruction et d'identification de défaut à base d'observateurs. Cette méthode est issue de la théorie générale d'identification développée par [Busvelle et Gauthier, 2002 ; 2003 ; 2004 ; 2005]. Par la suite, la théorie générale d'observabilité des entrées inconnues sera présentée. Cette théorie mène à appliquer les observateurs grand-gain de type Luenberger pour reconstruire l'évolution temporelle des défauts capteurs et actionneurs qui ont une dynamique lente.
  - La deuxième partie traitera le problème de localisation et d'identification de défaut dans le cas où l'influence de défaut est inconnue. Une méthode de FDI à base d'observateurs grand-gain permet d'aboutir à une table de signature fortement localisante. Grâce à ce tableau, une connaissance des causes et une localisation du système en défaut est déduite.
- **Chapitre 5** : La mémoire s'achèvera par une conclusion générale où quelques perspectives seront évoquées.

## Chapitre 2

# Diagnostic et observabilité des systèmes non linéaires

---

<b>2.1. Introduction.....</b>	<b>9</b>
<b>2.2. Diagnostic des systèmes dynamique.....</b>	<b>9</b>
2.2.1. Différents types de défaut.....	9
a. <i>Défauts capteurs.....</i>	10
b. <i>Défauts actionneurs.....</i>	11
c. <i>Défauts composants.....</i>	12
2.2.2. Classification des méthodes de diagnostic.....	13
a. <i>Méthodes sans modèle.....</i>	14
b. <i>Méthodes à base de modèle.....</i>	17
c. <i>Analyses comparatives des méthodes de diagnostic.....</i>	19
2.2.3. Détection, localisation, et identification des défauts à base d'observateur non linéaire.....	20
a. <i>Génération des résidus.....</i>	24
b. <i>La détection.....</i>	29
c. <i>La localisation.....</i>	31
d. <i>L'identification.....</i>	34
2.2.4. Caractéristiques souhaitables d'un système de diagnostic.....	35
<b>2.3. Observabilité et observateurs grand gain.....</b>	<b>36</b>
2.3.1. Généralité sur les observateurs.....	37
2.3.2. Système en considération.....	37
2.3.3. Observabilité des systèmes non linéaires.....	38
2.3.4. Formes normales d'observabilité.....	41
a. <i>Cas où <math>n_y &gt; n_u</math>.....</i>	41
b. <i>Cas où <math>n_y \leq n_u</math>.....</i>	42
2.3.5. Formes normales Multi-entrées Mono-sortie.....	44
2.3.6. Observateur à grand gain.....	45
a. <i>Observateur à grand gain de type Luenberger.....</i>	45
b. <i>Observateur de Kalman étendu grand gain.....</i>	46
2.3.7. Observateurs à grand gain adaptatifs.....	47
a. <i>Adaptation du gain pour les observateurs de type Luenberger.....</i>	47
b. <i>Filtre de Kalman adaptatif.....</i>	49
c. <i>Observateur proposé par Busvelle et Gauthier.....</i>	50
<b>2.4. Conclusion.....</b>	<b>52</b>

---

## 2.1. Introduction

Ce chapitre a essentiellement pour objectif de présenter quelques rappels sur des concepts fondamentaux relatifs au diagnostic et à l'observabilité des systèmes dynamiques non linéaires.

La première partie propose, tout d'abord, un état de l'art des différents types de défauts et de leurs influences sur le processus à diagnostiquer. Dans un deuxième volet, les différentes méthodes de diagnostic seront présentées, elles seront regroupées en deux grandes familles: les méthodes utilisant des modèles mathématiques et celles ne les utilisant pas. Un intérêt particulier sera accordé aux méthodes de détection et d'isolation des défauts à base d'estimateur d'états. Une étude des méthodes de génération de résidus à base d'observateurs non-linéaires sera abordée. Par la suite, une description des trois autres étapes d'un module de diagnostic: la détection, la localisation et l'identification des défauts, sera exposée en détail. Nous discuterons à la fin de cette partie des performances attendues d'une procédure de diagnostic.

Le travail présenté dans la seconde partie de ce chapitre s'inscrit dans le cadre général de la théorie d'observation développée par Gauthier et Kupka [Gauthier et Kupka, 2001]. Un résultat important de cette théorie montre qu'il existe des représentations des systèmes non linéaires qui caractérisent l'observabilité (nommées forme normale d'observabilité). Ainsi, nous commencerons par un rappel des notions fondamentales d'observabilité. Ensuite, nous aborderons les différents types d'observateurs à grand-gain: ceux de type de Luenberger et ceux de type de Kalman. Nous terminerons par une étude bibliographique non exhaustive des observateurs à grand gain adaptatifs.

## 2.2. Diagnostic des systèmes dynamiques

le diagnostic est un système d'aide à la décision qui permet de localiser les composants ou les organes défectueux d'un système et éventuellement de déterminer ses causes. En parcourant la littérature, on se rend compte immédiatement que la terminologie dans ce domaine n'est pas cohérente. De nombreuses définitions d'un même mot sont trouvées. Afin d'enlever toutes ambiguïtés, le comité technique SAFEPROCESS de l'IFAC (International Federation of Automatic Control) ont essayé de standardiser cette terminologie. Un rappel de ces définitions est données dans l'annexe D.

### 2.2.1. Différents type de défaut

Un défaut est défini comme étant un écart non permis entre la valeur réelle d'une caractéristique du système et sa valeur nominale. Comme le montre la figure (2.1), trois types de défauts sont distingués: défaut actionneur, défaut capteur et défaut procédé (ou défaut composant).

Chacun de ces défauts ainsi que leurs influences sur le processus sont décrits brièvement dans le paragraphe ci-dessous.

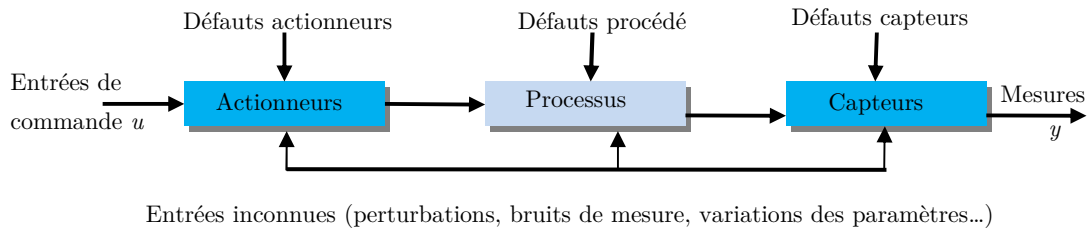


Figure 2.1. Différents types de défauts d'un système physique.

### a. Défauts capteurs

Les capteurs sont des instruments qui transforment une grandeur physique en une grandeur traitable par les calculateurs. Les capteurs sont essentiellement les interfaces de sortie d'un système avec l'environnement extérieur. Ils permettent de communiquer les informations concernant l'état et le comportement interne du processus. Ainsi, un défaut capteur caractérise une mauvaise image de la grandeur physique à mesurer. Pour les systèmes en boucle fermée, les mesures issues de ces capteurs sont utilisées pour la génération du signal de commande. Par conséquent, la présence d'un défaut capteur donne un signal de commande inexact et inefficace.

Les défauts capteurs les plus répandus sont : a) le biais, b) la dérive, c) la perte d'efficacité, d) le blocage et e) le défaut de calibrage. La figure (2.2) représente l'effet de ces défauts sur les mesures.

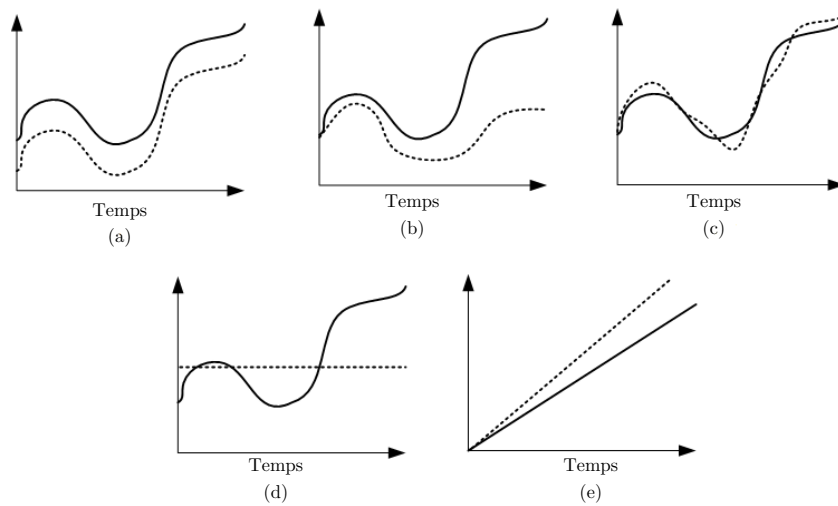


Figure 2.2. L'effet de différents types de défauts capteur sur les mesures. Les lignes en pointillées désignent les valeurs mesurées de capteur, cependant les lignes en trait continu représentent les valeurs réelles.

Les équations mathématiques de ces défauts sont comme suit [Sobhani-Tehrani et Khorasani, 2009]



$$y_i(t) = \begin{cases} x_i(t) & \forall t \geq t_0 & \text{sans défaut} \\ x_i(t) + b_i & b_i(t) = 0, b_i(t_{f_i}) \neq 0 & \text{biais} \\ x_i(t) + b_i(t) & |b_i(t)| = c_i(t), 0 < c_i \ll 1 & \forall t \geq t_{f_i} & \text{dérive} \\ x_i(t) + b_i(t) & |b_i(t)| \leq \bar{b}_i, \dot{b}_i(t) \in L^\infty & \forall t \geq t_{f_i} & \text{perte d'efficacité} \\ x_i(t_{f_i}) & & \forall t \geq t_{f_i} & \text{blocage} \\ k_i(t)x_i & 0 < \bar{k} \leq k_i(t) \leq 1 & \forall t \geq t_{f_i} & \text{défaut de calibrage} \end{cases}$$

Avec  $t_{f_i}$  c'est le temps d'occurrence d'un défaut pour l' $i^{\text{ème}}$  capteur et  $b_i$  désigne sa précision où  $b_i \in [-\bar{b}_i, \bar{b}_i]$  avec  $\bar{b}_i > 0$ . En plus,  $k_i \in [\bar{k}_i, 1]$  avec  $\bar{k}_i > 0$  représente l'efficacité minimale du capteur.

### b. Défauts actionneurs

L'actionneur est un élément de la partie opérative d'un système qui transforme les signaux de commande issus du contrôleur (micro-processeur, ou microcontrôleur) en mouvement (moteur), en chaleur (résistance électrique), ou en champ magnétique (électroaimant)...

Ainsi, les défauts actionneurs agissent au niveau de la partie opérative et détruisent le signal d'entrée du système. Les conséquences de défauts actionneurs peuvent varier d'une consommation élevée de l'énergie jusqu'à la perte totale de contrôle. Les défauts actionneurs varient d'un actionneur à un autre, mais une classification non exhaustive des défauts les plus fréquents est donnée figure (2.3).

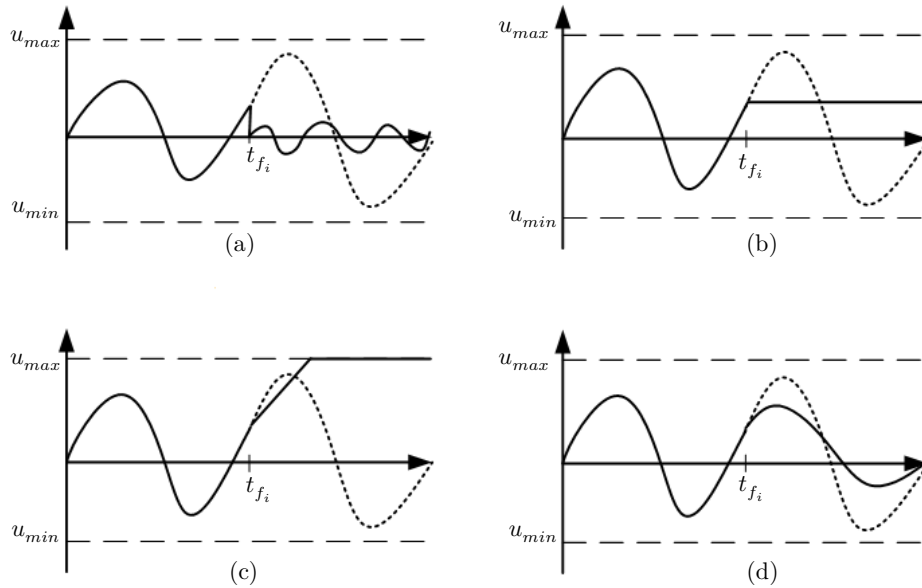


Figure 2.3. Représentation graphique des défauts actionneur les plus répandues [Ducard, 2009]. Les lignes en pointillées désignent les valeurs désirées de l'actionneur, cependant les lignes en trait continu représentent les valeurs actuelles. (a) oscillation, (b) blocage, (c) saturation et (d) perte d'efficacité.

Les différents types de défauts actionneurs peuvent être représentés par les expressions suivantes:

$$u_a^i(t) = \begin{cases} u_c^i(t) & \text{sans défaut} \\ k_i(t)u_c^i(t) & 0 < \varepsilon_i \leq k_i(t) < 1, \forall t \geq t_{f_i} \quad \text{perte d'efficacité} \\ 0 & \forall t \geq t_{f_i} \quad \text{oscillation} \\ u_c^i(t_{f_i}) & \forall t \geq t_{f_i} \quad \text{blocage} \\ u_{i \min} \vee u_{i \max} & \forall t \geq t_{f_i} \quad \text{saturation} \end{cases}$$

Avec

$u_a^i(t)$  est le signal de sortie de l'actionneur ;  $u_c^i(t)$  est le signal de commande appliqué à l' $i^{\text{ème}}$  actionneur ;  $t_{f_i}$  désigne le temps d'occurrence d'un défaut à l' $i^{\text{ème}}$  actionneur ;  $k_i$  est l'efficacité de l'actionneur,  $\varepsilon_i > 0$  est l'efficacité minimale;  $u_{i \max}$  et  $u_{i \min}$  sont respectivement les limites supérieures et inférieures du signal de sortie de l' $i^{\text{ème}}$  actionneur.

### c. Défauts composants

Les défauts composants sont des défauts qui affectent les composants du système lui même. Ce sont les défauts qui ne peuvent pas être classifiés ni parmi les défauts actionneurs ni parmi les défauts capteurs. Ce type de défaut provoque un changement de la dynamique du système suite à un changement de ces paramètres. La représentation mathématique des défauts composants est souvent difficile à déterminer et demande des essais expérimentaux extensifs. En général, ils se traduisent par un changement dans l'équation d'états. Ce changement peut être soit paramétrique soit structurel/fonctionnel. Ces défauts induisent une instabilité de système.

Les défauts peuvent être classés selon leurs évolutions temporelles [Isermann *et al.*, 2002]:

- *Abrupt*: ce type de défaut se caractérise par un comportement temporel discontinu. Cette évolution, si elle ne correspond pas aux évolutions dynamiques normales attendues pour la variable (changement de consigne), est caractéristique d'une panne brutale de l'élément en question: arrêt total ou partiel de connexion. Une représentation mathématique de ce défaut est donné par:

$$f(t - t_{f_i}) = \begin{cases} \delta & t > t_{f_i} \\ 0 & t < t_{f_i} \end{cases}$$

Où  $f(t - t_{f_i})$  est le comportement temporel du défaut et  $\delta$  est un seuil constant.

- *Intermittent*: c'est un défaut caractéristique de faux contact ou de panne intermittente des capteurs. Ce type de défaut est un cas particulier de défaut abrupt avec la propriété particulière qu'il revient de façon aléatoire à sa valeur normale.
- *Graduel*: c'est un défaut caractéristique d'une usure d'une pièce ou d'un encrassement. Il est très difficile à être détecté à cause de son évolution temporelle qui peut être confondue à une modification paramétrique lente représentant la non stationnarité du procédé. Son évolution au cours du temps peut être exprimée par cette relation :

$$f(t - t_{f_i}) = \begin{cases} \delta \left(1 - e^{-\alpha(t-t_{f_i})}\right) & t \geq t_{f_i} \\ 0 & t < t_{f_i} \end{cases}$$

Où  $\alpha$  et  $\delta$  sont deux constantes positives.

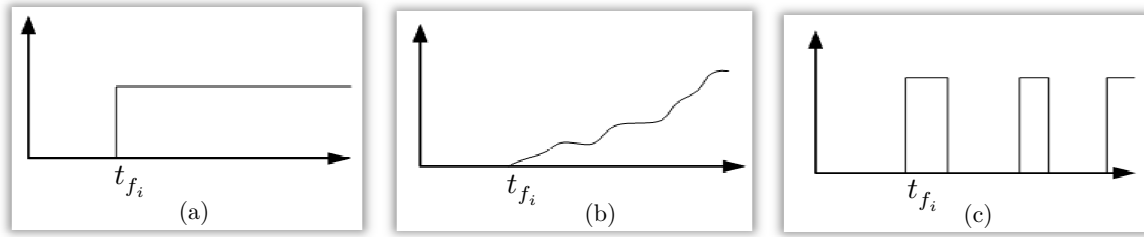


Figure 2. 4. Evolution temporelle d'un défaut: a) abrupt, b) graduel et c) intermittent.

Les défauts aussi peuvent être classés en défauts additifs et défauts multiplicatifs, selon leurs effets sur les performances du système (figure (2.5)). Les défauts additifs sont des signaux parasites qui viennent se superposer en un point du schéma fonctionnel. Les défauts capteurs et actionneurs sont généralement modélisés comme étant des défauts additifs, cependant, les défauts composants sont modélisés par des défauts multiplicatifs. Ces derniers induisent des changements sur la corrélation du signal de sortie du système, ainsi que des changements dans les caractéristiques spectrales et de la dynamique de système.



Figure 2.5. Classification des défauts : multiplicatifs et additifs.

### 2.2.2. Classification des méthodes de diagnostic

Les méthodes de diagnostic se distinguent selon différents critères: la dynamique de procédé (discret, continu ou hybride), sa complexité, l'implémentation de diagnostic en ligne et/ou hors ligne, la nature d'information (qualitative et/ou quantitative), sa profondeur (structurale, fonctionnelle et/ou temporelle), sa distribution (centralisée, décentralisée ou distribuée)...

Dans ce contexte, plusieurs classifications sont proposées dans la littérature [Franck et Köppen-Seliger, 1997 ; Isermann, 2006 ; Chantler et al., 1998 ; Dash et Venkatasubramanian, 2000 ; Venkatasubramanian et al., 2003]. Ces classifications sont influencées par les terminologies et les contextes particuliers de chaque communauté et ne sont pas toujours homogènes.

L'objectif est de déterminer la méthode la plus appropriée pour la résolution de notre problème de détection et diagnostic, ainsi que, positionner la classe des méthodes de diagnostic qui nous intéresse parmi les différentes méthodes de la littérature. Nous proposons une classification non exhaustive des méthodes de diagnostic en deux grandes familles (figure (2.6)):

- Les méthodes sans modèle mathématique qui ne nécessitent pas de connaissances accrues du système physique, mais utilisent des connaissances superficielles,
- Les méthodes à base de modèles qui nécessitent une connaissance approfondie du système physique.

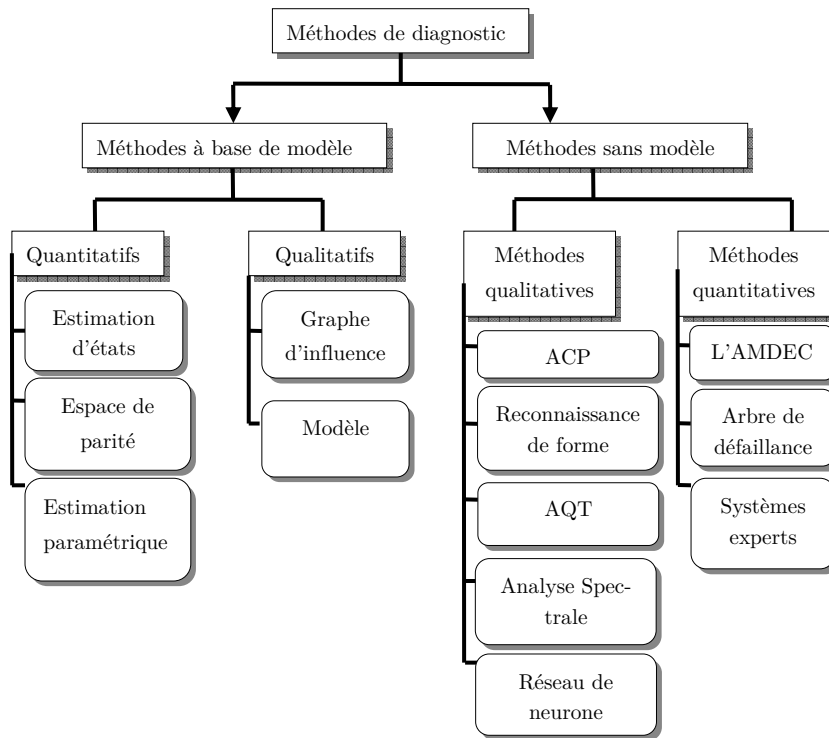


Figure 2.6. Une classification générale des méthodes de diagnostic.

### a. Méthodes sans modèle

Pour certaines applications industrielles, la conception d'un modèle mathématique est difficile, voire impossible à obtenir, à cause des nombreuses reconfigurations intervenant dans le processus de production ou de la complexité des phénomènes mises en jeu. Dans ce cas, on a recours à des méthodes qui ne nécessitent aucune connaissance approfondie du procédé. Deux classes, dans ce type d'approches, peuvent se présenter:

- Les méthodes quantitatives ou appelés méthodes à base de connaissances.
- Les méthodes qualitatives ou méthodes basées sur le traitement de données.

#### a.1. Méthodes qualitatives

Les méthodes qualitatives consistent en l'exploitation d'une base de connaissance symbolique et nécessitent l'existence d'un large éventail de données historiques correspondant aux divers modes de fonctionnement de l'installation.

- *Analyse en composantes principales*: l'analyse en composantes principales (ACP) est une technique statistique multi-variable, capable de compresser les données et de réduire leur taille. Elle peut être vue comme une technique de projection orthogonale linéaire qui projette les observations multidimensionnelles représentées dans un espace de dimension  $n$  ( $n$  est le nombre de variables observées) dans un sous espace de dimension  $q < n$ , en maximisant la variance des projections (ou en minimisant l'erreur quadratique d'estimation). Cette méthode est utilisée avec succès dans les études de diagnostic de [Jolliffe, 1986 ; Pessel et al., 2007 ; Oja et al., 1992].

- *Reconnaissance de forme*: l'objectif d'une méthode de reconnaissance de forme est la classification automatique d'objet suivant sa ressemblance par rapport à un objet de référence. Dans un problème de diagnostic, une classe est formée par l'ensemble d'observations caractérisant une situation ou un mode de fonctionnement de processus: par exemple, la classe  $C_1$  peut être liée au fonctionnement normal du procédé, la classe  $C_2$  pour le fonctionnement dégradé et la classe  $C_3$  pour le fonctionnement défaillant. Le diagnostic consiste à associer toute nouvelle observation à une classe. Le problème de diagnostic est équivalent à la recherche des frontières entre les classes qui minimisent l'erreur de classification. Le calcul de la distance (distance euclidienne) peut être choisi comme un critère de décision pour assigner une forme à une classe et de déterminer avec quelle confiance est effectuée cette décision.
- *Analyse qualitative des tendances*: son objectif est la représentation et l'analyse qualitative des signaux à travers l'information des dérivées de premier et de second ordre. Cette analyse se base sur la segmentation des signaux en unités appelées épisodes, en fonction de leur convexité et de leur pente. Elle est constituée de deux étapes de base: l'identification de tendances dans les mesures (ce processus doit être robuste par rapport au bruit en capturant seulement les variations importantes), et l'interprétation de ces tendances en termes de scénarios.
- *Analyse spectrale*: sous certaines conditions normales, certaines mesures ont un spectre typique de fréquence; toute déviation des caractéristiques fréquentielles d'un signal est reliée à une anomalie. Cette méthode s'avère intéressante pour l'analyse des signaux qui montrent des oscillations avec des périodes longues (les débits, les pressions...).  
L'application d'une procédure de décision permet de détecter et de localiser l'élément défaillant du système. Parmi les procédures de décision appliquées sur un échantillon de mesures on peut citer: le test empirique de franchissement de seuil, test de variance, le test de la moyenne ... [Basseville, 1988; 1997].
- *Réseaux de neurones*: le réseau de neurones peut être assimilé à un système informatique constitué d'un nombre de processeurs élémentaires interconnectés entre eux qui traite l'information qui lui arrive à partir des signaux extérieurs. Il est capable d'approcher une fonction non-linéaire dont on ne connaît que quelques points. De manière générale, l'utilisation d'un réseau de neurones se déroule en deux étapes. La première phase est l'apprentissage. Cet apprentissage permet alors, sur la base de l'optimisation d'un critère, de reproduire le comportement du système à modéliser. Il consiste dans la recherche d'un jeu de paramètres (poids) et peut s'effectuer de deux manières : supervisé (le réseau utilise les données d'entrée et de sortie du système à modéliser) et non supervisé (seules les données d'entrée du système sont fournies et l'apprentissage s'effectue par comparaison entre exemples). Une fois l'apprentissage est achevé, il peut être utilisé pour la généralisation. Il s'agit de la phase de test où de nouveaux exemples sont présentés au réseau de neurones pour juger de sa capacité à prédire les comportements du système modélisé. Lors d'un problème de diagnostic, leur emploi peut alors se faire à trois niveaux : 1) comme modèle du système à surveiller en état normal et générer un résidu d'erreur entre les observations et les prédictions, 2) comme système de détection en une seule étape (en tant que classificateur), ou 3) comme système d'évaluation de résidus pour le diagnostic.

### a.2. Méthodes quantitatives

Les méthodes quantitatives ou à base de connaissances sont mises en œuvre lorsque la majorité des mesures sont indisponibles et lorsque la construction du modèle s'avère difficile. Elles peuvent être utilisées pour identifier les causes des défaillances d'un procédé industriel. Il s'agit d'analyses fonctionnelles et structurelles qui se basent sur l'expérience et la connaissance de l'opérateur.

- *L'AMDE (Analyse des Modes de Défaillances et de leurs Effets) et ses dérivées*: c'est une méthode issue du contexte de la sûreté de fonctionnement. Villemeur dans [Villemeur, 1988] décrit l'AMDE comme une approche d'analyse consistant à identifier de façon inductive et systématique les modes de défaillances d'un système puis à en rechercher les causes et leurs effets. La démarche consiste à examiner comment et pourquoi les fonctions du système étudié risquent de ne plus être assurées correctement, en définissant les modes de défaillances potentielles, en recherchant les causes possibles de l'apparition de chaque mode de défaillance et enfin en étudiant pour chaque combinaison cause-mode de défaillance, les effets sur le système et sur l'utilisateur.

Une fois complétée par une analyse de criticité, l'AMDE devient l'AMDEC (Analyse des Modes de Défaillance et de leurs Effets et de la Criticité). Elle permet d'extraire les modes de défaillances les plus critiques. Elle consiste à examiner la criticité des modes de défaillances à partir de trois critères : gravité, fréquence d'apparition et probabilité de non-détection.

- *Arbre de causes à effets ou arbre de défaillances*: l'arbre de défaillances apparu la première fois dans [Villemeur, 1988], représente l'un des outils majeurs d'analyse de risques technologiques. L'objectif de cette approche est de déterminer les diverses combinaisons possibles d'événements qui entraînent la réalisation d'un événement indésirable unique. Sa représentation graphique est composée d'une structure arborescente permettant un traitement à la fois qualitatif et quantitatif. L'arbre de défaillances est composé de plusieurs niveaux où la racine correspond à l'événement indésirable. Les niveaux sont ordonnés de manière successive tel que, chaque événement est généré à partir des événements du niveau inférieur par l'intermédiaire d'opérateurs logiques (ET, OU). La décomposition s'arrête aux niveaux des événements élémentaires, caractérisés par le fait qu'ils sont indépendants et non décomposables en éléments plus simples.
- *les systèmes experts*: le système expert est un système informatique destiné à résoudre un problème précis à partir d'une analyse, d'une représentation des connaissances et du raisonnement d'un ou de plusieurs spécialistes de ce problème. Ils utilisent une information heuristique pour lier les symptômes aux défauts. A partir de l'ensemble des symptômes à sa disposition, il déduit toutes les conclusions possibles, élabore de nouvelles hypothèses et approfondit son diagnostic en exploitant des informations supplémentaires collectées sur le système à diagnostiquer. Les systèmes experts sont composés de deux parties indépendantes : une base de connaissances et un moteur d'inférence. La base de connaissances peut être subdivisée en deux groupes: la base de faits et la base de règles. La base de faits représente l'état du système observé. La base de règles est un ensemble de règles logiques qui permettent de déduire, d'inférer de nouveaux faits à partir d'autres faits déjà établis dé-

nommés les prémisses. Le moteur d'inférence a la lourde tâche de déduire tous les faits susceptibles d'être déduits à partir de la base de connaissances.

### ***b. Méthodes à base de modèle***

L'utilisation des modèles pour le diagnostic date du début des années 70. Depuis de nombreux travaux ont été proposés [Willsky, 1976 ; Chow et Willsky, 1984 ; Basseville, 1988 ; Patton et al., 1989 ; Gentil, 1997 ; Isermann et Balle, 1997 ; Fussel et Isermann, 1998]. Une étude complète sur les méthodes à base de modèles peut être trouvée dans l'article [Frank, 1996 (b)] ou des livres récents comme [Patan, 2008 ; Chiang et al., 2001]. Ces méthodes sont des alternatives de la redondance physique ou matérielle. La structure générale de la plupart de ces méthodes se fonde sur l'idée de la redondance analytique [Chow et Willsky, 1984]. Le principe des méthodes à base de modèles est d'identifier l'écart entre le système réel et son modèle. Ces méthodes s'appuient sur des modèles comportementaux explicites du système soumis au diagnostic. Ces modèles peuvent être classés en deux catégories quantitatives ou qualitatives. Les méthodes à base de modèles sont plus performantes que celles basées sur les traitements de données ou sur les approches relationnelles [Frank, 1998]:

- le coût de développement et de maintenance est faible,
- les symptômes et les défauts ne doivent pas être anticipés,
- il s'agit des connaissances de conception plutôt que d'exploitation,
- la connaissance du système est découplée de la connaissance de diagnostic,
- seule l'information du comportement normal est prise en compte.

#### *b.1. méthodes quantitatives*

Ces méthodes reposent sur les relations mathématiques qui existent entre les variables. Ces modèles sont développés en utilisant les lois fondamentales de la physique (bilan de masse, d'énergie, de quantité de mouvement, ..) ou des relations de type entrée sortie. Selon Frank, les méthodes de diagnostic à base de modèles quantitatifs se décomposent en trois grands groupes [Frank, 1998]: les approches par espace de parité, les approches d'estimation paramétrique, et les approches d'estimation d'états.

- *Espace de parité* : l'objectif de cette méthode est la vérification de parité (la cohérence) des modèles du procédé avec les mesures issues des capteurs et des entrées connues (consignes, signal de commande,..). Les premières évocations et utilisations de l'approche par espace de parité ont été réalisées à partir des relations analytiques statiques [Evans, 1970 ; Potter et Suman, 1977 ; Daly et al., 1979]. Ces notions ont été ensuite généralisées par [Mironovski, 1980], puis par [Chow et Willsky, 1984]. Dans le cadre général, l'approche consiste à réaliser une redondance analytique (en mode temporel ou fréquentiel) entre les entrées et les sorties du système et cela indépendamment des états du système. La matrice de parité est définie comme étant une matrice de projection de la matrice d'observabilité, ce qui revient à éliminer l'influence des états sur les résidus.
- *Estimation paramétrique*: Le principe de l'estimation paramétrique est d'estimer en continu les paramètres du système, en utilisant les mesures d'entrées et de sorties. Le résidu est

alors la différence entre cette estimation et les valeurs de référence de l'état normal du procédé. Les premières applications de cette approche ont été faites par [Isermann, 1984].

Cette technique a été appliquée pour la détection des défauts pour les systèmes non-linéaires [Isermann, 2006]. De nombreuses applications ont été réalisées dans le domaine de l'automobile [Constantinescu et al., 1995 ; Dinca et al., 1999], ou pour un modèle non-linéaire d'un satellite [Jiang et al., 2008].

- *Estimation d'états*: Le principe de base de diagnostic par observateur consiste à estimer la sortie du système à partir des connaissances de la commande (ou partie de la commande), et des mesures (ou partie des mesures). Le vecteur résidu est ainsi construit comme l'écart entre la sortie estimée et la sortie mesurée. Ces résidus doivent servir d'indicateurs fiables du comportement du processus.

Plusieurs techniques d'observations ont été appliquées au diagnostic:

- *Filtre de détection de défaut*: cette méthode a été initiée par [Beard, 1971], puis a été formalisée par [Massoumnia, 1986] en 1986. L'objectif de cette approche est de construire des espaces de détection associés à chacun des défauts. Différents travaux traitent les méthodes des filtres de détection, parmi elles, retenons les travaux (Edelmayer et al., 1996 ; Frank et al., 1999 ; Rank et Niemann., 1999; Zhong et al., 2003...) pour le diagnostic robuste.
- *observateur de détection de défaut*: plusieurs travaux ont été menés dans le cadre des systèmes linéaires: les observateurs à entrées inconnues vise à annuler l'erreur d'estimation d'une ou plusieurs combinaisons linéaires des états du système étudié, et ce, indépendamment de la présence d'entrées inconnues [Chen et al., 1996]. Une première utilisation des observateurs à entrées inconnues pour le diagnostic remonte à [Viswanadham et al., 1987]. [Magni et Mouyon, 1994] ainsi que [Staroswiecki et al., 1991] apportent des précisions sur la mise en place d'un observateur pour la détection de défauts. Dans le cadre des systèmes non-linéaires: [Adjallah et al., 1993] ainsi que [Hammouri et al., 1999 (a) ; 1999 (b)] synthétisent des observateurs pour des systèmes non-linéaires. La détection de défaut à base d'observateur non-linéaire constitue l'objectif principal de cette thèse. Une brève description des méthodes de génération des résidus par observateur pour des systèmes non-linéaires fera l'objet de la section (2.2.3).

## b.2. Méthodes qualitatives

La communauté d'Intelligence Artificielle (IA) a proposé un raisonnement qualitatif (ou semi-qualitatif) basé sur l'établissement de relations causes à effets. En effet, le diagnostic est typiquement un système causal puisqu'il consiste à établir des hypothèses sur les composants défaillants qui sont l'origine du dysfonctionnement observé. Le raisonnement qualitatif exprime le lien entre un composant et les formules décrivant son comportement. Parmi les méthodes les plus utilisées, on peut citer:

- *Les graphes causaux (ou graphes d'influence)*: ils déterminent les composants défectueux qui peuvent expliquer le fonctionnement anormal observé. Le diagnostic basé sur un graphe causal consiste à rechercher la variable source dont la déviation est suffisante pour expli-



quer toutes les déviations détectées sur d'autres variables [Travé-Massuyès et al., 97]. Deux principaux types de structure causale sont proposés: le premier type lie la causalité aux équations décrivant le système (analyse globale) [Pons et Travé-Massuyès, 1997; Blanke et al., 2006] tandis que le deuxième axe lie la causalité à la structure du système (analyse locale).

- *La logique floue*: la logique floue est une théorie mathématique introduite par [Zadeh, 1965], qui permet de tenir compte des incertitudes et permet une fusion des informations. L'idée de l'approche floue est de construire un dispositif, appelé système d'inférences floues, capable d'imiter les prises de décision d'un opérateur humain à partir des règles verbales traduisant ses connaissances relatives à un processus donné. Trouver une relation mathématique entre un défaut et ses symptômes s'avère souvent difficile. Cependant, en s'appuyant sur leur expérience, les opérateurs humains sont capables de déterminer l'élément défaillant qui est à l'origine des symptômes observés. Ce type de savoir peut être exprimé à l'aide de règles de la forme : SI *condition* ALORS *conclusion*. Où la partie *condition* comporte les symptômes observés et la partie *conclusion* l'élément défaillant. Ainsi le problème de diagnostic est considéré comme un problème de classification. Le vecteur des symptômes du classificateur, élaboré à partir des grandeurs mesurées sur le système, peut être vu comme une forme, qu'il s'agit de classer parmi l'ensemble des formes correspondant à un fonctionnement normal ou non.

### c. Analyses comparatives des méthodes de diagnostic

Comparer les méthodes de diagnostic est une tâche très difficile. En effet, la décision de choix d'une méthode de détection de défaut dépend de plusieurs facteurs: connaissance à priori disponible sur le système, présence ou non d'un modèle mathématique de processus à diagnostiquer, type de défauts à détecter, présence ou non d'entrées inconnues (bruit, incertitude), non-linéarité, système en boucle fermé ou ouvert...

Par exemple, pour les systèmes électriques et mécaniques, il est simple de concevoir un modèle mathématique. Le choix des méthodes de diagnostic à base de modèles sera préféré. Par contre, pour les processus industriels chimiques, la modélisation est difficile à mener car même si un modèle mathématique est obtenu, il est complexe. Dans ce cas, les méthodes de détection de défauts sans modèle de référence peuvent être appliquées. [Isermann, 2006] a proposé une étude comparative entre les méthodes de diagnostic par redondance analytique. Il est à signaler que de nombreuses méthodes sont nées du couplage de plusieurs stratégies de diagnostic dont le but est de combiner les avantages de chaque stratégie. Quelques approches combinées sont présentées dans [Isermann, 2006].

Dans notre cas, l'intérêt des méthodes utilisant des modèles mathématiques (section 2.2.2 (a)) est plus grand que celui n'en utilisant pas (section 2.2.2 (b)), et cela du fait de l'existence d'un modèle des stations d'épuration biologiques par boues activées (équation (3.9)). Parmi les méthodes de diagnostic à base de modèle mathématique: approche par estimation d'état et approche par estimation paramétrique. Ces deux approches se complètent et s'opposent à la fois. D'après ce qui précède, les méthodes d'estimation paramétrique donnent confiance aux données provenant des capteurs et d'actionneurs et met en défaut les paramètres du modèle. En revanche, pour les méthodes par estimation d'état les paramètres du modèle sont supposés corrects et les défauts sont dus aux capteurs et actionneurs. Ainsi le choix entre ces deux méthodes

est difficile. Nous pouvons nous diriger vers une approche d'estimation d'état en supposant que les paramètres soient connus et que les défauts soient expliqués par un dérèglement des mesures des capteurs et actionneurs. Dans le cas contraire, nous nous dirigeons vers une approche par estimation paramétrique.

Les méthodes à base d'observateur et celles par espace de parité diffèrent dans la manière de générer des résidus. L'approche espace de parité est une méthode de génération de résidus directe, basée sur une élimination des inconnues à l'aide de la redondance. Par contre, la génération est indirecte à l'aide de méthodes à base d'observateur basée sur le calcul de l'erreur d'estimation. [Frank, 1990] a prouvé sous certaines hypothèses l'équivalence entre l'espace de parité et les résidus utilisant des observateurs. L'approche par espace de parité, utilise une matrice, appelé matrice de parité. La difficulté principale de l'approche par espace de parité réside dans la recherche de la matrice de parité.

Après l'exposition des méthodes de diagnostic, nous retiendrons les méthodes de diagnostic à base de modèles quantitatifs et en particulier nous nous concentrons sur les méthodes à base d'observateurs.

Le tableau (2.1) propose une analyse comparative synthétique des approches de détection et de diagnostic que nous venons d'exposer.

### **2.2.3. Détection, localisation et identification des défauts à base d'observateur non-linéaire**

Les systèmes ont en général un comportement non-linéaire. Une solution pour remédier à la complexité des outils de FDI aux systèmes non-linéaires est de se ramener au cas linéaire (en utilisant par exemple un modèle linéaire autour d'un point de fonctionnement) afin d'utiliser les méthodes de FDI linéaire qui sont bien maîtrisées. Néanmoins, ce type de méthodes soulève des problèmes de généricité. En effet, considérons le cas où le générateur de résidus se base sur un modèle linéarisé autour d'un point de fonctionnement. Lorsque l'état s'écarte sensiblement de ce point de fonctionnement, des dérives importantes peuvent être observées, à cause de ce caractère non-linéaire du comportement [Maquin et al., 1997]. Le principal inconvénient de ces méthodes est qu'elles ne peuvent pas s'appliquer que sous des conditions très restrictives [Xu, 2002]. De plus elles peuvent augmenter les taux de fausses alarmes [Frank et Ding, 1997]. Ces limitations des techniques linéaires de diagnostic ont motivé les recherches des techniques de FDI non-linéaires représentant au mieux le comportement du processus. Parmi ces approches nous retiendrons celles qui se basent sur les modèles mathématiques puisqu'elles offrent un grand nombre d'informations sur le système. Comme indiqué dans le paragraphe 2.2.2 (b), parmi ces méthodes, on a l'estimation d'état, l'espace de parité et l'estimation des paramètres. Un intérêt particulier sera accordé aux méthodes à base d'observateurs.

Dans la section suivante, une étude bibliographique sur les méthodes de détection et de générations des résidus à base d'observateurs non-linéaires est donnée. Ainsi une présentation des méthodes d'évaluation des résidus est évoquée par la suite.

Cette méthode de diagnostic est composée de trois fonctions de base: la génération des résidus, la détection, la localisation et éventuellement l'identification.

Modèle	Type	Méthodes	Avantages	Inconvénients
Sans modèle	Méthodes quantitatives	Les arbres de défaillances : l'AMDE et l'AMDEC	<ul style="list-style-type: none"> <li>- Démarche très puissante pour l'analyse de défaillances simples d'éléments conduisant à la défaillance globale</li> <li>- Aucun traitement nécessaire</li> <li>- Très efficace pour l'analyse et la résolution des problèmes de diagnostic de défaillances des procédés industriels.</li> <li>- Identification des modes communs de défaillances pouvant affecter le système</li> </ul>	<ul style="list-style-type: none"> <li>- Demande une longue expérience</li> <li>- Toute modification ou évolution du système nécessite la réécriture du tableau</li> <li>- Mal adaptée aux systèmes dynamiques, dépendant fortement du temps, à cause du nombre élevé de variables, processus,</li> <li>- Incapacité de traitement des défauts multiples.</li> <li>- Arbre construit dépendant de son créateur : sensibilité aux erreurs</li> <li>- Pas de méthode formelle pour vérifier l'exactitude de l'arbre développé.</li> </ul>
		Les systèmes experts	<ul style="list-style-type: none"> <li>- Temps de calcul faible</li> <li>- aucun raisonnement compliqué (pas de calcul intermédiaire) : génération directe des règles par un expert humain qui sont des résultats compréhensibles par l'opérateur.</li> </ul>	<ul style="list-style-type: none"> <li>- Dépend de l'expertise faite sur le système</li> <li>- Difficultés d'acquisition de l'expertise</li> <li>- Manque de généricité car les règles dépendent de l'architecture du système</li> <li>- Problème de l'évolution du système : ajout/ changement de composant implique nouvelle expertise</li> <li>- Robustesse : règles fixées et non robustes face aux situations non reconnues</li> <li>- Données incertaines : difficultés dans l'analyse d'un ensemble de données non corrélées incomplètes et ambiguës</li> <li>- Manque de connaissances profondes : pas d'explications sur les conclusions adoptées.</li> <li>- Incohérence des règles : ajout ou suppression de règle → impact sur autres règles difficile à détecter</li> </ul>
	Méthodes qualitatives	L'analyse en composantes principales	<ul style="list-style-type: none"> <li>- Outil puissant capable de réduire la taille des données de telle sorte que l'information soit conservée</li> <li>- Facilite l'analyse des données</li> <li>- Manipulation du bruit et corrélation pour extraire l'information efficacement</li> </ul>	<ul style="list-style-type: none"> <li>- Représentation invariante dans le temps</li> <li>- Mise à jour périodique</li> <li>- Aucune propriété de signature ce qui rend difficile l'isolation de fautes</li> </ul>

Sans modèle	Méthodes qualitatives	Reconnaissance de forme	<ul style="list-style-type: none"> <li>- Simple à appliquer</li> <li>- Temps de calcul faible pour la classification d'une nouvelle observation et indépendant de la dimension de l'ensemble d'apprentissage</li> <li>- Capable de traiter des données qui sont à la fois incertaines et imprécises.</li> </ul>	<ul style="list-style-type: none"> <li>- Pas de règles générales pour le choix de l'espace de représentation qui est le facteur de réussite de diagnostic</li> <li>- Nombre de classes supposé connu au départ → connaissance supposée exhaustive</li> <li>- Toute observation doit appartenir à une classe définie</li> <li>- Les caractéristiques de certains modes de fonctionnement restent inconnues</li> </ul>
		L'analyse fréquentielle	<ul style="list-style-type: none"> <li>- Utile pour analyser des signaux qui montrent des oscillations avec des périodes longues (débit courant électrique, pression, ...)</li> <li>- Relativement simple à mettre en place</li> </ul>	<ul style="list-style-type: none"> <li>- Sensibilité aux bruits de mesure quand ceux-ci coïncident avec la zone fréquentielle d'intérêt</li> <li>- Nécessité d'un échantillonnage fréquent pour la reconstitution du signal tout en minimisant les pertes de fréquence</li> </ul>
		Les réseaux de neurones artificiels	<ul style="list-style-type: none"> <li>- Faible sensibilité aux bruits de mesure,</li> <li>- Capacité à résoudre des problèmes non linéaires et multi-variables</li> <li>- Capacité à apprendre en ligne et en temps réel</li> </ul>	<ul style="list-style-type: none"> <li>- Temps de calcul important pendant la phase d'apprentissage</li> <li>- Définition des paramètres du réseau délicate</li> </ul>
		L'analyse qualitative de la tendance	<ul style="list-style-type: none"> <li>- Méthode adaptée aux incertitudes, incomplétude et hétérogénéité des données</li> <li>- Adaptée aux procédés complexes (grand volume de données) grâce à sa représentation symbolique</li> <li>- Représentation de la connaissance adaptée à l'interprétation de l'opérateur humain</li> </ul>	<ul style="list-style-type: none"> <li>- Observation délicate des dérivées</li> <li>- Nécessite la mise en œuvre d'une étape de filtrage de bruit, d'un traitement de discontinuités</li> <li>- Nécessite une description exhaustive des modes du procédé et des comportements de défauts</li> <li>- Approche inappropriée dans le cas de dérivées lentes</li> </ul>
	Modèle Quantitatif	L'espace de parité	<ul style="list-style-type: none"> <li>- Méthode très générale</li> <li>- Facilite l'analyse des données : isolation de la défaillance</li> <li>- Connaissance du système découplée de la connaissance du diagnostic</li> <li>- Moindre coût de développement</li> <li>- Structure intéressante pour les procédés complexes</li> </ul>	<ul style="list-style-type: none"> <li>- Prise en compte d'incertitudes additives</li> <li>- Mal adaptée pour les non linéarités et les pannes non additives</li> </ul>

Avec modèle	Modèle Quantitatif	L'estimation paramétrique	<ul style="list-style-type: none"> <li>- Apporte de l'information sur l'ampleur des déviations</li> <li>- Méthode bien adaptée aux défauts multiplicatifs (ayant une incidence sur les paramètres)</li> <li>- Application à des procédés à faible nombre de variables où des modèles précis peuvent être définis.</li> </ul>	<ul style="list-style-type: none"> <li>- Nécessité d'avoir un système physique excité en permanence : Problème dans le cas de procédés dangereux ou fonctionnant en mode stationnaire</li> <li>- Relations entre les paramètres mathématiques et physiques pas toujours inversibles de façon unitaire → tâche de localisation du diagnostic difficile</li> <li>- Utilisation difficile pour des installations complexes due au grand nombre de variables mis en jeu</li> </ul>
		L'estimation d'état	<ul style="list-style-type: none"> <li>- Applicable aux systèmes linaires et non linéaires</li> <li>- Méthodes très répandues</li> <li>- Calcul simple</li> <li>- Possibilité de découpler les réponses des entrées inconnues</li> <li>- Méthode plus robuste aux bruits de mesures</li> </ul>	<ul style="list-style-type: none"> <li>- Nécessité d'avoir un modèle précis et complet</li> <li>- Mal adaptée au processus complexe</li> <li>- Erreur de diagnostic due aux perturbations</li> <li>- Pas de garantie de détection si le type de défaut n'a pas été modélisé</li> <li>- Adaptabilité difficile aux changements de processus et manque de méthode générale dû au caractère local du modèle (appliqué au système étudié)</li> </ul>
	Modèle qualitatif	Les graphes d'influence	<ul style="list-style-type: none"> <li>- Connaissance de comportements (modèles) de défaut non nécessaire pour la localisation</li> <li>- Capacité explicative</li> <li>- Exploitation au maximum de la structure</li> <li>- Langage graphique unique applicable à de nombreux systèmes</li> <li>- Repose uniquement sur le parcours de chemins causaux</li> </ul>	<ul style="list-style-type: none"> <li>- Génération d'un grand nombre d'hypothèses pouvant conduire à un diagnostic erroné</li> <li>- Construction de la structure peut entraîner des pertes d'information</li> </ul>
		La logique floue	<ul style="list-style-type: none"> <li>- Description de la structure physique connue d'un système</li> <li>- Approximation du comportement d'un système complexe</li> <li>- Variable de sortie directement liée aux variables d'entrée</li> </ul>	<ul style="list-style-type: none"> <li>- Règle n'ayant pas de signification sémantique claire</li> <li>- Ne fournit pas une meilleure compréhension de la relation entre les variables</li> </ul>

Tableau 2.1. Une analyse comparative synthétique des approches de détection et de diagnostic.

### a. Génération des résidus

La première étape d'une procédure de FDI est la génération des résidus. Ce terme de résidu est bien choisi et reflète d'une manière claire son utilité. En effet, c'est un indicateur de la défaillance du système. Dans le cas des observateurs, les résidus représentent l'écart entre la sortie réelle et la sortie estimée. En d'autres termes, c'est l'erreur d'estimation.

Les approches par observateurs sont les méthodes les plus couramment utilisées pour la génération des résidus [Chen et Patton, 1999 ; Frank et Ding, 1997 ; Witczak, 2007; Garcia et Frank, 1997 ; Frank, 1994; 1996 (a)]. Quelques unes sont décrites par la suite:

#### Observateur de Luenberger étendu

[Clark et al., 1975] ont utilisé l'observateur de Luenberger pour la détection de défaut des systèmes linéaires. Pour la détection des défauts des systèmes non-linéaires, on peut linéariser le modèle non-linéaire autour d'un point de fonctionnement et appliquer par la suite l'observateur de Luenberger. Le modèle non-linéaire est donc approché autour d'un point de fonctionnement par un modèle linéaire tel que sa dynamique soit proche de celle du modèle non-linéaire dans un voisinage du point de linéarisation considéré. Cependant, si le système s'éloigne de ce point de fonctionnement, le modèle linéaire présente une dynamique moins proche du modèle non-linéaire et l'erreur faite par la linéarisation est plus grande. L'idée d'un observateur de Luenberger étendu est de linéariser le modèle autour de la trajectoire estimée  $\hat{x}(t)$ , au lieu de la linéarisation autour d'un point de fonctionnement (exemple  $x = 0$ ), puis d'utiliser un observateur de Luenberger par la suite.

Considérons le système non-linéaire suivant:

$$\begin{aligned}\dot{x} &= a(x, u), & x(0) &= x_0 \\ y &= c(x, u)\end{aligned}\tag{2.1}$$

Les équations de l'évolution d'un observateur de Luenberger étendu s'écrivent :

$$\begin{aligned}\dot{\hat{x}} &= a(\hat{x}, u) + L(\hat{x}, u)(y - c(\hat{x}, u)), & \hat{x}(0) &= \hat{x}_0 \\ \hat{y} &= c(\hat{x}, u)\end{aligned}\tag{2.2}$$

Avec  $L(\hat{x}, u)$  le gain d'observateur qui est calculé de façon à ce que les valeurs propres de la quantité  $\left(\frac{\partial a(x, u)}{\partial x} - L(\hat{x}, u) \frac{\partial c(x, u)}{\partial x}\right)$  soient stable.

Une étude détaillée peut être trouvée dans [Zeitz, 1987]. Une approche similaire pour l'estimation de l'état et son application à la détection des défauts a été proposée dans [Adjallah, 1994]. À cause du calcul répétitif de gain à chaque instant, l'observateur de Luenberger étendu est rarement utilisé dans la pratique. Dans le cas stochastique, le filtre de Kalman étendu constitue l'approche la plus connue et la plus populaire pour traiter les systèmes non-linéaires. Il a été implémenté pour la première fois par Schmidt [Schmidt, 1966]. Ce filtre est similaire à l'observateur de Luenberger étendu. En effet, la linéarisation s'effectue au tour de la trajectoire estimée par le filtre (voir section 2.3.6).

### L'observateur de Thau

L'observateur de Thau a été développé par [Thau, 1973] pour l'estimation d'état d'une classe des systèmes non-linéaires. Par la suite, une application de cet observateur pour la détection de défauts a été proposée par [Schreier et al., 1997]. Les systèmes non-linéaires considérés sont de la forme:

$$\begin{aligned}\dot{x} &= Ax + Bu + g(x, u) \\ y &= Cx\end{aligned}\tag{2.3}$$

Où le couple  $(C, A)$  est supposé observable, et  $g(x, u)$  est une fonction non-linéaire vectorielle dépendante de  $x$  et  $u$  et satisfaisant la condition de Lipchitz :

$$\|g(x, u) - g(\hat{x}, u)\| \leq \gamma \|x - \hat{x}\|$$

La structure de l'observateur de Thau est la suivante :

$$\begin{aligned}\dot{\hat{x}} &= A\hat{x} + Bu + g(\hat{x}, u) + L(y - \hat{y}) \\ r &= y - C\hat{x}\end{aligned}\tag{2.4}$$

Avec le gain d'observateur  $L = P^{-1}C'$ , et  $P$  est la solution de l'équation de Lyapunov :

$$A'P + PA - C'C + \theta P = 0\tag{2.5}$$

Où  $\theta$  est une constante positive choisie de telle sorte qu'elle vérifie l'équation de Lyapunov précédente (2.5).

### Observateur non linéaire à entrées inconnues

Les observateurs à entrées inconnues annulent complètement l'effet des perturbations sur les résidus. L'observateur à entrées inconnues a d'abord été appliqué pour la détection de défauts dans [Wünnenberg et Frank, 1987] et plus tard des contributions ont été introduites dans [Frank et Wünnenberg, 1989] pour les systèmes linéaires. La démarche a été étendue à une classe de systèmes non linéaires dans [Wünnenberg, 1990]. Cette approche peut être appliquée à une classe de systèmes non linéaires modélisée par :

$$\begin{aligned}\dot{x} &= Ax + B(y, u) + E_d d + E_f(x, u) f_f \\ y &= Cx + F_f(x, u) f_s\end{aligned}\tag{2.6}$$

Où  $d$  représente les entrées inconnues,  $f_f$  et  $f_s$  représentent respectivement les défauts actionneurs et les défauts capteurs. Ainsi l'observateur est donné par:

$$\begin{aligned}\dot{\hat{x}} &= F\hat{x} + J(y, u) + Gy \\ r &= L_1\hat{x} + L_2y\end{aligned}\tag{2.7}$$

Pour assurer le découplage des entrées inconnues, les conditions suivantes doivent être satisfaites [Frank et al., 1999].

$$TA - FT = GC, \quad F \text{ stable}$$

$$J(y, u) = TB(y, u)$$

$$L_1T + L_2C = 0, TE_d = 0$$

$$\text{rang} \left( TE_f(x, u) \right) = \text{rang} \left( E_f(x, u) \right)$$

$$\text{rang} \left( \begin{bmatrix} G \\ L_2 \end{bmatrix} \right) = \text{rang} \left( F_f(x, u) \right)$$

Une fois les conditions ci-dessus remplies, on définit l'erreur d'estimation par  $e = Tx - \hat{x}$ , ainsi que la dynamique de l'erreur et le résidu est régis par :

$$\begin{aligned} \dot{e} &= Fe - GE_f(x, u)f_f + TF_f(x, u)f_s \\ r &= L_1e + L_2F_f(x, u)f_s \end{aligned} \quad (2.8)$$

Un inconvénient majeur des méthodes à base d'observateur à entrées inconnues est qu'elles ne sont applicables que pour une classe limitée de systèmes non-linéaires. D'autres méthodes ont été proposées dans la littérature pour transformer les modèles non-linéaires à la forme convenable pour l'application des observateurs à entrées inconnues, mais les conditions de transformation sont trop restrictives [Chen et Patton, 1999].

### Observateurs non-linéaires à découplage des perturbations

Pour remédier aux conditions très restrictives de l'existence des observateurs à entrées inconnues, [Seliger et Frank, 1991] ont proposé des observateurs non-linéaires à découplage des perturbations. Une classe plus large des systèmes non-linéaires est considérée pour cette approche.

$$\begin{aligned} \dot{x} &= a(x, u) + E_d(x)d + E_f(x, u)f \\ y &= c(x, u) \end{aligned} \quad (2.9)$$

Le découplage d'une partie de l'état du système de l'effet des perturbations, à l'aide d'une transformation non-linéaire  $z = T(x)$ , permet de mettre le système (2.9) sous la forme :

$$\dot{T}(x) = \frac{\partial T(x)}{\partial x} (a(x, u) + E_d(x)d + E_f(x, u)f) \quad (2.10)$$

La transformation est choisie de façon à ce que la sensibilité du système transformé aux perturbations soit minimale et maximale aux défauts. Une telle transformation peut être donnée par :

$$\frac{\partial T(x)}{\partial x} E_d(x) = 0 \quad (2.11)$$

Ainsi le système transformé n'est plus affecté par les perturbations et se met sous la forme :

$$\dot{z} = \frac{\partial T(x)}{\partial x} (a(x, u) + E_f(x, u)f_f) \quad (2.12)$$

$$y^* = c^*(z, u, y)$$

[Seliger et Frank, 1991] ont discuté le cas où la matrice de distribution des perturbations est dépendante de  $u$ . Dans ce cas la transformation requise sera dépendante en  $u$ .

### Les observateurs grand-gain

Les observateurs grand-gain sont des observateurs qui présentent d'excellentes propriétés globales dont la référence historique est l'article de [Gauthier et al, 1992]. Ils ont été appliqués pour la détection de défauts par [Hammouri et al., 1999 (a)]. Pour plus de détail sur ce type d'observateur voir section (2.3.6).



### Observateur à mode glissant

Les observateurs à mode glissant ont été largement utilisés pour la détection de défauts des systèmes linéaires [Edwards et al., 2000 ; Tan et Edwards, 2002] ainsi que pour les systèmes non-linéaires [Yan et Edwards, 2007 ; 2008]. La robustesse aux bruits et aux incertitudes les rend plus appropriés pour l'estimation d'états et le diagnostic. Le principe des observateurs à mode glissant consiste à contraindre, à l'aide d'une fonction discontinue, les dynamiques d'un système d'ordre  $n$  à converger vers une variété  $S$  de dimension  $(n - p)$  dite surface de glissement ( $p$  est la dimension du vecteur de mesure). L'attractivité de cette surface est assurée par des conditions appelées conditions de glissement. Si ces conditions sont vérifiées, le système converge vers la surface de glissement et y évolue selon une dynamique d'ordre  $(n - p)$ . Dans le cas des observateurs à mode glissant, les dynamiques concernées sont celles des erreurs d'observations  $e_1(t) = z_1(t) - \hat{z}_1(t)$ . A partir des valeurs initiales  $e_1(0)$ , ces erreurs convergent vers les valeurs d'équilibre en deux étapes :

Dans la première étape, la trajectoire des erreurs d'observation évolue vers la surface de glissement sur laquelle les erreurs de sortie  $e_y = y - \hat{y}$  sont nulles. Cette étape est appelée mode d'atteinte. L'attractivité de la surface de glissement est garantie si la fonction de Lyapunov  $V(x) = S'x$  vérifie la condition  $\dot{V}(x) < 0$  si  $S \neq 0$ .

Dans la deuxième phase, la trajectoire des erreurs d'observation glisse sur la surface de glissement avec des dynamiques imposées de manière à annuler toutes les erreurs d'observation. Ce dernier mode est appelé mode de glissement. Durant cette étape, le gain de correction agit de manière à satisfaire la condition d'invariance suivante :  $\{\dot{S} = 0 \text{ et } S = 0\}$ .

Nous décrivons par la suite les principales étapes de conception d'un observateur à mode glissant donné par [Yan et Edwards, 2007]. Considérons une classe des systèmes non-linéaires décrite par :

$$\begin{aligned}\dot{x} &= Ax + g(x, u) + E\psi(t, u, x) + Dd(t, u, y) \\ y &= Cx\end{aligned}\tag{2.13}$$

$x \in \mathbb{R}^n$ ,  $u \in \mathbb{R}^m$ , et  $y \in \mathbb{R}^p$  sont respectivement le vecteur d'état, d'entrées et de sorties.  $A \in \mathbb{R}^{n \times n}$ ,  $E \in \mathbb{R}^{n \times r}$ ,  $D \in \mathbb{R}^{n \times q}$  et  $C \in \mathbb{R}^{p \times n}$  sont des matrices constantes. La fonction inconnue  $g(x, u)$  est Lipchitzienne par rapport à  $x$ . Une fonction de perturbation inconnue  $\psi(t, u, x)$  est bornée et vérifie :

$$\|\psi(t, u, x)\| \leq \xi(t, u, x)$$

Si la condition  $\text{rang}(C[E \ D]) = \text{rang}([E \ D])$  est satisfaite, alors il existe un changement de coordonnées, tel que le triplet  $(A, [E \ D], C)$  a la structure suivante:

$$\left( \begin{bmatrix} A_1 & A_2 \\ A_3 & A_4 \end{bmatrix}, \begin{bmatrix} 0_{(n-p) \times r} & 0_{(n-p) \times q} \\ E_2 & D_2 \end{bmatrix}, [0_{p \times (n-p)} \ C_2] \right)\tag{2.14}$$

Où  $A_1 \in \mathbb{R}^{(n-p) \times (n-p)}$ ,  $C_2 \in \mathbb{R}^{p \times p}$  sont des matrices non singulières. Ainsi le système (2.13) peut donc être mis sous la forme:

$$\begin{aligned}\dot{x}_1 &= A_1 x_1 + A_2 x_2 + g_1(x, u) \\ \dot{x}_2 &= A_3 x_1 + A_4 x_2 + g_2(x, u) + E_2 \psi(t, u, x) + D_2 d(t, u, y) \\ y &= C_2 x_2\end{aligned}\tag{2.15}$$

Les zéros invariants de  $(A, [E \ D], C)$  sont dans  $\mathbb{C}^-$ . Il existe une matrice  $L$  de la forme  $L = [L_1 \ 0]$  tel que  $A_1 + LA_3$  est stable.

La reconstruction des variables d'états est basée sur les sorties mesurées. En appliquant le changement de coordonnées suivant, les sorties apparaissent directement comme des composantes du vecteur d'état.

$$z = \begin{bmatrix} I_{n-p} & L \\ 0 & I_p \end{bmatrix} x \quad (2.16)$$

On obtient

$$\begin{aligned} \dot{z}_1 &= (A_1 + LA_3)z_1 + (A_2 + LA_4 - (A_1 + LA_3)L)z_2 + [I_{n-p} \ L]g_1(T^{-1}z, u) \\ \dot{z}_2 &= A_3z_1 + (A_4 - A_3L)z_2 + g_2(T^{-1}z, u) + E_2\psi(T^{-1}z, u, t) + D_2d(t, u, y) \\ y &= C_2z_2 \end{aligned} \quad (2.17)$$

Ainsi, un observateur à mode glissant pour le système (2.13) est donné par:

$$\begin{aligned} \dot{\hat{z}}_1 &= (A_1 + LA_3)\hat{z}_1 + (A_2 + LA_4 - (A_1 + LA_3)L)C_2^{-1}y + [I_{n-p} \ L]g_1(T^{-1}\hat{z}, u) \\ \dot{\hat{z}}_2 &= A_3\hat{z}_1 + (A_4 - A_3L)\hat{z}_2 - K(y - C_2\hat{z}_2) + g_2(T^{-1}\hat{z}, u) + \vartheta(t, u, y, \hat{y}, \hat{z}) \\ \hat{y} &= C_2\hat{z}_2 \end{aligned} \quad (2.18)$$

La matrice de gain  $K$  est choisie de manière que  $C_2(A_2 - A_3L)C_2^{-1} + C_2K$  soit symétrique définie négative. La fonction  $\vartheta$  est de la forme :

$$\vartheta = k(.)C_2^{-1} \frac{y - \hat{y}}{\|y - \hat{y}\|} \quad \text{si } y - \hat{y} \neq 0$$

Où  $k(.)$  est scalaire positive à déterminer. Les erreurs d'estimation d'état et de sortie sont données par  $e_1 = z_1 - \hat{z}_1$  et  $e_y = y - \hat{y} = C_2(z_2 - \hat{z}_2)$ . La dynamique des erreurs d'estimation s'écrit:

$$\begin{aligned} \dot{e}_1 &= (A_1 + LA_3)e_1 + [I_{n-p} \ L](G(T^{-1}z, u) - G(T^{-1}\hat{z}, u)) \\ \dot{e}_y &= C_2A_3e_1 + (C_2(A_4 - A_3L)C_2^{-1} + C_2K)e_y + C_2(G_2(T^{-1}z, u) - G_2(T^{-1}\hat{z}, u)) - C_2\vartheta \\ &\quad + C_2D_2d(y, u, t) + C_2E_2\psi(T^{-1}z, u, t) \end{aligned}$$

Considérons la surface de glissement  $S = \{(e_1, e_y) | e_y = 0\}$

$e_1$  est asymptotiquement stable si l'inégalité matricielle  $\bar{A}'\bar{P}' + \bar{P}\bar{A} + \frac{1}{\epsilon}\bar{P}\bar{P}' + \epsilon\gamma_g^2I_{n-p} + \alpha P < 0$  se résout pour  $\bar{P}$ . Où  $\bar{P} = P[I_{n-p} \ L]$ ,  $\bar{A} = [A_1 \ A_3]^T$ ,  $P > 0$ ,  $\alpha$  et  $\epsilon$  sont des constantes positives et  $\gamma_g$  est une constante Lipchitz de  $g(x, u)$  par rapport à  $x$ .

A ce stade, le mode de glissement associé à la surface de glissement  $S$  est stable. L'objectif de ce qui suit est de déterminer le gain  $k(.)$  de façon à ce que la surface de glissement soit atteinte au bout d'un temps fini  $t_s$  et le mode de glissement soit maintenu. Pour cela, on considère l'équation candidate de Lyapunov suivante :  $\tilde{V}(e_y) = e_y'e_y$ . En choisissant  $k(.)$  qui vérifie  $k(t, u, y, \hat{z}) \geq (\|C_2A_3\| + \|C_2\|\gamma_g + \|C_2E\|\gamma_\xi)\hat{w} + \|C_2E_2\|\xi(T^{-1}\hat{z}, u, t) + \|C_2D_2\|\rho(y, u, t) + \eta$ , la dérivée de l'équation de Lyapunov précédente satisfait  $\dot{\tilde{V}} \leq -2\eta\sqrt{\tilde{V}}$ . Où  $\eta$  est une constante positive et  $\hat{w}$  est la solution de l'équation différentielle  $\dot{\hat{w}} = -\frac{1}{2}\alpha\hat{w}(t)$ . Par conséquent, le régime glissant est établi dans un temps fini  $t_s$ .

### b. La détection

Après la génération des résidus, la deuxième étape du système FDI est la détection. Elle permet de déterminer la présence ou non d'un défaut. La détection consiste en l'évaluation des résidus. D'une manière générale, les résidus sont directement liées aux variations provenant des sorties (bruit de mesures, défauts capteurs), des entrées (défaut actionneurs, entrées inconnues, perturbations...)

Soit un vecteur de mesure  $y$  (de dimension  $p$ ) lié au vecteur d'état  $x$  (de dimension  $n$ ), au vecteur de commande  $u$  (de dimension  $m$ ), au vecteur de paramètre  $\theta$  (de dimension  $q$ ), au vecteur de bruit  $\vartheta$  (de dimension  $b$ ) et au vecteur des défauts  $d$  (de dimension  $l$ ) par une fonction relative au comportement de processus, on peut définir :

$$y = f(x, u, \theta, \vartheta, d)$$

Un résidu est un vecteur dont la dimension dépend à la fois de la méthode utilisée par la génération et du système étudié. Un résidu dans le cas d'estimation de sortie est donné par:

$$r = y - f(x, u, \theta, \vartheta, d)$$

Avec  $r = 0$  dans le cas sans défaut  $d$  et sans bruit  $\vartheta$ .

Comme il est mentionné dans la figure (2.7), la phase de détection se décompose en trois étapes: évaluation des résidus, choix du seuil et prise de décision. Ces étapes sont décrites ci-dessous:

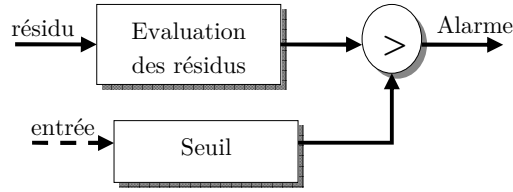


Figure 2.7. Phase de détection.

- *Evaluation des résidus*: en se basant sur le type du modèle à diagnostiquer, deux stratégies se posent. Pour les systèmes déterministes, des stratégies d'évaluation de la norme de résidus sont préférées, et dans le cas des systèmes stochastiques, des méthodes statistiques sont adoptées. Divers fonctions d'évaluations sont proposées dans la littérature. Une étude détaillée est proposée par [Ding, 2008].

Dans des conditions déterministes, la norme  $L_2$  est la plus utilisée pour l'évaluation des résidus. Elle est définie par :

$$\|r\|_2 = \sqrt{\int_0^\infty r^T r \, dt}$$

L'implémentation de la norme  $L_2$  n'est pas faisable, puisque la valeur de  $\|r\|_2$  n'est pas connu à  $t = \infty$ . Par conséquent, elle est calculée sur un intervalle de temps par:

$$\|r\|_{2,[t-\tau,t]} = \sqrt{\int_{t-\tau}^t r^T r \, dt}$$

L'utilisation de  $\|r\|_{2,[t-\tau,t]}$  au lieu de la norme  $\|r\|_2$  réduit l'optimalité de la méthode de détection de défauts [Ye et al., 2002].

La RMS (la Moyenne Quadratique) est utilisée aussi pour l'évaluation des résidus

$$\|r\|_{RMS} = \sqrt{\frac{1}{\tau} \int_0^\tau r^T r \, dt}$$

Une assez large classe de fonction d'évaluation utilisée dans la littérature peut être représentée sous la forme suivante:

$$\mathcal{L}_v r = \left( \int_0^t v(t-\tau) |r|^p \, dt \right)^{\frac{1}{p}}$$

Où le support de la fonction  $v$  permet de décrire une fenêtre temporelle utilisée pour l'évaluation des résidus, éventuellement avec une certaine pondération. Une fonction d'évaluation avec  $p = 2$  est utilisée, par exemple dans [Zhang et al., 2002].

D'autres fonctions d'évaluation des résidus plus couramment utilisées comprennent: la valeur absolue, la valeur moyenne, etc.

Dans le cadre stochastique, sans être exhaustif, nous pouvons citer le test robuste du maximum de vraisemblance (generalized Likelihood Ratio-GLR) proposé par Willsky [Willsky, 1976]. Plus de détails sur les fonctions d'évaluations stochastiques peuvent être trouvés dans [Ding, 2008 ; Blanke et al., 2006 ; Basseville, 2003].

- *Choix du seuil* : dans le cadre idéal (absence d'incertitude du modèle, pas de bruits), les résidus sont supposés avoir une valeur théorique nulle et non nulle dans le cas contraire. La principale difficulté dans la détection est le choix du seuil des résidus vérifiant les propriétés suivantes :

- $r(t) \geq \varepsilon$ , présence d'un défaut
- $r(t) < \varepsilon$ , absence d'un défaut

Un seuil trop grand risque d'engendrer une non-détection: la situation est supposée normale alors qu'elle ne l'est pas. Au contraire, un seuil trop faible entrainera des fausses alarmes: la situation est supposée anormale alors qu'elle ne l'est pas. Ainsi, se pose le problème de déterminer à partir de quel écart peut-on considérer qu'un défaut est potentiellement détecté. La problématique est donc de trouver un seuil optimal qui constituera le compromis idéal entre un taux de non-détection et un taux de fausse alarme minium. Il existe deux types de seuil: seuil fixe et seuil adaptatif (figure (2.8))

- Seuil fixe: concernant le seuillage, les premiers travaux ont porté sur l'élaboration des seuils fixes, indépendants du temps et des entrées du système. La méthode consiste à détecter l'instant pour lequel les résidus sortent d'une zone délimitée par des seuils autour d'une valeur objectif. Par exemple, [Walker et Gai, 1979] l'ont défini à l'aide de la théorie de Markov. Une incertitude ou une perturbation extérieure peut rendre inadaptée la détection par rapport à un seuil de valeur constante prédéfini.
- Seuil adaptatif: cette méthode permet d'être robuste contre les incertitudes du modèle et le bruit. L'idée consiste à définir des bornes inférieures et supérieures pour le résidu

en fonction des bornes des incertitudes des paramètres et des bruits de mesures. De nombreuses contributions existent dans ce domaine [Ding et Frank, 1991 ; Sauter et al., 1996].

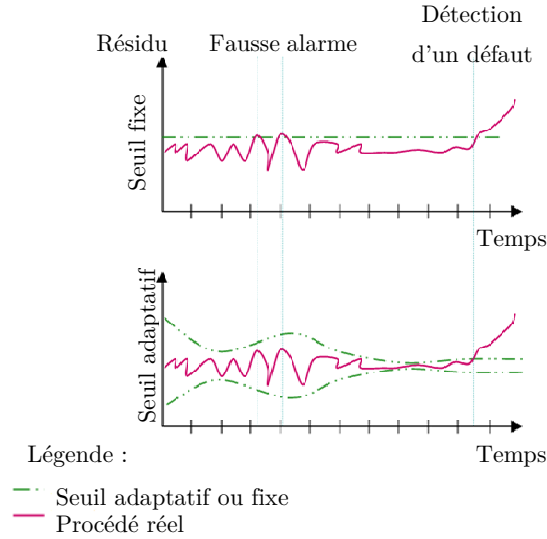


Figure 2.8. Différents types de seuil.

- *La prise de décision*: la troisième étape de l'évaluation d'un résidu est la prise de décision logique. La méthode la plus simple est de faire une comparaison entre le seuil et le résidu, si les résidus dépassent la valeur fixée du seuil, alors une alarme se déclenche indiquant la présence d'un défaut. D'autres méthodes, se basant sur la logique floue ou les réseaux de neurones, servent aussi pour l'évaluation des résidus, pour plus de détails voir [Frank, 1996 (a)].

### c. La localisation

L'objectif de la localisation est de remonter à l'origine du défaut. Elle est nommée encore isolation de défaut. Pour détecter un défaut, un seul résidu est à la limite nécessaire, cependant plusieurs résidus (ou vecteur de résidus) sont souvent requis pour l'isolation des défauts. Pour pouvoir localiser efficacement un ou plusieurs défauts, le vecteur résidu doit avoir un certain nombre de propriétés permettant de caractériser de manière unique chaque défaut.

Soit

$$r_i = g(f_1, f_2, \dots, f_p) \quad i = 1 \dots n$$

Où  $f_i$  est un défaut. Deux types de résidus peuvent se présenter [Patton, 1994]: les résidus directionnels et résidus structurés.

- *les résidus directionnels* : l'idée de cette approche est de générer un résidu sous forme d'un vecteur. En réponse à un défaut donné, le vecteur résidu est orienté suivant une direction privilégiée de l'espace de résidus. Le vecteur de résidu  $r(t)$ , en réaction à un défaut  $f_i(t)$ , s'exploite sous la forme :

$$r(t/f_i) = \gamma_i(t)\rho_i \quad i \in \{1, 2, \dots, n\}$$

Où  $\rho_i$  est un vecteur nommé signature directionnelle du défaut  $i$  dans l'espace des résidus et  $\gamma_i(t)$  est une fonction scalaire qui dépend de l'amplitude de la dynamique du défaut [Gertler, 1998]. Ainsi, la localisation du défaut se réduit à la détermination de la signature la plus proche de la signature réelle obtenue par le calcul des vecteurs de résidus. La figure (2.9) illustre l'exemple d'un problème de localisation de défauts en utilisant des résidus directionnels. Les vecteurs en trait plein représentent les signatures réelles du résidu à des instants différents. Les trois vecteurs en trait pointillé représentent les signatures directionnelles théoriques.

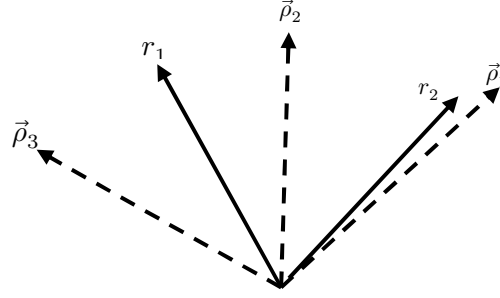


Figure 2.9. Localisation des défauts en utilisant des résidus directionnels

La signature réelle de  $r_2$  est très proche de la signature théorique du défaut 1. Cependant,  $r_2$  ne coïncide pas exactement avec  $\rho_1$  à cause des perturbations. Implicitement, l'influence des perturbations est considérée petite devant celle des défauts. Par contre, le résidu  $r_1$  est plus difficile à évaluer en étant aussi proche de  $\rho_2$  et  $\rho_3$ .

- *Les résidus structurés*: cette approche est amplement utilisée à cause de sa simplicité et son principe de généralité (elle s'applique aux systèmes linéaires et non-linéaires). Les résidus sont conçus de manière à être chacun affectés par un sous ensemble de fautes et robustes par rapport aux fautes restantes. Ainsi, un seul sous-ensemble de résidus réagit, lorsqu'un défaut  $f_i$  apparaît. Par la suite, une table de signature ou table d'incidence regroupe les informations de sensibilité et de robustesse pour les résidus. Elle est définie de la façon suivante:

$$T: R \times F \mapsto [0; 1]$$

$$(r, f) \rightarrow T(r, f)$$

$$\text{Avec } T(r, f) = \begin{cases} 1 & \text{si et seulement si } r \text{ est sensible au défaut } f \\ 0 & \text{si et seulement si } r \text{ est robuste au défaut } f \end{cases}$$

Les dimensions de la table de signature sont déterminées à partir du nombre de capteurs ou actionneurs et du nombre de résidus engendré par la méthode choisie. C'est une table binaire, dont la colonne  $j$  correspond au défaut  $f_j$  et la ligne  $i$  correspond au résidu  $r_i$ .

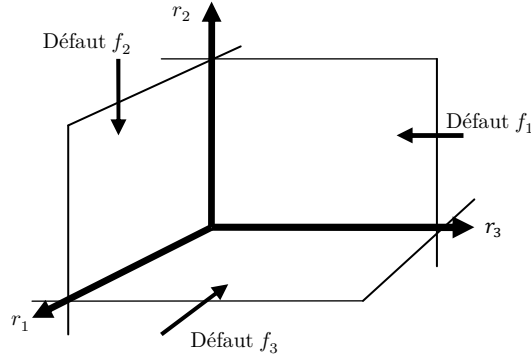


Figure 2.10. Résidus structurés

En employant les termes utilisés par [Gertler, 1992], on qualifie la table de signature de:

- non localisante: si aux moins deux signatures de pannes sont identiques (a).
- faiblement localisante: si toutes les signatures de pannes sont différentes, mais si on modifie une signature en changeant un «1» par «0», on trouve autre signature déjà existante (b).
- fortement localisante: si toutes les signatures de défauts sont différentes et ne peuvent être déduite d'une autre en modifiant un «1» par «0» (c).

$$\begin{aligned}
 T_1 = & \begin{matrix} & f_1 & f_2 & f_3 & f_4 & f_5 \\ \begin{matrix} r_1 \\ r_2 \\ r_3 \\ r_4 \end{matrix} & \begin{pmatrix} 0 & 1 & 0 & 1 & 0 \\ 0 & 0 & 1 & 0 & 1 \\ 0 & 0 & 0 & 1 & 0 \\ 1 & 0 & 1 & 1 & 1 \end{pmatrix} \end{matrix} & T_2 = & \begin{matrix} & f_1 & f_2 & f_3 & f_4 & f_5 \\ \begin{matrix} r_1 \\ r_2 \\ r_3 \\ r_4 \end{matrix} & \begin{pmatrix} 0 & 1 & 0 & 1 & 0 \\ 0 & 0 & 1 & 0 & 1 \\ 0 & 0 & 0 & 1 & 0 \\ 1 & 0 & 1 & 1 & 0 \end{pmatrix} \end{matrix} & T_3 = & \begin{matrix} & f_1 & f_2 & f_3 & f_4 & f_5 \\ \begin{matrix} r_1 \\ r_2 \\ r_3 \\ r_4 \end{matrix} & \begin{pmatrix} 0 & 1 & 0 & 1 & 1 \\ 0 & 0 & 1 & 0 & 1 \\ 0 & 0 & 0 & 1 & 1 \\ 1 & 0 & 1 & 1 & 0 \end{pmatrix} \end{matrix}
 \end{aligned}$$

(a)
(b)
(c)

Figure 2.11. Différents types de tables de signature.

De nombreux schémas sont proposés dans la littérature pour concevoir des résidus structurés, parmi elles, on peut citer:

- Schémas d'observateur dédié (DOS- Dedicated Observer Scheme),
- schémas d'observateur généralisé (GOS- Generalized Observer Scheme).

Dans un schéma d'observateur dédié (DOS), le  $i^{\text{ème}}$  observateur est piloté par la  $i^{\text{ème}}$  entrée et toutes les sorties; les  $m - 1$  autres entrées restantes sont considérées comme inconnues et la sortie de cet  $i^{\text{ème}}$  observateur est insensible aux défauts des entrées non utilisées.

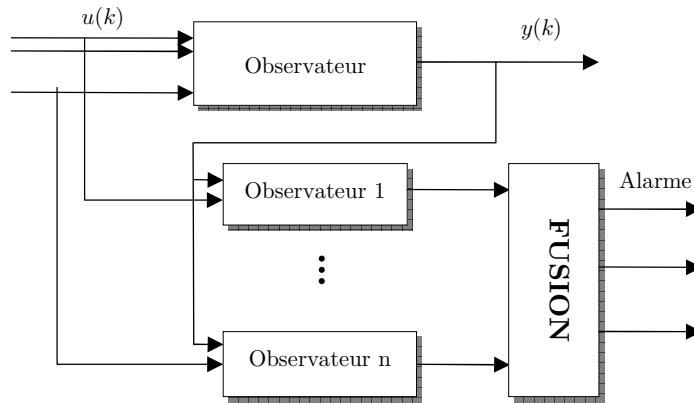


Figure 2.12. Observateur DOS pour la détection des défauts actionneurs.

La figure (2.13) est un schéma d'observateur généralisé (GOS). Elle est relative à une structure où le  $i^{\text{ème}}$  observateur est piloté par toutes les entrées sauf la  $i^{\text{ème}}$  et toutes les sorties. La sortie de cet observateur est donc sensible aux défauts de toutes les entrées sauf ceux de l'entrée  $i$ . Le principe est le même pour la reconstruction des défauts capteurs.

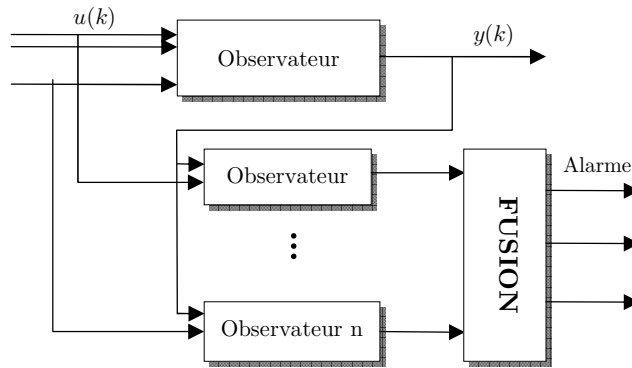


Figure 2.13. Observateur GOS pour la détection des défauts capteurs.

#### d. L'identification

Bien qu'elle soit très importante dans un schéma de diagnostic, l'identification ou l'estimation de défaut a reçu moins d'intérêt dans les recherches scientifiques et spécialement pour les systèmes non-linéaires. L'objectif de cette procédure consiste à déterminer (identifier) la caractéristique précise de la défaillance. L'identification ou l'estimation du défaut est une tâche plus délicate et qui nécessite d'utiliser un modèle de comportement du système de niveau élevé de connaissance sur les défaillances (le graphe du défaut, sa structure, sa dynamique). Obtenir une estimation du défaut permet bien entendu de donner une image beaucoup plus précise de l'état du système et de mettre en œuvre des procédures de commande à savoir des procédures tolérantes aux défaillances. Cette partie sera expliquée plus en détails dans le chapitre 4.



#### 2.2.4. Caractéristiques souhaitables d'un système de diagnostic

A partir de la classification des méthodes de diagnostic du paragraphe (2.2.2) de ce chapitre, nous avons mis en avant qu'il est très difficile de comparer ces méthodes. Afin de définir une comparaison, il est utile d'identifier un ensemble de caractéristiques souhaitables qu'un système de diagnostic devrait avoir. Ainsi les différentes approches peuvent être évaluées à partir de cet ensemble commun de conditions.

- *La rapidité de détection*: c'est la capacité d'un système de diagnostic à détecter et à isoler rapidement une défaillance. La réponse rapide d'un système de diagnostic est de détecter les défauts difficiles à être détecter (graduels, intermittents). Détecter des défauts avant leurs complètes apparitions est très bénéfique pour la sûreté de fonctionnement. Cependant, le système de diagnostic sera sensible aux fausses alarmes.
- *L'isolabilité*: c'est la capacité de localisation d'origine du défaut. Le degré d'isolabilité est lié à la structure du système de diagnostic et aussi à la méthode de conception des résidus. Les incertitudes de modélisation et les perturbations limitent les caractéristiques d'isolabilité d'un système de diagnostic. C'est pour cette raison qu'il y a un compromis entre l'isolabilité et le rejet des incertitudes.
- *L'identifiabilité d'un défaut*: c'est la détermination du type et de la nature du défaut. Obtenir une bonne identification du défaut est difficile à réaliser à cause de la présence des perturbations et des incertitudes de modélisation.
- *La robustesse*: la robustesse peut être définie comme étant le rapport entre une sensibilité maximale vis-à-vis du défaut recherché et une sensibilité minimale vis-à-vis des autres perturbations (bruits de mesures, variations paramétriques, incertitudes de modélisation...)

Une amélioration de la robustesse peut être réalisée par le choix approprié :

- de la méthode de génération des résidus qui dépend des défauts à détecter et des perturbations,
- des fonctions de prise de décisions en fonction du type de résidus générés (structurés ou directionnels).
- *L'adaptabilité*: les conditions opérationnelles d'un système changent en raison des modifications des entrées extérieures ou des modifications des conditions environnementales (changement de la qualité des matières premières). Par conséquent, un système de diagnostic s'adapte à ses changements dans le but de maintenir les performances de diagnostic.
- *L'identification des défauts multiples*: la capacité d'identifier des défauts et de classer correctement les défauts multiples qui peuvent coexister dans un système. C'est un problème du à l'interaction de la plupart des défauts. Une autre raison est le nombre de combinaisons différentes de défauts multiples à prendre en compte, ce qui engendre une combinatoire prohibitive pour de grands nombres de processus.

Donc nous pouvons récapituler que ses performances consistent à minimiser (retards à la détection, taux de fausse alarme et de mauvaise détection, et le temps de calcul pour une utilisation en temps réel) et à maximiser (la sensibilité à des défauts graduels et l'insensibilité aux bruits et aux incertitudes sur les paramètres du modèle).

Il est clair que ces critères sont contradictoires, ainsi une optimisation simultanée de ces critères semble difficile. Les méthodes de détection doivent être choisies selon un compromis précisé dans un cahier de charge, en avantageant certains critères et en pénalisant d'autres.

Jusqu'à ce point, nous avons donné une description des méthodes de diagnostic. Aussi, nous nous sommes longuement arrêtés sur les méthodes de diagnostic à base de modèle et les différentes étapes suivies pour le diagnostic: la génération de résidu, la détection, la localisation et l'identification des défauts. À la fin de cette première partie, une présentation des performances des méthodes de diagnostic qui vise principalement à minimiser la sensibilité d'un système de diagnostic aux perturbations et aux incertitudes et à maximiser sa sensibilité aux défauts, a été donnée.

Nous allons maintenant étudier plus en détails l'observabilité des systèmes non linéaires.

### **2.3. Observabilité et observateurs grand gain**

Bien qu'elles soient indispensables pour la description mathématique de la dynamique du système, il arrive souvent que certaines variables d'état ne soient pas accessibles à la mesure.

Pour des raisons techniques et économiques, ce problème est particulièrement prépondérant dans le domaine d'épuration des eaux usées où l'instrumentation des mesures est limitée par le manque de capteurs fiables et peu coûteux.

L'accès en ligne de l'état du système constitue un élément essentiel pour la conduite automatisée, la commande ou encore le diagnostic des pannes. L'état du système est composé par un ensemble de variables décrivant l'évolution du processus. Ces variables décrivent généralement un comportement physique et peuvent inclure certains paramètres intervenant dans le modèle. Malheureusement, dans la plupart des procédés physiques seulement quelques mesures en ligne donnant une information sur l'évolution du système sont à la disposition de l'opérateur. Un des problèmes auxquels sont confrontés les industriels est le manque d'instrumentation en ligne. En particulier, les mesures courantes dans les stations d'épurations biologiques sont réalisées le plus souvent hors ligne et nécessitent des procédures d'analyse engendrant des retards importants.

Une alternative pour pallier à ces limitations consiste à développer des capteurs logiciels, ou encore appelés observateurs d'état ou estimateurs en termes de l'automatique. Ces outils permettent de reconstruire une estimation des variables non mesurées ou des paramètres mal connus, à partir des mesures.

### 2.3.1. Généralité sur les observateurs

La figure (2.14) fournit le schéma de principe d'un observateur.

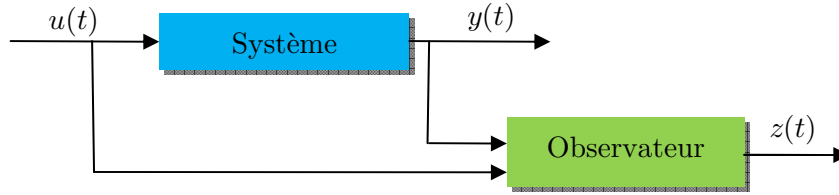


Figure 2.14. Schéma de principe d'un observateur

#### Définition 2.1.

Un observateur est un système dynamique auxiliaire dont les entrées sont constituées des vecteurs d'entrées  $u(t)$  et de sortie  $y(t)$  du système. Il a pour rôle de donner une estimation  $\hat{x}(t)$  du vecteur d'état  $x(t)$  du système considéré. Cet état estimé sera utilisé à des fins de commande du système ou de détection et localisation des défauts. Un tel système peut être représenté d'une façon générale comme suit :

$$\dot{x}(t) = f(x(t), u(t), y(t), t)$$

$$\hat{x}(t) = g(x(t), u(t), y(t), t)$$

Tel que

$$(i) \quad \hat{x}(0) = x(0) \Rightarrow \hat{x}(t) = x(t), \forall t \geq 0;$$

$$(ii) \quad \|\hat{x}(t) - x(t)\| \rightarrow 0 \text{ lorsque } t \rightarrow \infty;$$

Si (ii) est vérifié pour tout  $x(0)$  et  $\hat{x}(0)$ , l'observateur est global.

Si (ii) est vérifié avec une convergence exponentielle, l'observateur est exponentiel.

Si (ii) est vérifié avec une vitesse de convergence à régler, l'observateur est réglable.

La conception et l'étude d'un observateur peuvent être divisées en trois étapes :

- *L'observabilité* : c'est une étape primordiale pour la mise au point d'un observateur. Elle permet de savoir si la reconstitution de l'état à partir des mesures est réalisable.
- *La convergence* : c'est l'étude de la convergence de l'état estimé vers l'état réel, et à quelle vitesse (convergence exponentielle, convergence asymptotique,...) ?
- *La stabilité* : la stabilité d'un algorithme de contrôle qui s'appuie sur l'estimation fournie par l'observateur.

### 2.3.2. Système en considération

On considère un système composé de deux équations différentielles de la forme :

$$\Sigma \begin{cases} \dot{x}(t) = f(x(t), u(t), t) \\ y(t) = h(x(t), u(t), t) \\ x(0) = x_0 \end{cases} \quad (2.19)$$

Où

- $x(t) \in X$  est l'état du système.  $X$  est une variété de dimension  $n$ ,
- $u(t) \in U_{adm} \subset \mathbb{R}^{n_u}$  est un ensemble des valeurs de contrôles dites admissibles,
- $y(t)$  est l'ensemble des fonctions mesurables (ou sorties) à valeurs dans  $\mathbb{R}^{n_y}$ ,
- $f$  est une famille de champs de vecteurs paramétrée par  $u$ , et
- $h$  est une application de  $X \times \mathcal{U}_{adm}$  à valeurs dans  $\mathbb{R}^{n_y}$ .

**Les entrées** sont des fonctions définies sur un intervalle semi-ouvert de la forme  $[0, T[$  (avec la possibilité que  $T = +\infty$ ). Les fonctions  $u(\cdot)$  sont des fonctions mesurables et bornées sur tout sous-intervalle de  $[0, T[$ . L'ensemble de fonction correspondante est  $L^\infty(\mathcal{U}_{adm})$ .

**Les sorties** aussi sont des fonctions définies sur un intervalle semi-ouvert de la forme  $[0, T(u)[$ . Les fonctions de sorties sont des fonctions mesurables et bornées sur tout sous-intervalle de  $[0, T(u)[$ . L'ensemble de fonction correspondante est  $L^\infty(\mathbb{R}^{n_y})$ .

L'ensemble des systèmes ayant la forme  $(\Sigma)$  est noté  $\mathcal{S} = \{\Sigma = (f, h)\}$ . La propriété de généricité ou non-généricité des systèmes observables est considérée par rapport à l'ensemble  $\mathcal{S}$ .

### 2.3.3. Observabilité des systèmes non-linéaires

Avant de construire un observateur, on doit se demander dans quelles conditions ceci est possible ?

Considérons un système linéaire défini par les équations suivantes :

$$\begin{cases} \dot{x} = Ax + Bu \\ y = Cx \end{cases} \quad (2.20)$$

Avec  $x \in X$ ,  $u \in \mathbb{R}^{n_u}$  et  $y \in \mathbb{R}^{n_y}$ ,  $x$  représente toujours l'état du système,  $u$  l'entrée et  $y$  la sortie. Sous des conditions d'observabilité bien connues :

$$\text{rang} \begin{bmatrix} C \\ CA \\ \vdots \\ CA^{n-1} \end{bmatrix} = n, \text{ le système (2.20) est observable.}$$

Dans le cas linéaire, cette condition est indépendante de l'entrée (la condition du rang dépend que de  $A$  et  $C$ ), et elle est également suffisante pour garantir l'existence d'un observateur à vitesse de convergence exponentielle et arbitrairement rapide [Luenberger, 1971; Aeyels, 1981].

Pour les systèmes non-linéaires, malgré l'abondance des résultats disponibles, il n'existe pas une solution systématique. Une des raisons en est que, contrairement au cas linéaire, l'observabilité d'un système non-linéaire dépend de l'entrée appliquée.

On peut voir facilement à travers l'exemple suivant : Soit le système non-linéaire suivant:

$$\begin{cases} \dot{x}_1 = x_2 u \\ \dot{x}_2 = 0 \\ y = x_1 \end{cases} \quad (2.21)$$

La variable d'état  $x_2$  peut être exprimée en fonction de la sortie et de l'entrée,  $x_2 = \frac{\dot{y}}{u}$ . Il est alors évident que  $x_2$  peut être connu à partir des grandeurs disponibles (sortie et entrée) si  $u \neq 0$ , l'observabilité du système (2.21) dépend donc de l'entrée.

Il existe dans la littérature plusieurs définitions de la notion d'observabilité introduites surtout par Sontag [Sontag, 1979], par Herman et Krener [Herman et Krener, 1977], et Gauthier et Kupka dans [Gauthier et Kupka, 2001]. Nous donnons au début la définition classique de l'observabilité. Nous nous focalisons par la suite sur la notion d'observabilité introduite dans les travaux [Gauthier et al., 1991], [Gauthier et Kupka, 1996], [Jouan et Gauthier, 1996].

Considérons le système non-linéaire (2.19), la définition classique d'observabilité est liée à l'indistinguabilité. Notons par  $x_u(t, x_0, t_0)$ , la trajectoire à l'instant  $t$ , solution du système (2.19) issue de la condition initiale  $x_0 = x(t_0)$  ( $t_0 \geq 0$ ) et des commandes appliquées  $u(t)$ , pour tout  $t \geq t_0$ .

### Définition 2.2

Soit le système non-linéaire (2.19). Soient deux états initiaux  $x_0^1$  et  $x_0^2$  distincts. Ils sont dits indiscernables si pour toute fonction d'entrée  $u(t)$  et pour tout  $t \geq t_0 \geq 0$ , les sorties  $h(x_u(t, x_0^1, t_0))$  et  $h(x_u(t, x_0^2, t_0))$  qui en résultent sont égales.

C'est-à-dire qu'à partir de deux conditions initiales différentes, la sortie du système est la même dans les deux cas pour une même commande appliquée. Ainsi,

### Définition 2.3

Le système (2.19) est dit observable s'il ne possède pas de couple d'états initiaux distincts indiscernables.

Gauthier et Kupka ont introduit de nouvelles notions d'observabilité. Pour une entrée non nulle, connue, il y a assez d'information dans la sortie pour reconstruire l'état initial. Une entrée  $u$  étant fixée,  $u \neq 0$ , l'application :

[État initial  $\rightarrow$  Sortie en tant que fonction] est injective.

### Définition 2.4

Pour le système  $\Sigma$ , on définit l'application entrées / sorties par

$$\begin{aligned} PX_{\Sigma, u} : X &\rightarrow L^\infty(\mathbb{R}^{n_y}) \\ x_0 &\mapsto y(\cdot) \end{aligned}$$

Le système  $\Sigma$  est uniformément observable (ou juste observable), si pour tout entrée  $u(\cdot) \in \mathcal{C}$ ,  $PX_{\Sigma, u}$  est injective.

Malheureusement cette notion d'observabilité devient instable suite à une faible variation du système. Exemple  $(x \mapsto x^3)$  est injective, mais pour tout  $\epsilon > 0$ ,  $(x \mapsto x^3 - \epsilon x)$  n'est plus injective. Pour cette raison, Gauthier et Kupka ont ajouté la condition d'immersion (injectivité infinitésimale) en plus de l'injectivité.

### Définition 2.5

- Considérons la variation d'ordre 1 du système  $(\Sigma)$  :

$$TX_{\Sigma} \begin{cases} \dot{x}(t) = f(x, u) \\ \dot{\xi}(t) = D_x f(x, u)\xi \\ \dot{y} = d_x h(x, u)\xi \end{cases} \quad (2.22)$$

Où

- (i)  $(x, \xi) \in TX$  est l'état de  $(TX_{\Sigma})$ ,
  - (ii)  $d_x h$  est le différentiel de  $h$  par rapport à  $x$ , et
  - (iii)  $D_x f$  est l'application tangente de  $f$  (représenté par les matrices jacobéenne de  $h$  et  $f$  par rapport à  $x$ )
- L'application entrées / sorties de  $TX_{\Sigma}$  est notée  $PTX_{\Sigma, u}$ . En effet, cette application est le différentiel de  $PX_{\Sigma, u}$  par rapport à  $x_0$ .

### Définition 2.6

Le système est dit uniformément infinitésimalement observable, si pour chaque  $u(\cdot) \in C$ , et pour chaque  $x_0 \in X$  ( $x_0$  paramétré), toutes les applications tangentes  $PTX_{\Sigma, u}|_{x_0}$  sont injectives.

Puisque l'application entrées/sorties considérée dans cette définition est linéaire, alors la propriété d'injectivité est devenue stable (topologiquement).

Finalement, une troisième définition de l'observabilité a été proposée en utilisant la notion de jets d'ordre  $k$ . Les jets d'ordre  $k$  pour une fonction lisse  $u$  en un point  $t = 0$  sont définis par :

$$j^k u = (u(0), \dot{u}(0), \dots, u^{k-1}(0))$$

### Définition 2.7

- $\Sigma$  est dit différentiellement observable d'ordre  $k$  si l'application  $\Phi_k^{\Sigma}$  suivante est injective.

$$\begin{aligned} \Phi_k^{\Sigma}: X &\rightarrow \mathbb{R}^{kn_y} \\ x_0 &\mapsto j^k y \end{aligned}$$

- $\Sigma$  est dit fortement différentiellement observable d'ordre  $k$  si l'application  $\Phi_{k, j^k u}^{\Sigma}$  suivante est une immersion injective.

$$\begin{aligned} \Phi_{k, j^k u}^{\Sigma}: X &\rightarrow \mathbb{R}^{kn_y} \\ x_0 &\mapsto j^k y \end{aligned}$$

A partir de la définition (2.7), l'observabilité différentielle forte implique l'observabilité différentielle. Aussi, un autre résultat a été établi : l'observabilité différentielle (forte) dans la classe des fonctions  $\mathcal{C}^\infty$  implique l'observabilité dans la classe des fonctions  $\mathcal{C}^\infty$ .

***Théorème 2.1 [Gauthier et Kupka, 2001]***

*Pour un système analytique  $(\Sigma)$  les propriétés suivantes sont équivalentes :*

1.  $\Sigma$  est observable dans la classe des fonctions analytiques
2.  $\Sigma$  est observable dans la classe des fonctions  $L^\infty$

Cela signifie que pour un système analytique, l'observabilité différentielle forte et l'observabilité différentielle implique l'observabilité dans la classe des fonctions  $L^\infty$ .

Une fois que l'étude de l'observabilité aboutit à un système observable, une transformation de coordonnée sera nécessaire pour mettre le système sous la forme normale d'observabilité. Un rappel de ces différentes formes normales fera l'objet de la section suivante.

### 2.3.4. Formes normales d'observabilité

L'idée principale de cette théorie consiste en l'existence de deux situations distinctes, qui dépendent du nombre d'entrées par rapport à celui des sorties. Soit l'observabilité est une propriété générique, soit elle ne l'est pas. Une explication de ces deux situations particulières est donnée dans les deux sous-sections ci-dessous.

***a. Cas où  $n_y > n_u$***

Le premier cas se produit lorsque le nombre de sorties est supérieur au nombre d'entrées, soit  $n_y > n_u$ . Cette situation se définit par deux théorèmes ; le premier énonce la propriété de généricité. Le deuxième introduit la forme canonique d'observabilité correspondante.

***Théorème 2.2 [Gauthier et Kupka, 2001]***

- *L'ensemble des systèmes fortement différentiellement observable d'ordre  $2n + 1$  est résiduel dans  $\mathcal{S}$ .*
- *L'ensemble des systèmes analytiques fortement différentiellement observable d'ordre  $2n + 1$  qui est en plus observable dans la classe des fonctions  $L^\infty$  est dense dans  $\mathcal{S}$ .*

***Théorème 2.3 [Busvelle et Gauthier, 2003]***

*La propriété suivante est générique dans  $\mathcal{S}$  : Soit  $k = 2n + 1$ . Pour tout compact  $\Gamma \subset X$  et  $u, \dot{u}, \dots, u^k$  bornée, alors les applications*

$$\begin{aligned} \Phi_{k,j^k u}^\Sigma: X &\rightarrow \mathbb{R}^{kn_y} \\ x(t) &\mapsto (y(t), \dot{y}(t), \dots, y^{k-1}(t)) \end{aligned}$$

*sont des immersions injectives qui transforment les trajectoires du système  $\Sigma$  (restreint à  $\Gamma$ ) aux trajectoires du système suivant:*

$$\begin{cases} y = z_1 \\ \dot{z}_1 = z_2 \\ \vdots \\ \dot{z}_{k-1} = z_k \\ \dot{z}_k = \phi_k(z_1, z_2, \dots, z_k, u, \dot{u}, \dots, u^{(k)}) \end{cases} \quad (2.23)$$

Puisque toutes les applications  $\Phi_{k,j^{k_u}}^\Sigma$  sont des immersions injectives restreint à  $\Gamma$  (théorème 2.3), alors le système de la forme (2.23) est observable, fortement observable, différentiellement observable. C'est-à-dire que l'ensemble du système qui peut être mis sous la forme (2.23) est contenu dans l'ensemble des fonctions observables.

### **b. Cas où $n_y \leq n_u$**

Dans la section précédente, nous avons représenté l'observabilité comme étant une propriété générique dans le cas où le nombre de sorties est supérieur à celui des entrées ( $n_y > n_u$ ). Cette propriété n'est plus valable lorsque ( $n_y \leq n_u$ ). Nous limitons l'exposition au cas des systèmes analytiques mono-sortie, à savoir  $n_y = 1$ . L'étude de l'observabilité est faite dans ce cas, à l'aide d'un outil appelé drapeau canonique pour une distribution.

Comme nous le verrons dans les théorèmes suivants, l'observabilité dépend de l'existence ou l'inexistence du drapeau canonique pour une distribution.

### **Définition 2.8**

- Considérons un système  $\Sigma = (f, h) \in \mathcal{S}$ . Le drapeau canonique de distributions  $D(u)$  est défini par :

$$\begin{cases} D(u) = \{D^0(u) \supset D^1(u) \supset \dots \supset D^{n-1}(u)\} \\ D^0(u) = \text{Ker}(d_x h) \\ D^{k+1}(u) = D^k(u) \cap \text{Ker}(d_x L_f^{k+1} h) \end{cases} \quad (2.24)$$

Où  $L_f h$  est la dérivée de Lie de  $h$  dans la direction de  $f$ .  $\text{Ker}$  désigne le noyau d'une application. Le contrôle  $u(t)$  est considéré fixe.

- Si les distributions  $D^i(u)$  sont de rang constant  $n - i - 1$ , et sont indépendantes de  $u(\cdot)$ , alors  $D(u)$  est dit drapeau canonique uniforme.

La propriété

$$(\Sigma \text{ admet un drapeau canonique uniforme})$$

est non-générique. La non-généricité de l'observabilité est donnée par les deux théorèmes suivants.

### **Théorème 2.4 [Busse et How, 2002]**

Le système  $(\Sigma)$  admet un drapeau canonique uniforme si et seulement si pour tout  $x^0 \in X$ , il existe un voisinage de  $x^0$  de coordonnée  $(V_{x^0}, x)$  dans lequel la restriction de  $(\Sigma)$  à  $V_{x^0}$  s'écrit:



$$\begin{cases} y = h(x_1, u) \\ \dot{x}_1 = f_1(x_1, x_2) \\ \dot{x}_2 = f_2(x_1, x_2, x_3) \\ \vdots \\ \dot{x}_{n-1} = f_{n-1}(x_1, x_2, \dots, x_n, u) \\ \dot{x}_n = f_n(x_1, x_2, \dots, x_n, u) \end{cases} \quad (2.25)$$

Où  $\frac{\partial h}{\partial x_1}$  et  $\frac{\partial f_i}{\partial x_{i+1}}$ ,  $i = 1, \dots, n-1$ , ne s'annulent jamais sur  $V_{x^0} \times \mathcal{U}_{adm}$ .

Ainsi un système de la forme (2.25) est infinitésimalement observable, observable et différentiellement observable d'ordre  $n$ . Par conséquent, si un système admet un drapeau canonique uniforme sur  $V_{x^0} \times \mathcal{U}_{adm}$ , il a toutes les propriétés d'observabilités. A ce stade, les relations obtenues peuvent être résumées par le schéma d'équivalence suivant.

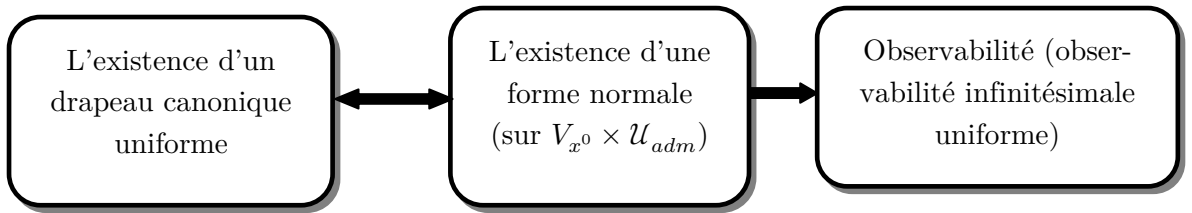


Figure 2.15. Le diagramme d'équivalence de l'observabilité

Le théorème suivant permet de compléter le diagramme de l'observabilité ci-dessus et préciser la relation d'équivalence entre l'observabilité infinitésimale et l'existence de la forme normale (2.25).

**Théorème 2.5 [Busse et How, 2002]**

Si  $\Sigma$  est uniformément infinitésimalement observable, alors, sur le complémentaire d'un ensemble sous-analytique de  $X$ , de codimension 1,  $(\Sigma)$  admet un drapeau canonique uniforme.

Pour les systèmes affines en contrôle de la forme :

$$\begin{cases} \dot{x} = f(x) + \sum_{i=1}^p g_i(x)u_i \\ y = h(x) \end{cases} \quad (2.26)$$

Nous définissons ensuite la fonction

$$\begin{aligned} \Phi: X &\rightarrow \mathbb{R}^n \\ x &\mapsto (h(x), L_f h(x), \dots, L_f^{n-1} h(x)) \end{aligned}$$

**Lemme 2.1**

$\Sigma$  est observable  $\Rightarrow \Phi$  est de rang maximum dans un ouvert dense  $V$  de  $X$ .

Soit un sous-ensemble  $W \subset X$  tel que la restriction de  $\Phi$  à  $W$  est un difféomorphisme. Ainsi les théorèmes ci-dessus deviennent :

**Théorème 2.6 [Busse et How, 2002]**

Supposons que  $\Sigma$  est observable. Alors la restriction de  $\Phi|_W$  transforme  $\Sigma$  en un système de la forme:

$$\begin{aligned}
 y &= x_1 \\
 \dot{x}_1 &= x_2 + \sum_{i=1}^p g_{1,i}(x_1)u_i \\
 \dot{x}_2 &= x_3 + \sum_{i=1}^p g_{2,i}(x_1, x_2)u_i \\
 &\vdots \\
 \dot{x}_2 &= x_n + \sum_{i=1}^p g_{n-1,i}(x_1, x_2, \dots, x_n)u_i \\
 \dot{x}_n &= \psi(x) + \sum_{i=1}^p g_{n-1,i}(x_1, x_2, \dots, x_{n-1}, x_n)u_i
 \end{aligned} \tag{2.27}$$

Inversement si un système est sous la forme (2.19), sur un ouvert  $\Omega \subset \mathbb{R}^n$  alors il est observable. Finalement, nous soulignons les trois formes canoniques (2.23), (2.25) et (2.27) puisqu'elles traduisent l'observabilité.

**2.3.5. Formes normales Multi-entrées Mono-sortie (MISO)**

La forme normale introduite dans cette section est une forme Multi-entrées Mono-sortie. Nous utilisons les systèmes MISO pour la simplicité et la clarté de l'exposé. En effet, dans le cas des systèmes Multi-entrées et Multi-Sorties (MIMO), il n'existe pas de forme normale unique, donc la définition de l'observateur doit être modifiée en fonction de chaque cas spécifique. Dans le chapitre suivant, une application d'un observateur grand gain adaptatif à l'estimation d'état d'une station d'épuration biologique à boues activées qui a une forme MIMO sera développée. Le système considéré est composé de deux équations différentielles de la forme :

$$\begin{cases} \dot{x}(t) = A(u)x + b(x, u) \\ y = C(u)x \end{cases} \tag{2.28}$$

Avec

- $x(t) \in \mathcal{X} \subset \mathbb{R}^n$ , où  $\mathcal{X}$  est compact,
- $y(t) \in \mathbb{R}$ ,
- $u(t) \in \mathcal{U}_{adm} \subset \mathbb{R}^{n_u}$ , est borné.

Les matrices  $A(u)$  et  $C(u)$  sont définies par :

$$A(u) = \begin{pmatrix} 0 & a_2(u) & 0 & \dots & 0 \\ & 0 & a_3(u) & \ddots & \vdots \\ \vdots & & \ddots & \ddots & 0 \\ & & & 0 & a_n(u) \\ 0 & & \dots & & 0 \end{pmatrix}$$

$$C(u) = (a_1(u) \quad 0 \quad \dots \quad 0)$$

Avec  $0 < a_m \leq a_i(u) \leq a_M$  pour tout  $u(t)$  dans  $\mathcal{U}_{adm}$  et  $i = 1, \dots, n$ . Nous supposons que  $b(x, u)$  est un champ de vecteur à support compact ayant la structure triangulaire suivante :

$$b(x, u) = \begin{pmatrix} b_1(x_1, u) \\ b_2(x_1, x_2, u) \\ \vdots \\ b_n(x_1, \dots, x_n, u) \end{pmatrix}$$

$b^*(x, u)$  est la matrice jacobéenne de  $b(x, u)$ . Le champ de vecteurs  $b(x, u)$  est supposé Lipchitz.

Dans les sections précédentes, nous avons rappelé les notions d'observabilité des systèmes non-linéaires déterministes élaborées par Gauthier et Kupka [Gauthier et Kupka, 2001]. Une présentation des deux principaux types d'observateurs à grand gain et de leurs théorèmes de convergence respectifs fera l'objet de la section suivante.

### 2.3.6. Observateur à grand-gain

Les premières descriptions d'un observateur à grand-gain peuvent être trouvées dans les références suivantes [Gauthier et al., 1992 ; Deza et al., 1992 (a) ; 1992 (b) ; Tornambé, 1992 ; Esfandiari et Khalil, 1992]. Le premier type d'observateur à grand gain est celui de Luenberger [Gauthier et al., 1992]. Le second est l'observateur de Kalman étendu grand gain. Cet observateur a une structure similaire à celui au filtre de Kalman étendu standard [Gelb, 1974 ; Grewal et al., 2007]. Ce dernier est adapté à la forme canonique d'observabilité en utilisant un scalaire (noté  $\theta$ ).

#### a. Observateur à grand gain de type Luenberger

##### Définition 2.9

Supposons que tous les coefficients  $a_i(u)$  de la forme normale (2.28) soient égaux à 1. Les observateurs à grand gain de type de Luenberger s'écrivent sous la forme :

$$\dot{z}(t) = A z + b(z, u) - K_\theta (Cz - y(t)) \quad (2.29)$$

Où  $K_\theta = \Delta K$ ,  $\Delta$  est une matrice diagonale dont les coefficients diagonaux sont  $(\Delta)_{j,j} = \theta^j$  où  $\theta$  est un paramètre supposé grand et  $K$  est une matrice dont les coefficients sont choisis tel que la matrice  $(A - KC)$  soit Hurwitz.

La convergence de l'observateur de type de Luenberger est exprimée par le théorème suivant :

##### Théorème 2.7

Pour tout  $a > 0$ , il existe un  $\theta$  assez grand de sorte que  $\forall (x_0, z_0) \in (\chi, \chi)$ , il existe un polynôme  $k$  de degré  $n$ , tel que

$$\|z(t) - x(t)\|^2 \leq k(a)e^{-at}\|z_0 - x_0\|$$

Ce théorème exprime que les observateurs à grand-gain de type de Luenberger sont des observateurs exponentiels. Il est à signaler que l'utilisation d'un observateur à grand gain peut conduire à une grande sensibilité au bruit de l'observation, car il amplifie l'erreur d'observation. D'où le compromis classique lors du choix de  $\theta$  entre performance et robustesse. Un grand  $\theta$  assure une convergence rapide mais amplifie le bruit.

### ***b. Observateur de Kalman étendu grand gain***

Le filtre de Kalman est un des outils les plus utilisés pour l'estimation d'état et des paramètres des systèmes linéaires [Kalman, 1960 ; Kalman et Bucy, 1961]. Il estime de façon optimale l'état du système linéaire. C'est un estimateur itératif basé sur une réaction de récurrence, ce qui signifie que seul l'état précédemment estimé et les mesures actuelles sont nécessaires pour le calcul de l'estimation d'état courant.

Le filtre de Kalman étendu est l'extension de ce filtre aux systèmes non-linéaires. La linéarisation du système, initialement non-linéaire, s'effectue autour de la trajectoire estimée par le filtre.

Les équations d'état et d'observation d'un filtre de Kalman étendu s'écrivent alors

#### ***Définition 2.10***

$$\begin{cases} \dot{z}(t) = A(u) z + b(z, u) - S^{-1} C' R^{-1} (Cz - y) \\ \dot{S}(t) = -(A(u) + b^*(z, u))' S - S(A(u) + b^*(z, u)) + C' R^{-1} C - S Q S \end{cases} \quad (2.30)$$

Où les matrices  $Q$  et  $R$  sont comme suit :

- Dans le cas stochastique,  $Q$  et  $R$  sont respectivement les matrices de covariance de bruit de l'état et de mesure.
- Dans le cas déterministe,  $Q$  et  $R$  sont des matrices symétriques définies positives qui n'ont pas d'interprétations stochastiques mais qui peuvent être interprétés comme matrices de coûts.

Le filtre de Kalman étendu a été appliqué fréquemment et avec succès. Il a été démontré dans [Dubrovin et al., 1984] que cet observateur est localement exponentiellement convergent i.e. il converge exponentiellement pour  $x_0$  assez proche de  $z_0$  (dans le cadre stochastique, [Hockett, 1990]). En dépit de la popularité du filtre de Kalman étendu, le caractère purement local le rend impropre aux procédés très non-linéaires et ceux qui sont soumis à de grandes perturbations non modélisées et non mesurées. Un autre cas pour lequel le filtre de Kalman étendu ne fonctionne pas correctement est le cas des systèmes non-linéaires dont on ne connaît pas bien l'état initial.

Ainsi, d'un point de vue pratique, le filtre de Kalman étendu présente de bonnes performances. Cependant d'un point de vue théorique, il ne repose sur aucun théorème. D'après l'article [Busvelle et Gauthier, 2002], le filtre de Kalman étendu lorsqu'il est appliqué à un système mis sous une forme canonique d'observabilité alors il acquiert des propriétés de convergence globales.

#### ***Définition 2.11***

$$\begin{cases} \dot{z}(t) = A(u) z + b(z, u) - S^{-1} C' R^{-1} (Cz - y) \\ \dot{S}(t) = -(A(u) + b^*(z, u))' S - S(A(u) + b^*(z, u)) + C' R^{-1} C - S Q_\theta S \end{cases} \quad (2.31)$$

$R$  est une matrice définie positive.  $Q_\theta$  est définie par  $Q_\theta = \theta^2 \Delta^{-1} Q \Delta^{-1}$  où  $\theta > 1$  est un paramètre fixe et

$$\Delta = \begin{pmatrix} 1 & 0 & \dots & 0 \\ 0 & \frac{1}{\theta} & \ddots & \vdots \\ \vdots & \ddots & \ddots & \ddots \\ 0 & \dots & 0 & \frac{1}{\theta^{n-1}} \end{pmatrix}$$

Les matrices jacobiennes de  $f$  et  $h$  (calculées par rapport à  $x$ ) sont utilisées dans l'équation de Riccati suivante:

$$\dot{S}(t) = - \left( \frac{\partial f}{\partial x} \Big|_{x=z} \right)' S - S \left( \frac{\partial f}{\partial x} \Big|_{x=z} \right) + \left( \frac{\partial h}{\partial x} \Big|_{x=z} \right)' R^{-1} \left( \frac{\partial h}{\partial x} \Big|_{x=z} \right) - S Q_{\theta} S$$

**Théorème 2.8** [Deza et al., 1992 ; Gauthier et Kupka, 2001]

Pour  $\theta$  assez grand et pour tout  $T > 0$ , l'observateur de Kalman étendu grand gain (2.31), satisfait l'inégalité ci-dessous pour tout  $t > \frac{T}{\theta}$  :

$$\|z(t) - x(t)\|^2 \leq \theta^{n-1} k(T) \left\| z \left( \frac{T}{\theta} \right) - x \left( \frac{T}{\theta} \right) \right\|^2 e^{-(\theta w(t) - \mu(t)) \left( t - \frac{T}{\theta} \right)}$$

Où  $k(T)$ ,  $w(t)$  et  $\mu(t)$  sont des fonctions continues et positives.

### 2.3.7. Observateurs à grand-gain adaptatifs

Au début de cette section, nous proposons une étude bibliographique sur les stratégies d'adaptation du gain pour les observateurs à grand gain de type de Luenberger (ce sont des observateurs dont la matrice de gain est calculée hors ligne, la plupart du temps par une méthode de placement de pôle). Dans le cas des observateurs de type de Kalman, la méthode de modification du gain permet de changer la structure des matrices  $Q$  et  $R$ . C'est pour cette raison que l'adaptation du gain peut être vue comme une adaptation des matrices de covariance de l'état et de bruit de mesure. Ces méthodes d'adaptation ont été largement abordées dans la littérature. D'autres méthodes qui reposent sur des règles empiriques sont proposées dans la littérature à savoir :

- Méthodes statistiques [Yu, 2005]
- Observateurs basés sur des algorithmes génétiques [La Moyné et al., 1995]
- Observateurs basés sur les réseaux de neurones [Stubberud et al., 1998]
- Approches basées sur la logique floue [Jwo et Chang, 2007].

Bien que l'efficacité de ces méthodes soit avérée, peu ou aucune preuve de convergence n'a été mentionnée.

#### a. Adaptation du gain pour les observateurs de type Luenberger

Dans un article publié en 1997, Bullinger et Allogower ont proposé un observateur à grand gain de Luenberger ayant un gain variable [Bullinger et Allogower, 1997]. La structure de cet observateur est inspirée d'un travail précédent de [Tornambè, 1992]. La procédure d'adaptation définie dans cette étude se base sur une suite strictement croissante des éléments qui ne permettent pas au grand gain  $\theta$  de décroître. Ainsi, cet observateur est plus adapté à la résolution d'un problème de réglage des paramètres plutôt qu'un problème de réduction de bruit.

Les principales différences entre cet observateur et l'observateur adaptatif proposé par [Boizot et al, 2010], et appliqué pour l'estimation d'état d'un modèle ASM1 réduit dans le chapitre suivant, résident tout d'abord dans le fait que l'observateur utilisé dans notre travail est un observateur basé sur un filtre de Kalman, ce qui implique la prise en compte de l'évolution de la matrice de Ricatti. La seconde distinction est qu'ici, nous abordons le problème de la réduction du bruit lorsque l'estimation est suffisamment bonne.

Le deuxième observateur non-linéaire de type de Luenberger à gain adaptatif est proposé par Praly et ses collaborateurs. Une description détaillée des méthodes de construction de cet observateur peut être trouvée dans l'article [Andrieu et al., 2009]. Le travail proposé utilise une forme particulière de la forme canonique d'observabilité représentée par l'équation (2.23). L'observateur  $a$ , à peu près, la même structure qu'un observateur grand gain de Luenberger. Une légère différence réside dans le fait que le gain d'adaptation est une fonction de l'erreur de sortie. La stratégie adoptée dans leur travail ne s'appuie pas sur un champ de vecteur globalement Lipchitz, ce qui implique un calcul hors ligne du gain  $\theta$  à l'aide d'une certaine fonction d'adaptation. Cependant cette dernière n'est pas une fonction facile à trouver.

L'évolution du gain de l'observateur ne dépend pas de la convergence de l'erreur d'estimation. Par conséquent, l'observateur peut converger et le gain rester encore élevé en produisant une amplification de bruit. Le système utilisé dans le chapitre suivant présente l'avantage qu'il soit globalement Lipchitz. En outre, lorsque l'état estimé converge vers l'état réel, le gain diminue vers 1 (ou à la plus faible valeur fixée par l'utilisateur). Ainsi un gain élevé n'est plus nécessaire.

Le troisième exemple d'observateur de type de Luenberger est élaboré par [Ahrens et Khalil, 2009]. Le gain de cet observateur commute entre deux valeurs:

- la première valeur permet une reconstruction rapide de l'état,
- une deuxième rend l'observateur plus efficace au filtrage de bruit.

Cependant le schéma de commutation entre ces deux valeurs présente deux restrictions principales :

- La valeur de  $\theta$  devrait changer chaque fois qu'une erreur d'estimation trop importante est détectée,
- La valeur de  $\theta$  ne devrait pas changer dans le cas d'un dépassement. Lors d'un dépassement, la situation suivante peut survenir : la trajectoire estimée croise la trajectoire réelle, mais le système n'a pas encore convergé. Le passage d'un gain élevé à un gain faible dans ce cas n'est pas souhaitable.

L'observateur de Luenberger n'a pas les mêmes propriétés locales qu'un filtre de Kalman étendu à savoir : les bonnes propriétés de filtrage de bruit et la convergence pour des erreurs initiales faibles. C'est pour cette raison qu'on opte pour un observateur de Kalman étendu grand gain ayant un gain variable  $\theta$  pour être plus efficace en face du bruit.

### *b. Filtre de Kalman adaptatif*

Dans ce paragraphe, nous nous intéressons au problème d'adaptation du grand-gain  $\theta$  d'un filtre de Kalman. Rappelons que le paramètre de grand gain  $\theta$  sert à modifier les matrices de covariance  $Q$  et  $R$ . Il n'existe aucune preuve de convergence du filtre de Kalman étendu lorsque l'état estimé est éloigné initialement.

Les stratégies d'adaptation des matrices et du filtre de Kalman ont fait l'objet de nombreux travaux à la fois dans le cas linéaires et non-linéaires.

Pour les systèmes linéaires les lecteurs sont invités à lire les références suivantes [Gelb, 1974 ; Maybeck, 1982]. Dans le cas non-linéaire, les majorités des stratégies d'adaptation sont proposées pour les systèmes à temps discrets.

La première stratégie que nous présentons a été proposée par Pappas et Doss [Pappas et Doss, 1988]. Bien qu'ils ne considèrent pas le problème d'observabilité, il est néanmoins une préoccupation sous-jacente de leur travail :

- Lorsque le système n'est plus observable, un lent observateur est nécessaire pour donner une estimation précise et pour réduire le bruit.
- Lorsque le système devient observable (suite à un changement de point de fonctionnement ou un changement des caractéristiques physiques de processus), un observateur rapide peut être considéré pour assurer la convergence rapide des états estimés vers ceux réels.

La mise en œuvre de cette approche d'adaptation consiste en deux observateurs en parallèle. Les changements d'états sont considérés comme des défauts.

La deuxième stratégie consiste à concevoir un exemple d'observateur non-linéaire avec des valeurs différentes de  $Q$  et  $R$ . Ils sont utilisés en parallèle et la valeur estimée finale est choisie parmi toutes les estimations disponibles. La minimisation de l'innovation est l'un des plus simples critères de choix présenté par les auteurs [Bradshaw et al., 1997].

La troisième approche que nous citons est proposée dans [Boutayeb et Aubry, 1999]. Cette procédure d'adaptation est différente des stratégies données ci-dessus, dans le sens que les stratégies considérées n'ont pas les mêmes propriétés d'observabilité. En effet, dans le cas de leur travail, Boutayeb et Aubry, considèrent des systèmes  $N$ -localement uniformément observables. Cela implique que la classe des systèmes pour lequel l'observateur peut converger est plus grand que celui considéré dans le présent travail. Cet observateur est applicable même au processus qui ne peut pas être mis dans les formes canoniques d'observabilité définies précédemment (section 2.3.4). Cependant l'inconvénient de cette méthode d'adaptation est que l'observateur converge localement et asymptotiquement (l'erreur d'estimation n'est plus majorée par une exponentielle).

La stratégie d'adaptation de l'observateur adaptatif sujet de chapitre suivant est très similaire à celle là.

### c. Observateur proposé par Busvelle et Gauthier

Dans l'article [Busvelle et Gauthier, 2002], les auteurs proposent un observateur adaptatif de Kalman étendu grand gain. Cet observateur possède un gain élevé à  $t = 0$ , et peut diminuer à 1 par la suite. En d'autres termes l'observateur évolue d'un observateur grand gain qui permet une convergence rapide de la trajectoire estimée à vers un filtre de Kalman étendu qui conduit à un lissage du bruit. Cet article est le point de départ de l'observateur proposé par Boizot et al [Boizot et al., 2010] et appliqué pour l'estimation d'état d'un modèle ASM1 réduit au chapitre 3.

#### Définition 2.12

$$\begin{cases} \dot{z}(t) = A(u)z + b(z, u) - S^{-1}C'R^{-1}(Cz - y) \\ \dot{S}(t) = -(A(u) + b^*(z, u))'S - S(A(u) + b^*(z, u)) + C'R^{-1}C - SQ_\theta S \\ \dot{\theta}(t) = \lambda(1 - \theta) \end{cases} \quad (2.32)$$

Où  $Q_\theta = \theta^2 \Delta^{-1} Q \Delta^{-1}$ ,  $\Delta = \text{diag}(\{1, \frac{1}{\theta}, \dots, \frac{1}{\theta^{n-1}}\})$ ,  $Q$  et  $R$  sont les deux matrices classiques (covariances des bruits) d'un filtre de Kalman étendu définis précédemment (section 2.3.6).  $\lambda$  est un paramètre positif fixé, alors que  $\theta$  est le paramètre habituel de l'observateur grand-gain, à ceci près qu'il est ici dépendant du temps et plus précisément décroissant exponentiellement à partir de  $\theta(0) > 1$  jusqu'à 1 et avec une vitesse dépendant de  $\lambda$ .

- Si  $\theta(0) = 1$ , alors  $\theta(t) \equiv 1$ , nous retrouvons le filtre de kalman étendu classique mis sous forme canonique d'observabilité. Ainsi, selon les conditions initiales du système, l'observateur peut ne pas converger.
- Si  $\lambda = 0$ ,  $\theta(0) = \theta_0$  soit assez large et  $\lambda$  assez faible, alors  $\theta(t) = \theta$  garde une valeur élevée et nous retrouvons ainsi le filtre de Kalman étendu grand gain tel que représenté par l'équation (2.31).

L'idée générale de cet observateur est de choisir au début une valeur  $\theta(0)$  assez élevée et de définir une valeur de  $\lambda$  assez faible de telle sorte que l'observateur puisse converger rapidement. Lorsque l'état estimé est proche de l'état réel,  $\theta$  devient trop faible et la propriété de convergence locale d'un observateur de Kalman étendu peut garantir que l'erreur d'estimation restera petite.

#### Théorème 2.9

Il existe  $\lambda_0 > 0$  tel que pour tout  $0 \leq \lambda \leq \lambda_0$ , il existe  $\theta_0$  dépendant de  $\lambda$  tel que pour tout  $\theta(0) > \theta_0$ , pour tout  $S(0) \geq c \text{ Id}$ , pour tout compact  $K \subset \mathbb{R}^n$ , pour tout  $z(0) \in K$  alors si on pose  $\varepsilon(t) = z(t) - x(t)$ , on a pour tout  $t \geq 0$

$$\|\varepsilon(t)\|^2 \leq R(\lambda, c) e^{-at} \Lambda(\theta(0), t, \lambda) \|\varepsilon(0)\|^2$$

$$\text{Où } \Lambda(\theta(0), t, \lambda) = \theta(0)^{2(n-1) + \frac{\alpha}{\lambda}} e^{-\frac{\alpha}{\lambda} \theta(0)(1-e^{-\lambda t})}$$

et où  $a$  est un réel positif alors que  $R(\lambda, c)$  est une fonction décroissante de  $c$ .

Ce théorème montre que l'observateur converge exponentiellement quelque soit les erreurs initiales. Cet observateur peut être utilisé pour estimer la trajectoire d'un système dont on ne connaît pas l'état initial mais en connaissant parfaitement les équations d'évolutions. Néanmoins, il



est clair qu'il est non persistant puisque après un certain temps on retrouve les équations d'un filtre de Kalman étendu lorsque  $\theta(t)$  se rapproche de 1. Afin d'obtenir un observateur persistant et capable d'estimer l'état du système même en cas de grandes perturbations (non modélisées), les auteurs proposent d'utiliser plusieurs observateurs de type (2.32) en faisant de sorte qu'à chaque instant cohabitent au moins un observateur grand gain et un observateur de Kalman étendu classique dont chacun d'eux est initialisé à différents moments.

Le principe est de considérer une famille d'observateurs  $= 1, \dots, N$ , tous de la même forme mais tels que à chaque instant de la forme  $(i + \frac{j-1}{N})T, j = 1, \dots, N, i \in N$ , le  $j^{\text{ème}}$  observateur soit réinitialisé en  $(z(0), S(0), \theta(0))$ . Ainsi, chaque observateur a « une durée de vie » de  $T$  et à tout instant, il existe un observateur qui a été réinitialisé depuis un intervalle de temps n'excédant pas  $\frac{T}{N}$ . En choisissant  $T$  et  $N$ , il aura à chaque instant :

- Au moins un observateur de type de Kalman étendu classique
- Au moins un observateur de type Kalman étendu grand gain

Ainsi l'observateur qui prédit le mieux le comportement du système réel, qui minimise donc l'erreur d'estimation, est choisi. Comme illustré dans l'article [Busvelle et Gauthier, 2002], l'application de cet observateur à un modèle de colonne à distiller à 5 plateaux théoriques montrent que :

- Le choix des paramètres est plus simple que pour le filtre de Kalman étendu : en effet, ce dernier nécessite de choisir  $Q$  et  $R$  de façon à trouver un compromis entre un comportement efficace en l'absence ou non de perturbations. Ici, l'introduction de nouveaux paramètres permet de choisir  $Q$  et  $R$  de façon à avoir de bonnes performances en l'absence de perturbations, les autres paramètres garantissant la bonne performance lors des perturbations.
- Les observateurs sont indépendants les uns des autres,
- La multiplicité des observateurs permet de fournir des informations sur les instants des apparences des perturbations, ce qui forme un outil performant de diagnostic.

Malgré l'efficacité de cette procédure, elle présente les inconvénients suivants :

- La construction est dépendante de temps,
- Elle nécessite un temps de calcul élevé puisque on a besoin de  $N$  observateurs en parallèle.
- Le paramètre  $\lambda$  est choisi assez faible de sorte qu'après une perturbation, on ne pourra pas revenir aussi vite à un filtre de Kalman étendu classique,
- Le critère de choix, pour sélectionner la meilleure prédiction du comportement du système, n'est pas justifié théoriquement,

## 2.4. Conclusion

Ce deuxième chapitre a été consacré essentiellement à quelques rappels indispensables à toute stratégie de diagnostic et d'observation et nécessaires à la compréhension de ce mémoire.

Une grande partie de ce chapitre a été réservée à un rappel des notions d'observabilité, élaborées par Gauthier et Kupka, qui consistent à une mise du système sous certaine forme canonique d'observabilité. Ainsi, nous pouvons appliquer tous les types d'observateurs grand gain : ceux de type de Luenberger et ceux de type de Kalman. Les premiers sont des observateurs globaux à convergence exponentielle et ne sont appliqués qu'après une étude d'observabilité. De l'autre côté, le filtre de Kalman étendu est l'observateur le plus largement utilisé depuis longtemps, même pour des procédés complexes. Afin de réunir les avantages de ces deux types d'observateurs, un filtre de Kalman étendu grand gain a été proposé par Boizot et al. [Boizot et al., 2010], pour un système non-linéaire MISO (Multi-entrées Mono-sortie). En effet, cet observateur adaptatif unit les avantages d'un filtre de Kalman étendu (FKE), en présence de bruit et un observateur de Kalman étendu grand gain (OKE grand gain) dans le cas d'une large variation.

Une présentation de cet observateur ainsi que son application à une station d'épuration biologique à boues activées fera l'objet du chapitre suivant.

## Chapitre 3

# Filtre de Kalman étendu grand gain adaptatif : application à une station d'épuration biologique

---

<b>3.1. Introduction.....</b>	<b>53</b>
<b>3.2. Épuration des eaux usées.....</b>	<b>53</b>
3.2.1. Les étapes principales du traitement des eaux usées.....	54
a. <i>Le pré-traitement.....</i>	<i>54</i>
b. <i>Le traitement primaire.....</i>	<i>54</i>
c. <i>Le traitement secondaire.....</i>	<i>54</i>
d. <i>Le traitement tertiaire.....</i>	<i>55</i>
3.2.2. Le traitement biologique par boues activées.....	57
a. <i>Dégradation des polluants à l'échelle microscopique.....</i>	<i>57</i>
b. <i>Fonctionnement à l'échelle réelle.....</i>	<i>60</i>
<b>3.3. Modélisation des stations d'épuration biologique.....</b>	<b>61</b>
3.3.1. Historique de modélisation des stations d'épuration à boues activées.....	61
3.3.2. Modèle de référence ASM1.....	62
3.3.3. Modèle réduit.....	69
a. <i>Approche de simplification du modèle ASM1 : revue bibliographique.....</i>	<i>69</i>
b. <i>Modèle réduit Benoit Chachuat.....</i>	<i>70</i>
<b>3.4. Implémentation et comparaison entre le FKE, l'OKE grand gain et le filtre de Kalman étendu grand gain adaptatif.....</b>	<b>74</b>
3.4.1. Le filtre de Kalman étendu grand gain adaptatif.....	75
3.4.2. Système en considération Multi-entrées Multi-sorties.....	78
3.4.3. Simulations.....	78
a. <i>Le filtre de Kalman étendu.....</i>	<i>82</i>
b. <i>OKE grand gain.....</i>	<i>84</i>
c. <i>Filtre de Kalman étendu adaptatif.....</i>	<i>86</i>
d. <i>Étude comparative entre les trois observateurs.....</i>	<i>91</i>
<b>3.5. Conclusion.....</b>	<b>95</b>

---

### 3.1. Introduction

Nous avons vu, au chapitre 2, que le filtre de Kalman étendu a été largement utilisé dans la littérature. Cela est dû à ses bonnes propriétés locales (i.e. lorsque le système non-linéaire est bien approché par le système linéarisé), ainsi que sa capacité à faire face aux bruits. Cependant, le FKE ne présente pas la propriété globale, puisque si l'estimation à priori est loin de la valeur actuelle de l'état la linéarisation autour de la valeur estimée n'a pas de sens. Le filtre de Kalman étendu, sous certaines conditions d'observabilité uniforme (i.e. mise sous la forme canonique d'observabilité), acquiert des propriétés de convergence exponentielle. Mais l'observateur de Kalman étendu grand gain est sensible aux bruits.

Motivé par les propriétés antagonistes de ces deux observateurs, Busvelle et Gauthier ont présenté une première version [Busvelle et Gauthier, 2002]. Bien que l'observateur soit efficace, sa construction est dépendante du temps. Afin d'améliorer les performances de ce dernier, un filtre de Kalman étendu grand gain indépendant du temps a été développé par [Boizot et al., 2007 (a) ; 2007 (b) ; 2010]. L'observateur proposé possède les bonnes caractéristiques d'un FKE et d'un OKE grand gain, grâce à une adaptation du gain en terme d'innovation. Ainsi le gain  $\theta$  commute entre deux valeurs:

- Lorsque l'état estimé est éloigné de l'état réel,  $\theta$  est suffisamment grand de sorte que l'observateur converge quelque soit l'erreur d'estimation initiale.
- Lorsque l'erreur d'estimation est faible,  $\theta$  diminue. Une fois cette condition satisfaite, on se contente de l'application d'un FKE.

Ce chapitre sera dédié à l'application de cet observateur à un système non linéaire MIMO d'une station d'épuration biologique à boues activées. Afin de mettre en évidence la pertinence et la robustesse de l'observateur adaptatif, une étude comparative entre les trois observateurs ; FKE, OKE grand gain et filtre de Kalman étendu grand gain adaptatif en présence d'une large variation des concentrations entrantes et en présence de mesures bruitées sera menée.

Avant d'aborder le problème d'implémentation de cet observateur adaptatif, nous tenterons, dans la première partie de ce chapitre, de présenter quelques concepts fondamentaux liés aux problèmes de traitement biologique des eaux usées, afin de permettre à ceux qui ne sont pas forcément spécialiste, de maîtriser les notions de base liées à ce thème.

### 3.2. Épuration des eaux usées

Les concepts présentés dans la l'annexe C permettent de bien cerner le problème que pose la pollution de l'eau. Ainsi pour assurer la pérennité des ressources en eau douce, la protection et la gestion des milieux aquatiques est devenue impérative.

Dans ce but, des textes réglementaires légiférant sur le traitement des eaux usées firent leur première apparition au cours de la seconde moitié de XX<sup>e</sup> siècle [Boutin, 1985]. Ces lois ont pour objectif une épuration satisfaisante, en mettant l'accent sur la réduction des rejets des composés organiques biodégradables, d'ammoniaque...

### 3.2.1. Les étapes principales du traitement des eaux usées

Nous venons de voir dans l'annexe C que l'eau est le mélange des divers agents polluants. Etant donné cette structure de l'eau, plusieurs technologies sont mises en place, chacune spécifique aux caractéristiques de l'agent polluant à traiter.

On distingue principalement dans la station d'épuration, l'enchaînement de quatre étapes de traitement (figure 3.1) :

#### a. Le pré-traitement

Le pré-traitement est une étape préliminaire à caractère mécanique. Elle a pour but l'extraction des matières flottantes grossières. Il comprend :

- **Dégrillage**: il permet l'élimination des déchets grossiers en suspension en utilisant des grilles de plus en plus fines.
- **Le dessablage** : il a pour fonction de retenir les sables entraînés avec l'eau afin de protéger les pompes contre l'abrasion.
- **Le déshuilage** : le but de cette étape est de retenir les huiles ou les graisses rejetés par certaines entreprises ou industries raccordées au réseau d'assainissement. Ces grains sont séparés de la surface de l'eau par recyclage, suite à une injection d'air.

#### b. Le traitement primaire

Durant cette phase, plus de la moitié de la pollution est éliminée. Les matières solides extraites sont sous forme de boues dites « boues primaires ». Le traitement fait appel à trois procédés physiques :

- **La décantation** : l'eau s'écoule à faible vitesse dans un grand bassin, appelé décanteur, au fond duquel se séparent les matières en suspension ou colloïdales du liquide par sédimentation.
- **La flottation** : permet d'éliminer les matières dont la masse volumique réelle ou apparente est inférieure à celle de l'eau.
- **La filtration** : c'est le passage d'un mélange liquide-solide à travers un milieu poreux (filtre) qui retient les solides et laisse passer les liquides.

#### c. Le traitement secondaire

Dans cette étape, les agents épurateurs sont les micro-organismes. Cette population bactérienne assimile les composés solubles d'origine organique. Les procédés mis en œuvre se distinguent selon le type de culture bactérienne [Benefield et Randall, 1980; Horan, 1990; Edeline, 1993] : culture fixe ou culture libre.

- **Culture fixe** : les micro-organismes sont fixés sur des supports. Ces méthodes permettent un traitement intensif de l'eau puisqu'il y a une concentration en biomasse plus importante dans une taille relativement faible. Cependant, ils présentent des risques de colmatage ou d'émanation d'odeurs. Nous pouvons citer les méthodes les plus courantes (tableau 3.1) [Satin et Belmi, 1999, Degremont, 2005].

- **Culture libre** : les micro-organismes sont maintenus en suspension dans le mélange à épurer. Comparés aux procédés à culture fixe, ces dispositifs ont l'avantage d'une meilleure maîtrise des facteurs d'épuration.

#### d. Le traitement tertiaire

C'est un raffinage du traitement secondaire. Il permet d'éliminer les métaux, les composés organiques non-biodégradables ou les odeurs apparues durant le traitement secondaire afin de réutiliser les eaux épurées à des fins agricoles ou industrielles. Ils sont éliminés par des actions spécifiques de désinfection, neutralisation, stabilisation...

Leur rendement est en général très satisfaisant puisque ces procédés permettent d'abattre de 75 à 95% la DCO restante après le traitement secondaire, jusqu'à 97% des composés aromatiques et 98% de la couleur.

Nom de méthode	Type de culture bactérienne	Principe	Avantages	Inconvénients
<b>Lit bactérien</b>	Culture fixe	<ul style="list-style-type: none"> <li>- Les bactéries sont fixées sur un support constitué de roche poreuse.</li> <li>- L'influent est distribué par aspersion en surface et l'oxydation est apportée par ventilation naturelle de bas en haut</li> </ul>	<ul style="list-style-type: none"> <li>- Cout de fonctionnement faible.</li> <li>- Fonctionnement stable</li> </ul>	Risque de colmatage
<b>Lagunage</b>	Culture libre	<ul style="list-style-type: none"> <li>- Consiste à faire séjourner les eaux usées dans plusieurs bassins successifs, de grande taille, peu profond (moins de 1,5 m).</li> <li>- L'oxydation provient directement des échanges d'air et de la photosynthèse.</li> </ul>	<ul style="list-style-type: none"> <li>- Economique</li> <li>- facile de mettre en œuvre</li> <li>- rendement élevé</li> </ul>	Utilisé seulement lorsque de grands espaces sont disponibles
<b>Disques biologiques</b>	Culture fixe	Les micro-organismes sont fixés sur un disque à demi immergé et tournent autour d'un axe horizontal. La biomasse est ainsi alternativement aérée par l'air ambiant et mouillée par les eaux résiduaires.	<ul style="list-style-type: none"> <li>- Cout de fonctionnement faible.</li> <li>- efficace</li> </ul>	<ul style="list-style-type: none"> <li>- Sensible aux conditions climatiques</li> <li>- Elle peut entraîner d'émission d'odeur</li> </ul>
<b>Les boues activées</b>	Culture libre	Les micro-organismes flottent librement dans une solution maintenue en agitation et alimentée en oxygène.	Excellente performance de dépollution (rendement supérieur à 95%) par rapport à d'autres procédés existants	<ul style="list-style-type: none"> <li>- cout d'investissement et parfois d'exploitation relativement faible</li> <li>- procédés difficile à maîtriser notamment pour le traitement d'azote et phosphore ou en cas de variation important des flux à traiter.</li> </ul>

Tableau 3.1. Méthodes les plus courantes de traitement secondaire.

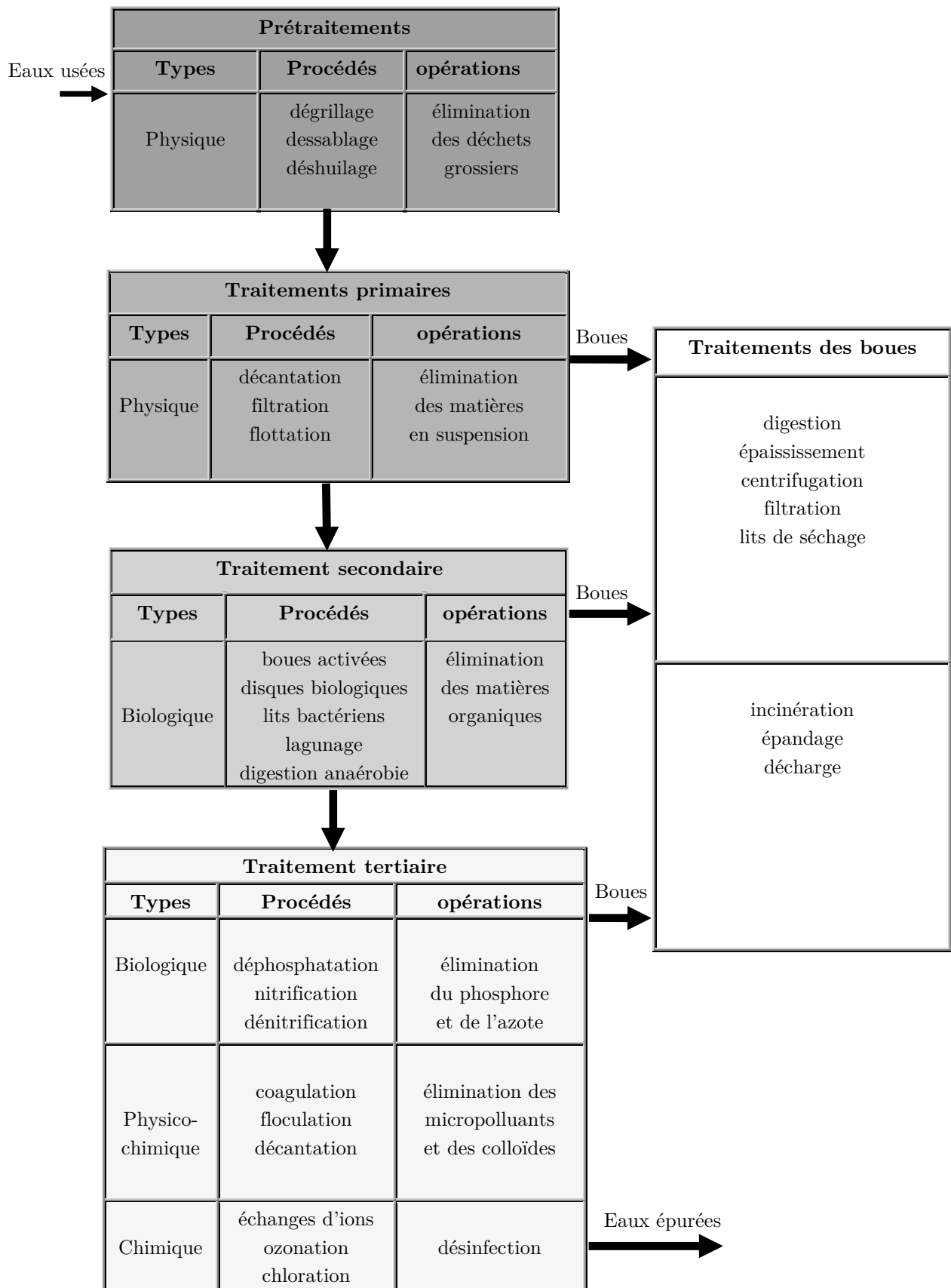


Figure 3.1. Etapes de traitement des eaux usées [Hadj-Sadok, 1999]

### 3.2.2. Traitement biologique par boues activées

Les procédés de traitement biologique par boues activées sont des activités biologiques de transformation des polluants biodégradables par l'intermédiaire de micro-organismes. Les boues activées représentent le milieu idéal pour une activité maximale des bactéries : un apport en oxygène suffisant, une agitation permanente et un effluent riche en nutriment.

Une description à l'échelle microscopique du processus d'épuration de l'eau, ainsi que la présentation de fonctionnement de la chaîne de traitement à l'échelle réelle, font l'objet de cette section.

#### a. Dégradation des polluants à l'échelle microscopique

##### a.1. Substrat et micro-organismes épurateurs

- **Le substrat** : les substrats ou les matières nourrissantes des micro-organismes peuvent être présents dans l'eau épurée soit sous forme directement assimilable par les bactéries, soit elles subissent une hydrolyse par exoenzymes.
- **Micro-organismes épurateurs** : ces micro-organismes sont à la base de l'épuration biologique des eaux usées. Ce sont essentiellement les bactéries, des protozoaires, des levures et moisissures. Grâce à leurs structures simples et leur multiplication rapide, certaines de ces populations microbiologiques sont capables de dégrader les matières polluantes présentes dans les eaux usées :
  - *Les bactéries* : ce sont des micro-organismes unicellulaires. Elles se multiplient et se croisent en général par fission binaire. Leur concentration dans les procédés biologiques est la plus élevée des autres populations. Elle peut atteindre jusqu'à  $10^6$  bactéries/ml.
  - *Les protozoaires* : ils présentent des structures plus complexes que celle des bactéries. Ils sont classifiés selon leur mode de mouvement en trois catégories : nageurs, rampants ou sessiles [Edeline, 1993]. Grâce à leurs interactions avec les bactéries épuratrices (compétition et prédation), ils peuvent jouer un rôle important au cours du processus d'épuration de l'eau.
  - *Les algues* : ces micro-organismes sont multicellulaires ou photosynthétiques unicellulaires. En général les algues sont indésirables dans les ressources d'eau car elles affectent leur goût et leur odeur. Elles jouent un rôle bénéfique, seulement pour les lits bactériens ou les bassins de lagunage.

La population bactérienne consomme les polluants pour :

- La synthèse de cytoplasme (dont le composé principal est le carbone) à partir du carbone.
- La croissance par exemple synthèse de protéine en consommant de l'azote.
- La croissance cellulaire et les réactions biosynthétiques en consommant le phosphore par exemple.



### a.2. Les processus métaboliques

Les mécanismes fondamentaux impliqués dans le traitement des eaux usées se basent sur la présence des micro-organismes, essentiellement les bactéries, qui dégradent les matières minérales et organiques pour leur métabolisme ou développement (figure 3.2). On distingue principalement deux mécanismes métaboliques [Moser, 1988] :

- **Catabolisme** : c'est la phase au cours de laquelle les substances nutritives grosses ou sous forme colloïdales sont dégradées en pyruvate (composés plus petits et plus simples). Elle représente l'ensemble des réactions de dégradation enzymatique et d'oxydation. De l'énergie est libérée au cours de cette phase.
- **L'anabolisme** : contrairement au catabolisme, l'anabolisme est une activité endothermique qui utilise l'énergie libérée par le processus de catabolisme. Il correspond à l'ensemble des réactions d'oxydation et de dégradation enzymatique.

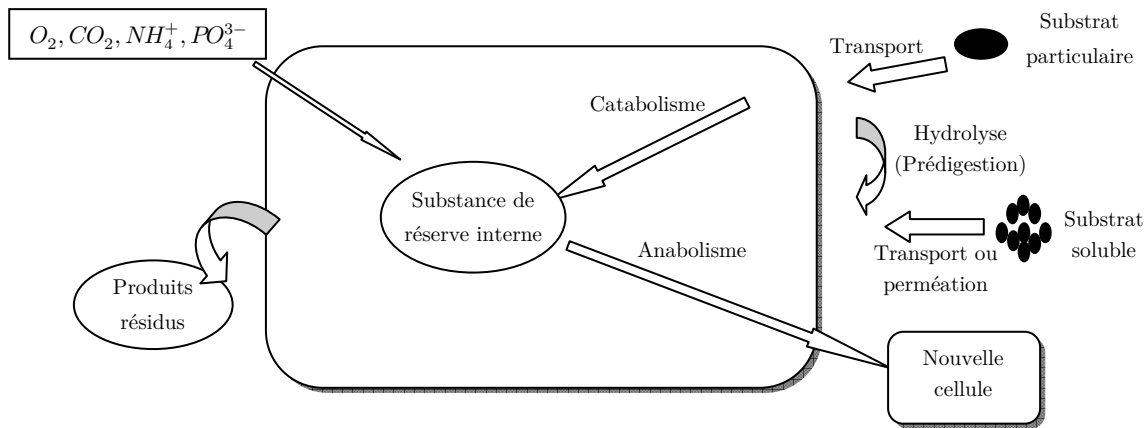
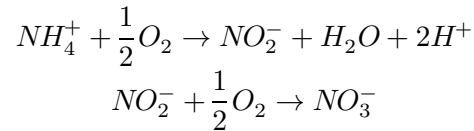


Figure 3.2. Métabolisme d'une bactérie.

L'anabolisme et le catabolisme sont les grandes étapes de dégradation des matières polluantes par les populations bactériennes. Ces deux étapes sont constituées de plusieurs activités élémentaires :

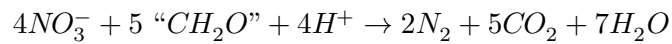
- **L'hydrolyse** : En raison de leurs tailles importantes, les particules et macromolécules subissent une série de réactions enzymatiques extracellulaires, afin d'être converties en molécules plus simple qui peuvent diffuser à travers la membrane cellulaire.
- **L'oxydation** : c'est la perte d'un ou plusieurs électrons suivie d'une production d'énergie. Cette procédure peut s'effectuer sous des conditions d'aérobiose, d'anaérobiose ou d'anoxie. Une partie des matières absorbées par les micro-organismes est utilisée pour fournir l'énergie nécessaire afin d'accomplir leur fonction biologique.
- **La digestion** : c'est un mécanisme, provoqué par les bactéries anaérobies capables de décomposer la matière organique en acides et alcools et de donner du méthane ( $CH_4$ ) et du gaz carbonique ( $CO_2$ ).
- **La floculation** : c'est un mécanisme permettant aux micro-organismes d'améliorer leurs caractéristiques d'absorption des aliments sur leur membrane cellulaire, en s'agglutinant sous forme de petits amas désignés bioflocs.

- **L'absorption** : les micro-organismes absorbent les matières particulaires qui ne peuvent pas être directement assimilés par les bactéries et les stockent à leur surface pour subir un processus de conversion en matières biodégradables.
- **La mortalité** : il existe plusieurs phénomènes de mortalité : la respiration endogène, la prédation (protozoaires) et le processus de lyse (dissolution). Une partie des produits de mortalité est biodégradable, l'autre fraction représente les résidus endogènes inertes.
- **La nitrification** : c'est la transformation de l'azote organique en  $NO_3^-$  par des organismes dits nitrifiant. Ce processus peut être décrit principalement par l'ensemble de ces deux équations :



D'après ces deux équations, l'ammoniac n'est pas directement oxydé en nitrate. Il doit être premièrement transformé en nitrite et après en nitrate.

- **La dénitrification** : c'est la deuxième étape, qui consiste à une conversion de nitrate par les hétérotrophes facultatifs sous les conditions d'anoxie. Ce processus peut être résumé par l'équation chimique suivante :



Avec " $CH_2O$ " la formule brute de plusieurs isomères. Ainsi, la figure 3.3 décrit le processus de dégradation biologique de l'azote.

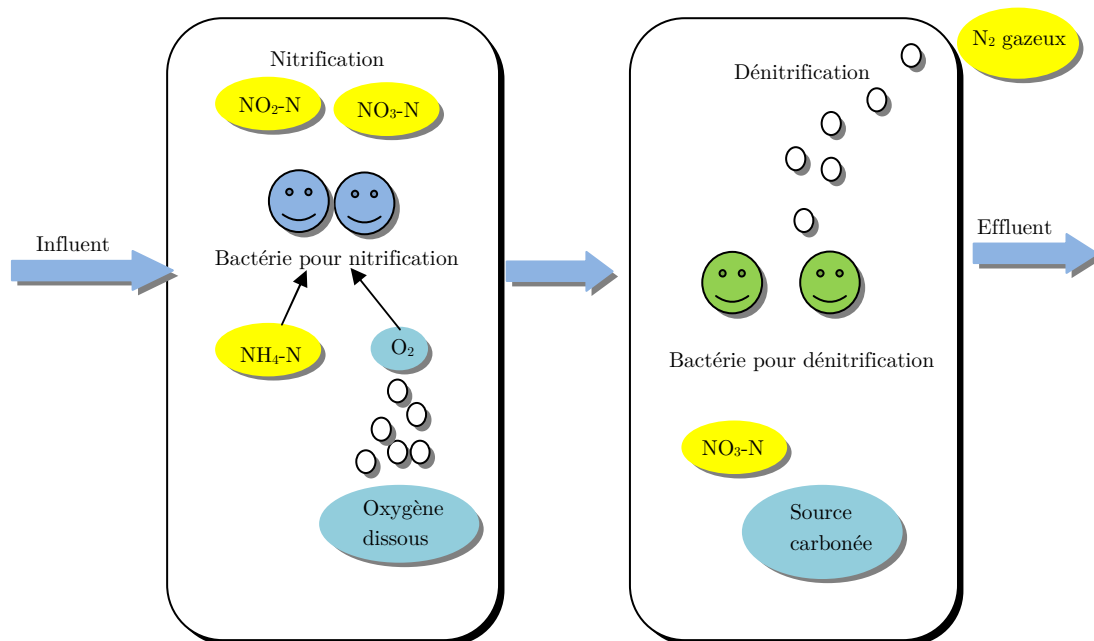


Figure 3.3. Etapes de processus de dégradation biologique d'azote.

## b. Fonctionnement à l'échelle réelle

Une brève description de fonctionnement de la station d'épuration biologique à l'échelle microscopique a été présentée dans la section précédente. La station d'épuration biologique comprend principalement deux compartiments : le bioréacteur (bassin d'aération) et le décanteur (bassin de sédimentation) (figure 3.4).

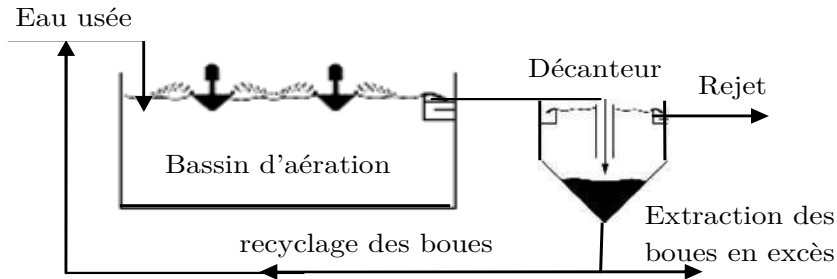


Figure 3.4. Procédé de traitement à boues activées en bassin unique [Chachuat et al, 2003]

- **Le bassin d'aération** : c'est un réacteur biologique où les déchets polluants subissent des réactions de biodégradations par l'intermédiaire des micro-organismes en suspension. Un apport continu en eau usée, en oxygène et une agitation constituent l'ensemble des facteurs favorables à un abattement efficace des substances biodégradables. Le bassin d'aération, selon le cas, est constitué d'un seul bassin permettant la réalisation des différentes réactions biologiques en même temps ou de plusieurs bassins en série privilégiant chacun le traitement d'une pollution spécifique (nitrification, dénitrification, organique, phosphatation).
- **Le décanteur** : il permet de recycler les boues vers le bassin d'aération d'une part et de récupérer l'effluent traité d'autre part. Dans les décanteurs, la phase liquide et solide est séparée par sédimentation qui se repose avec la force de gravité et la différence de densités entre les particules et le liquide.

Les étapes de traitement des eaux usées sont :

1. L'assimilation et la transformation de la pollution par les micro-organismes s'effectuent dans le bassin d'aération,
2. La formation des floccs décantables,
3. Le mélange, appelé « liqueur mixte » composée d'une phase liquide et d'une autre solide (micro-organisme, débris organiques, matières minérales), est re-circulé vers le décanteur,
4. Une séparation entre le liquide épuré et la boue par gravitation dans le décanteur,
5. Une partie de boues est mélangée avec l'eau incidente afin d'être recyclée vers le bassin d'aération. La partie restante est éliminée du système.

### 3.3. Modélisation des stations d'épurations biologiques

Cette section concerne l'étude de la modélisation des procédés biologiques à boues activées. Un résumé sur l'évolution historique de ce processus est présenté en premier lieu. Par la suite, les principaux travaux de modélisation effectués pour la représentation mathématique du bassin d'aération, ainsi que le décanteur, sont donnés. Nous mettrons, en évidence les équations du modèle ASM1 qui rassemblent le couple bioréacteur et décanteur, ainsi que son modèle réduit.

Les premières études entreprises depuis 1885 en Europe et 1890 aux États-Unis se sont soldées pour le développement des systèmes à boues activées. Les premières stations de traitement des eaux usées étaient une série de réacteurs aérés à remplissage et vidange. En 1914, [Arden et Lockett [Arden et Lockett, 1914], ont amélioré ce processus en récupérant les solides biologiques floculés à chaque vidange pour les réutiliser dans le bassin avec le nouvel apport d'eau, afin d'avoir un temps de biodégradation plus court.

En 1917, les premières stations d'épurations constituées d'un réacteur continu associé à un clarificateur, sont apparues en Angleterre.

Suite à l'expansion considérable de la population, ainsi que le développement rapide de l'industrie, les stations d'épurations biologiques étaient exposées à un problème majeur du gonflement de boues (bulking) [Chen et Beck, 1993].

Vers 1930, des recherches théoriques ont identifié certaines conditions environnementales susceptibles de causer le gonflement des boues : augmentation des charges organiques, concentration faible en oxygène et niveau élevé des hydrocarbures [Edeline, 1993 ; Chen, 1993 ; Jeppson, 1996]. Ainsi, la présence de l'oxygène dissous est devenue le principal sujet de recherche pour le développement d'aération étagée [Kessler et Nicholas, 1935], l'aération prolongée, l'aération des boues contact-stabilisation [Ullrich et Smith, 1951]...

Depuis les années 1980, et suite à l'application des législations de plus en plus sévères, la dénitrification, la nitrification et la déphosphatation biologique se sont intégrées au traitement par boues activées.

#### 3.3.1. Historique de modélisation des stations d'épuration à boues activées

La modélisation est une partie inhérente à la conception d'une station d'épuration. Un grand nombre de modèles a été élaboré depuis les années cinquante. Le bassin d'aération a suscité plus d'intérêt que le décanteur. Les premiers modèles développés se contentaient de représenter les dynamiques de l'évolution des concentrations du substrat polluant et de la biomasse épuratrice, sous les conditions d'équilibre [Mckinney, 1962].

Par la suite, des efforts consacrés à la modélisation des dynamiques de croissance en biotechnologie tel que l'expression de la loi de Monod ont conduit à des modèles plus précis [Bastin et Dochain, 1990], [Monod, 1942].

A la fin des années soixante, les recherches ont montré que le caractère variable de certains aspects opérationnels du procédé de traitement avait une influence considérable sur le comportement de l'effluent à la sortie de l'unité d'épuration [Smith, 1969], [Busby et Andrews, 1975], [Andrews, 1947].

La multiplication des recherches dans ce domaine a donné lieu à des variétés de modèles : modèle structuré en âge [Ranta et al., 1977], fonction de transfert [Berthouex et al., 1978], modèle écologique et relation de régression entrée-sortie [Lacroix et Bloodgood, 1972]...

Bien que le décanteur n'a pas suscité autant d'intérêt que le bassin d'aération, de nombreuses tentatives ont été effectuées depuis le début de ce siècle dans le but de décrire les dynamiques de sédimentation. Le développement de la théorie de sédimentation a suivi deux voies : la méthode des flux de particules solides et les approches de sédimentation continue. Une étude bibliographique détaillée sur l'évolution des modèles de décanteurs peut se trouver dans le rapport de recherche [Lumley, 1985].

En 1983, un groupe d'experts internationaux au sein de l'IAWQ (International Association on Water Quality) a élaboré un modèle général considéré comme la référence dans la modélisation des boues activées. Ce modèle est largement abordé dans la littérature [Chen, 1993 ; Jeppson, 1996 ; Julien, 1997], puisqu'il est à la fois simple et apte à reproduire de façon réaliste les processus de dégradation biologique dans les bassins à boues activées. Ce modèle décrit les mécanismes biologiques de dégradation des matières organiques, de nitrification et de dénitrification.

En 1995, le même équipe a établis le modèle ASM2 (Henze *et al.*, 1995), basé sur la notification de la structuration des variables de modèle ASM1. Ces travaux ont ouvert la voie pour de nouvelles recherches aboutissant à des modèles trop complexes en vue de la simulation tels que les modèles ASM2d (Henze et al., 2000) et ASM3 (Gujer *et al.*, 1999).

### 3.3.2. Modèle de référence ASM1

Proposé il y a près de 28 ans, le modèle ASM1 de l'IAWQ (Henze et al, 1987) a fait l'objet de plusieurs applications tant académique que pratique. Ce modèle décrit les mécanismes biologiques de dégradation des matières organiques, de nitrification et de dénitrification dans les stations d'épuration à boues activées. Il comporte 13 variables d'états. Deux simplifications classiques sont apportées à ce modèle :

- i) L'alcalinité est omise  $S_{ALK}$  puisqu'elle n'intervient pas dans les dynamiques des autres variables.
- ii) Les composés particuliers inertes  $X_I$  sont associés avec ceux résultant du décès de la biomasse  $X_P$ .

Ainsi le modèle ASM1 simplifié comprend 11 variables d'état (Tableau 3.2).

↓ Composé	Symbole	Unité
1. Matière organique soluble inerte	$S_I$	$g\ DCO\ m^{-3}$
2. Substrat facilement biodégradable	$S_S$	$g\ DCO\ m^{-3}$
3. Matière organique particulaire inerte	$X_I$	$g\ DCO\ m^{-3}$
4. Substrat lentement biodégradable	$X_S$	$g\ DCO\ m^{-3}$
5. Biomasse hétérotrophe active	$X_{B,H}$	$g\ DCO\ m^{-3}$
6. Biomasse autotrophe active	$X_{B,A}$	$g\ DCO\ m^{-3}$
7. Azote sous forme de nitrite et de nitrate	$S_{NO}$	$g\ N\ m^{-3}$
8. Azote sous forme d'ammoniaque	$S_{NH}$	$g\ N\ m^{-3}$
9. Azote organique soluble et biodégradable	$S_{ND}$	$g\ N\ m^{-3}$
10. Azote organique particulaire biodégradable	$X_{ND}$	$g\ N\ m^{-3}$
11. Oxygène dissous	$S_O$	$g\ O_2\ m^{-3}$

Tableau 3.2. Variables d'état du modèle de dégradation biologique.

Les variables d'états du modèle ASM1 sont liées par 8 processus de dégradation. Une brève description de ces processus de dégradation est résumée dans les points suivants :

- 1- ***Croissance aérobie des micro-organismes hétérotrophes*** : c'est la phase d'anabolisme où les micro-organismes hétérotrophes dégradent le substrat afin d'assurer la production de biomasse. L'épuisement du substrat et le manque d'oxygène dissous et d'ammoniaque sont les limites principales de ce processus.
- 2- ***Croissance anaérobie des micro-organismes hétérotrophes*** : Sous des conditions d'anoxie (absence d'oxygène), une partie des micro-organismes hétérotrophes entraînent une réduction des nitrates, en les utilisant comme accepteurs terminaux d'électrons avec comme substrat. Par dénitrification, ce processus conduit à la production d'azote gazeux et de biomasse hétérotrophe.
- 3- ***Croissance aérobie des micro-organismes autotrophes*** : l'oxydation de l'ammoniaque (nitrification) entraîne une production de biomasse autotrophe et une consommation de l'oxygène dissous.
- 4- ***Mortalité des micro-organismes hétérotrophes et autotrophes*** : selon l'hypothèse de mortalité-régénération [Dold et al., 1980], la mortalité des micro-organismes hétérotrophes et autotrophes se déroule de façon continue et avec un taux supposé invariant en condition d'aérobie et d'anoxie. Les cellules mortes sont transformées en particulaire non-biodégradable  $X_I$  et en substrat lentement biodégradable  $X_S$ .
- 5- ***Ammonification de l'azote organique soluble*** : la biomasse hétérotrophe active transforme l'azote organique biodégradable en ammonium, indépendamment des conditions d'aération du milieu.

- 6- **Hydrolyse de la matière organique** : comme nous l'avons précisé dans le paragraphe 3.3.2, ce processus consiste à la décomposition des substrats lentement biodégradables en substances polluantes facilement assimilés par la biomasse. Ce processus s'effectue en condition d'aérobiose comme en anoxie. La baisse de taux d'hydrolyse sous des conditions d'anoxie par rapport aux conditions d'aérobiose est exprimée par l'introduction d'un coefficient  $\eta_{NO,h}$ .
- 7- **Hydrolyse de l'azote organique** : la décomposition de l'azote organique particulaire en azote organique soluble à un certain taux défini par les réactions d'hydrolyse décrites précédemment.

Le tableau 3.3 suivant résume les cinétiques des processus de dégradation  $\rho_j$ ,  $j = 1 \dots 8$ .

↓ Processus	Cinétique, $\rho_j$ ( $g \cdot m^{-3} \cdot s^{-1}$ )
1. Croissance aérobie des hétérotrophes	$\mu_H \left( \frac{S_S}{K_S + S_S} \right) \left( \frac{S_{NH}}{K_{NH} + S_{NH}} \right) \left( \frac{S_O}{K_{O,H} + S_O} \right) X_{B,H}$
2. Croissance anoxie des hétérotrophes	$\mu_H \left( \frac{S_S}{K_S + S_S} \right) \left( \frac{S_{NH}}{K_{NH} + S_{NH}} \right) \left( \frac{K_{O,H}}{K_{O,H} + S_O} \right) \left( \frac{S_{NO}}{K_{NO} + S_{NO}} \right) \eta_{NO,g} X_{B,H}$
3. Croissance aérobie des autotrophes	$\mu_A \left( \frac{S_{NH}}{K_{NH,A} + S_{NH}} \right) \left( \frac{S_O}{K_{O,A} + S_O} \right) X_{B,A}$
4. Mortalité des hétérotrophes	$b_H X_{B,H}$
5. Mortalité des autotrophes	$b_A X_{B,A}$
6. Ammonification de l'azote organique soluble	$k_a S_{ND} X_{B,H}$
7. Hydrolyse de la matière organique absorbée	$k_h \left( \frac{X_S/X_{B,H}}{K_X + (X_S/X_{B,H})} \right) \left[ \left( \frac{S_O}{K_{O,H} + S_O} \right) + \eta_{NO,h} \left( \frac{K_{O,H}}{K_{O,H} + S_O} \right) \left( \frac{S_{NO}}{K_{NO} + S_{NO}} \right) \right] X_{B,H}$
8. Hydrolyse de l'azote organique absorbé	$k_h \left( \frac{X_{ND}/X_{B,H}}{K_X + (X_S/X_{B,H})} \right) \left[ \left( \frac{S_O}{K_{O,H} + S_O} \right) + \eta_{NO,h} \left( \frac{K_{O,H}}{K_{O,H} + S_O} \right) \left( \frac{S_{NO}}{K_{NO} + S_{NO}} \right) \right] X_{B,H}$

Tableau 3.3. Cinétiques du modèle de dégradation

Dans un souci de clarté et dans la mesure du possible, les mêmes notations seront utilisées par la suite. En particulier :

- $x$  désigne l'état du système
- $Q$  est relatif aux différents débits

- Les exposants (ou indice selon le cas)  $^{in}$ ,  $^{rec}$ ,  $^{purg}$  et  $^{dec}$  sont utilisés pour désigner les grandeurs respectivement associées à l'influent, au recyclage des boues, à l'extraction et au clarificateur.

Les hypothèses adoptées pour la formulation du modèle de la station d'épuration biologique par boues activées sont les suivantes :

- Le réacteur est bien mélangé
- La séparation entre les phases solides et liquides est parfaite et aucune réaction de dégradation n'a lieu au sein du décanteur
- La somme des effluents sortants du décanteur est égale à la somme des influents entrants au décanteur.

Les équations différentielles du modèle sont données par:

$$\dot{x} = f(x) \quad (3.1)$$

Où  $f$  prend les formes suivantes :

- Pour les composants solubles ( $i = 1, 2, 7, 8, 9$ )

$$f_i(x) = \frac{Q^{in}}{V} (x_i^{in} - x_i) + R_i(x) \quad (3.2)$$

- Pour les composants particuliers ( $i = 3, 4, 5, 6, 10$ )

$$f_i(x) = \frac{1}{V} \left[ Q^{in} (x_i^{in} - x_i) + Q^{rec} \frac{Q^{in} - Q^{purg}}{Q^{rec} + Q^{purg}} x_i \right] + R_i(x) \quad (3.3)$$

- Pour la concentration en oxygène dissous :

$$f_i(x) = \frac{1}{V} Q^{in} (x_{11}^{in} - x_{11}) + R_{11}(x) + u k_L a (S_O^{sat} - S_O) \quad (3.4)$$

Où  $k_L a$  représente le coefficient de transfert d'oxygène dissous dans le milieu,  $S_O^{sat}$  est la concentration en oxygène dissous à saturation et  $u$  désigne la variable de commande relative au système d'aération. Toutefois, comme l'apport en oxygène est assuré par des aérateurs de surface de type tout-ou-rien,  $u$  ne peut prendre que deux valeurs discrètes, 0 ou 1.  $V$  est le volume réactionnel.  $R_i$  représente le taux de conversion de chaque composé et est donné par la relation:

$$R_i = \sum_{j=1}^8 \nu_{i,j} \rho_j, \quad i = 1 \dots 11 \quad (3.5)$$

Où  $\rho_j$  désigne la cinétique du  $j^{ème}$  processus et  $\nu_{i,j}$ , la stœchiométrie du  $i^{ème}$  composé pour le processus  $j$ . Les coefficients stœchiométriques  $\nu_{i,j}$ , qui lient les différentes variables d'états du modèle, sont consignés dans tableau (3.4).



Var. i →	1. $S_I$	2. $S_S$	3. $X_I$	4. $X_S$	5. $X_{B,H}$	6. $X_{B,A}$	7. $S_{NO}$	8. $S_{NH}$	9. $S_{ND}$	10. $X_{ND}$	11. $S_O$
j↓ Proc.	Les coefficients stœchiométriques $\nu_{i,j}$										
1.		$-\frac{1}{Y_H}$			1			$-i_{NBM}$			$-\frac{1-Y_H}{Y_H}$
2.		$-\frac{1}{Y_H}$			1		$-\frac{1-Y_H}{2.86Y_H}$	$-i_{NBM}$			
3.						1	$\frac{1}{Y_A}$	$-\frac{1}{Y_A} - i_{NBM}$			$-4.57 \frac{1}{Y_A}$
4.				$1 - f_{r_{XI}}$	-1					$i_{NBM} - f_{r_{XI}} i_{NXI}$	
5.				$1 - f_{r_{XI}}$		-1				$i_{NBM} - f_{r_{XI}} i_{NXI}$	
6.								1	-1		
7.		1		-1							
8.									1	-1	

Tableau 3.4. Stœchiométrie des réactions du modèle de dégradation

Le modèle cinétique résultant comporte 20 paramètres cinétiques et stœchiométriques, qui sont détaillés dans le tableau (3.5).

Les valeurs des concentrations entrantes  $X_{DCO}^{in}$ ,  $S_{NO}^{in}$ ,  $S_{NH}^{in}$  et  $S_{ND}^{in}$  sont collectées à partir de fichiers des données élaborés par le groupe de travail COST 624 et utilisant le modèle ASM1 et le logiciel SIMBA.

Le BSM1 est un simulateur complet de traitement des eaux d'un effluent urbain par boues activées [Alex et al., 1999]. Ce simulateur a été conçu dans le but de fournir un outil de comparaison des différentes stratégies de commande. Comme indiqué dans la figure (3.5), il est composé d'un réacteur et d'un clarificateur. Le réacteur est scindé en cinq compartiments : deux bassins anoxiques et trois autres aérobie qui sont parfaitement agités.

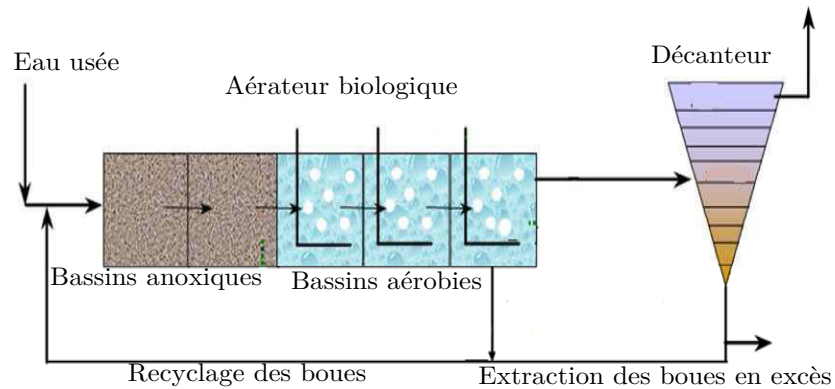
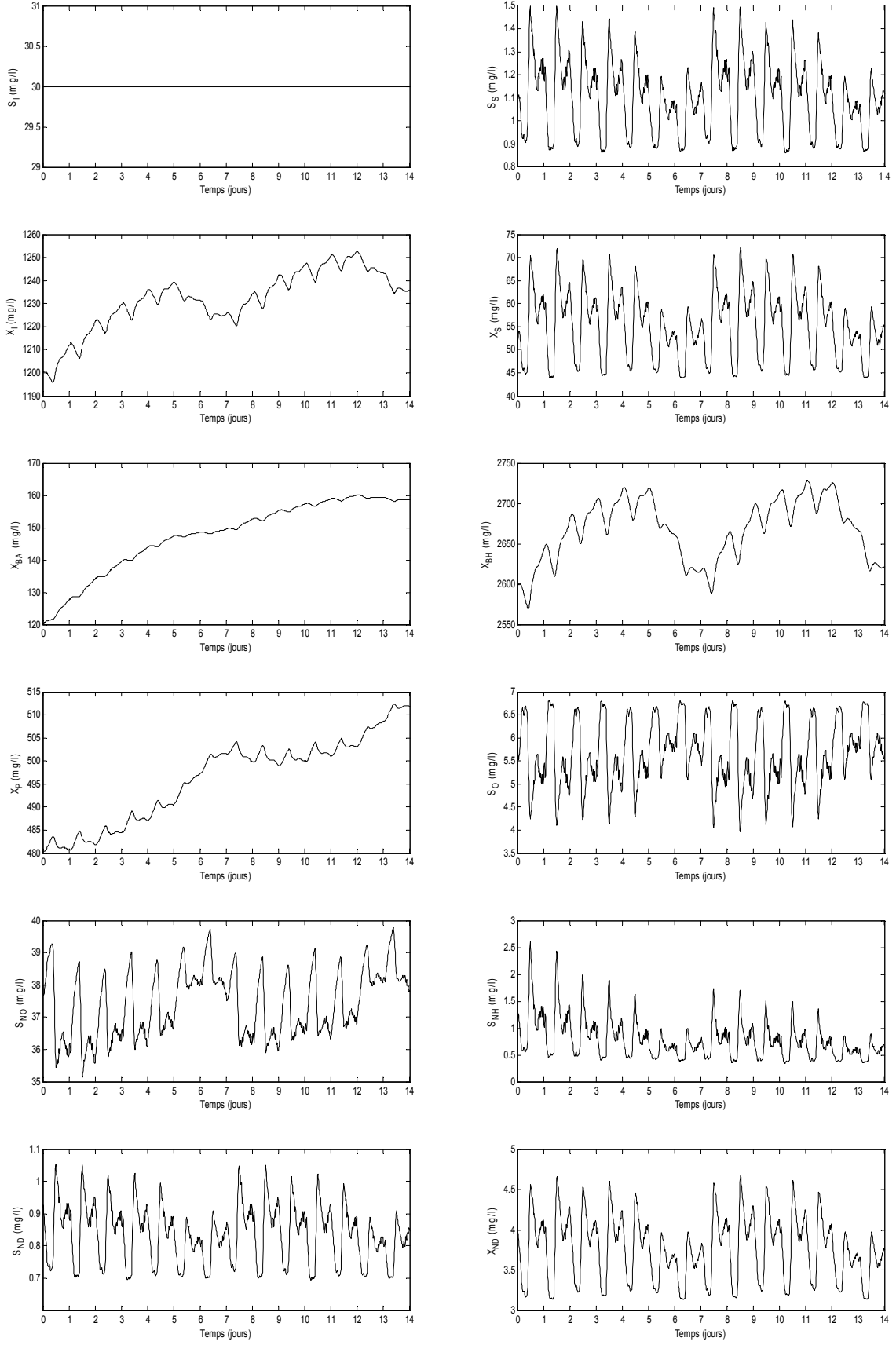


Figure 3.5. Modèle BSM1

Pour se rapprocher de la structure décrite par le modèle ASM1, seul le troisième bassin et le clarificateur sont considérés. Le volume  $V$  de ce bassin est égale à  $6000 \text{ m}^3$ . Le coefficient  $k_l a$  relatif au transfert d'oxygène a une valeur de  $k_l a = 240 \text{ d}^{-3}$  et  $S_O^{sat} = 10 \text{ mg l}^{-1}$ . Tous les équations du modèle ASM1 complet sont exprimés plus en détail dans l'annexe B. Les résultats de simulation de ce modèle sont donnés figure 3.6.

Paramètre	Symbole	Valeur du benchmark	Valeurs par défaut		Gamme de variation
			20°C	10°C	
Paramètres stœchiométriques					
Rendement de conversion des hétérotrophes	$Y_H$	0.67	0.67	0.67	0.38 – 0.75
Rendement de conversion des autotrophes	$Y_A$	0.24	0.24	0.24	0.07 – 0.28
Fraction de DCO inerte issue du décès de la biomasse	$f_{r_{XI}}$	0.08	0.08	0.08	—
Proportion d’azote dans la biomasse	$i_{NBM}$	0.08	0.086	0.086	—
Proportion d’azote dans les produits de la biomasse	$i_{NXI}$	0.06	0.06	0.06	—
Paramètres cinétiques					
Taux de croissance spécifique maximal des hétérotrophes	$\mu_H$	4.0	6.0	3.0	0.60 – 13.2
Taux de mortalité des hétérotrophes	$b_H$	0.3	0.62	0.20	0.05 – 1.6
Constante d’affinité en substrat des hétérotrophes	$K_S$	10	20	20	5 – 225
Constante d’affinité en oxygène des autotrophes	$K_{NH,H}$	0.05 [85]			—
Constante d’affinité en ammoniacque des hétérotrophes	$K_{O,H}$	0.2	0.2	0.2	0.01 – 0.20
Constante d’affinité en nitrates des hétérotrophes dénitrifiants	$K_{NO}$	0.5	0.5	0.5	0.01 – 0.50
Taux de croissance maximal des autotrophes	$\mu_A$	0.5	0.8	0.3	0.20 – 1.0
Taux de mortalité des autotrophes	$b_A$	0.05	0.20	0.10	0.05 – 0.3
Constante d’affinité en ammoniacque des autotrophes	$K_{NH,A}$	1.0	1.0	1.0	—
Constante d’affinité en oxygène des autotrophes	$K_{O,A}$	0.4	0.4	0.4	0.4 – 2.0
Facteur de correction pour la croissance anoxie des hétérotrophes	$\eta_{NO,g}$	0.8	0.8	0.8	0.6 – 1.0
Taux d’ammonification	$k_a$	0.05	0.08	0.04	—
Taux maximal spécifique d’hydrolyse	$k_h$	3.0	3.0	1.0	—
Constante d’affinité en substrat particulaire pour l’hydrolyse	$K_X$	0.1	0.03	0.01	5 – 225
Facteur de correction pour l’hydrolyse en phase anoxie	$\eta_{NO,h}$	0.8	0.4	0.4	—

Tableau 3.5. Paramètres stœchiométriques et cinétiques du modèle de dégradation ([Chen et Beck, 1993])



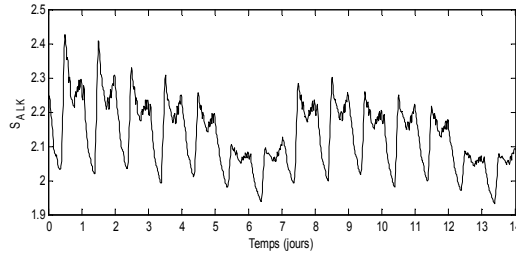


Figure 3.6. Résultats de simulation de modèle ASM1 complet pour un temps sec

### 3.3.3. Modèle réduit

Le modèle ASM1 a été bien accueilli par la communauté scientifique et largement utilisé. Aussi ses capacités de prédiction sont largement éprouvées. Il apparaît, cependant, que ce modèle ne réalise pas les compromis recherchés en raison de sa complexité (grand nombre de variables d'états et de paramètres, non-linéarité).

#### a. Approche de simplification du modèle ASM1 : revue bibliographique

Plusieurs modèles réduits à base du modèle ASM1 sont proposés pour l'observation d'état, la commande ou l'estimation en ligne des paramètres (Zhao et Kümmel, 1995 ; Jeppson, 1996 ; Julien, 1997 ; Marsili-Libelli et Aggi, 1997 ; Ryckaert, 1998 ; Steffens et Lants, 1999 ; Weijers, 2000). La réduction du modèle ASM1 peut être réalisée suivant les trois approches suivantes :

- **Simplification des variables selon leur échelle de temps** : elle est nommée encore sélection des variables d'état selon leur dynamique. Différentes méthodes sont utilisées pour la simplification des systèmes dynamiques portant plusieurs échelles de temps, à savoir : la théorie de perturbation singulière (Weijers, 2000), l'application de l'état quasi stationnaire aux dynamiques rapides (Bastin et Dochain, 1990) et l'association des valeurs propres et des variables d'état au moyen d'une méthode d'homotopie afin de choisir les variables lentes et rapides du modèle ASM1 (Steffens et al., 1997).
- **Simplification par linéarisation des cinétiques de dégradation** : les non-linéarités du modèle ASM1 proviennent principalement des cinétiques des réactions (termes cinétiques de Monod fonction de commutation de type  $\frac{S}{K+S}$ ). Cette méthode est couramment utilisée dans les démarches de réduction de (Julien, 1997). Elle consiste à remplacer les fonctions de Monod par réaction d'ordre 0 ou 1 par rapport au substrat.
- **Simplification des composés** : afin de s'approcher au plus près du comportement réel, le modèle ASM1 décrit la majorité des phénomènes biologiques macroscopique mis en jeu dans un procédé de traitement des eaux usées par boues activées. Cependant, suivant l'application souhaitée, soit parce qu'ils présentent peu d'intérêt dans la dynamique de système tels que les composés inertes soluble  $S_I$  et particuliers  $X_I$ ,  $X_P$  et l'alcanité  $S_{ALK}$ , soit parce qu'ils ne sont pas présents dans l'application considérée (Julien, 1997).

Au vu de la diversité des simplifications applicables au modèle ASM1, le nombre de combinaisons possibles est très élevé. Dans cette thèse, on opte pour le modèle réduit présenté par B. Chachuat (Chachuat et al., 2003) puisqu'il se caractérise par :

- Un horizon de prédiction de plusieurs heures,
- Une robustesse vis-à-vis des perturbations du procédé (débit, charge) et des changements des politiques d'aération,
- Les propriétés d'observabilité et d'identifiabilité conviennent à l'utilisation dans un schéma de commande en boucle fermée (commande adaptative, commande optimale, commande prédictive).

#### b. Modèle réduit Benoit Chachuat

L'objectif de ce paragraphe est de rappeler les différentes étapes de simplification données dans la thèse de Benoit Chachuat [Chachuat, 2001]:

- **Simplification des dynamiques lentes** : En appliquant la théorie des perturbations singulières, une séparation entre les dynamiques lentes et rapides des procédés de traitement des eaux usées par boues activées est faite. Les résultats obtenus indiquent clairement que les dynamiques des composés organiques particulaire inerte ( $X_I$ ) et des biomasses hétérotrophes ( $X_{B,H}$ ) sont nettement plus lentes que celles des autres composés du système, et ceci tout au long du cycle de fonctionnement. Ainsi, nous pouvons considérer que la concentration en composés organiques solubles inertes ( $S_I$ ) est omise des autres composés. Finalement, le nombre de variable d'état se réduit de 11 à 7.
- **Simplification des composées organiques** : pour représenter les composés organiques, 2 variables d'état sont utilisées dans le modèle ASM1: les composés biodégradable soluble ( $S_S$ ), supposé directement assimilable par les micro-organismes, et particulaire ( $X_S$ ), qui doit être hydrolysé en composés solubles pour pouvoir être assimilés. Les variables d'états ( $S_S$ ) et ( $X_S$ ), vont être rassemblées sous une unique variables  $X_{DCO}$  telle que  $X_{DCO} = X_S + S_S$  dont la dynamique s'écrit sous la forme :

$$\dot{X}_{DCO} = \frac{Q^{in}}{V} \left( X_{DCO}^{in} - \frac{K_S}{K_{DCO}} X_{DCO} \right) - \frac{1}{Y_H} (\rho_1 + \rho_2) + \theta_2 \quad (3.6)$$

Où  $X_{DCO}^{in}$  désigne la concentration des composés organiques relatifs à l'influent. Ces cinétiques de croissance aérobie  $\rho_1$  et anoxie  $\rho_2$  de la biomasse hétérotrophe sont définis en fonction des variables d'état et des paramètres du modèle ASM1, par :

$$\rho_1 = \theta_1 \left( \frac{X_{DCO}}{K_{DCO} + X_{DCO}} \right) \left( \frac{S_O}{K_{O,H} + S_O} \right) \quad (3.7)$$

$$\rho_2 = \theta_1 \eta_g \left( \frac{X_{DCO}}{K_{DCO} + X_{DCO}} \right) \left( \frac{K_{O,H}}{K_{O,H} + S_O} \right) \left( \frac{S_{NO}}{K_{NO} + S_{NO}} \right) \quad (3.8)$$

Où les paramètres  $\theta_1$  et  $K_{DCO}$  sont définis par :

$$\theta_1 = \mu_H X_{B,H}$$

$$K_{DCO} = K_S \frac{X_{DCO}}{S_S} = \frac{K_S}{f_{SS}}$$

La prise en compte d'un composé organique unique présente l'avantage de masquer le mécanisme d'hydrolyse des composés particuliers en composés solubles et permet de réduire le nombre de variable d'état de 7 à 6.

- **Simplification des composés azotés :** pour représenter les composés azotés, quatre variables d'état sont utilisées :  $S_{NO}$ ,  $S_{NH}$ ,  $S_{ND}$  et  $X_{ND}$ . Les concentrations en azote ammoniacal  $S_{NH}$  et en nitrite/nitrates  $S_{NO}$ , s'avèrent indispensable dans l'expression du modèle réduit puisqu'elles constituent l'essentiel de rejets de l'azote et sont mesurables en ligne. En revanche, les deux fractions d'azote organique soluble  $S_{ND}$  et particulaire  $X_{ND}$ , dont le rôle est de décrire la formation interne de  $S_{NH}$  par les processus d'hydrolyse et d'ammonification, ne constituent qu'une faible partie de rejet d'azote. La simplification appliquée ici est de développer les dynamiques des composés  $S_{NH}$  et  $S_{ND}$  en simplifiant la cinétique d'ammonification  $\rho_6$ , de sorte qu'il ne soit plus nécessaire de décrire les mécanismes de formation interne d'ammoniaque :

$$\begin{aligned}\rho_3 &= Y_A \theta_3 \left( \frac{S_{NH}}{K_{NH} + S_{NH}} \right) \left( \frac{S_O}{K_{O,A} + S_O} \right) \\ \rho_6 &= \theta_4 S_{ND} \\ \rho_8 &= \theta_5 \left( \frac{X_{DCO}}{K_{DCO} + X_{DCO}} \right) \left[ \left( \frac{S_O}{K_{O,H} + S_O} \right) + \eta_h \left( \frac{K_{O,H}}{K_{O,H} + S_O} \right) \left( \frac{S_{NO}}{K_{NO} + S_{NO}} \right) \right]\end{aligned}$$

Avec

$$\begin{aligned}\theta_3 &= \frac{\mu_A}{Y_A} X_{B,A} \\ \theta_4 &= k_a X_{B,H} \\ \theta_5 &= k_h \frac{X_{ND}}{X_S} X_{B,H} \\ K_{ND} &= K_X \frac{X_{DCO}}{X_S} X_{B,H}\end{aligned}$$

Au final, l'application de l'ensemble des simplifications précédentes permet d'aboutir à un modèle dynamique de 5 variables d'état ( $X_{DCO}$ ,  $S_{NO}$ ,  $S_{NH}$ ,  $S_{ND}$  et  $S_O$ ) et décrit par le système d'équations suivant :

$$\begin{aligned}\dot{S}_{NO} &= \frac{Q_{in}}{V} (S_{NO}^{in} - S_{NO}) - \theta_1 \eta_{NO,g} \frac{1 - Y_H}{2.86 Y_H} \frac{X_{DCO}}{K_{DCO} + X_{DCO}} \frac{K_{O,H}}{K_{O,H} + S_O} \frac{S_{NO}}{K_{NO} + S_{NO}} \\ &\quad + \theta_3 \frac{S_{NH}}{K_{NH,A} + S_{NH}} \frac{S_O}{K_{O,A} + S_O} \\ \dot{S}_{NH} &= \frac{Q_{in}}{V} (S_{NH}^{in} - S_{NH}) \\ &\quad - \theta_1 i_{NBM} \frac{X_{DCO}}{K_{DCO} + X_{DCO}} \left( \frac{S_O}{K_{O,H} + S_O} + \eta_{NO,g} \frac{K_{O,H}}{K_{O,H} + S_O} \frac{S_{NO}}{K_{NO} + S_{NO}} \right) \\ &\quad - \theta_3 \frac{S_{NH}}{K_{NH,A} + S_{NH}} \frac{S_O}{K_{O,A} + S_O} + \theta_4 S_{ND}\end{aligned} \tag{3.9}$$

$$\begin{aligned}\dot{S}_O &= -\frac{Q_{in}}{V} S_O - \theta_1 \frac{1 - Y_H}{Y_H} \frac{X_{DCO}}{K_{DCO} + X_{DCO}} \frac{S_O}{K_{O,H} + S_O} - 4.57\theta_3 \frac{S_{NH}}{K_{NH,A} + S_{NH}} \frac{S_O}{K_{O,A} + S_O} \\ &\quad + k_l a (S_O^{sat} - S_O) \\ \dot{X}_{DCO} &= \frac{Q_{in}}{V} \left( X_{DCO}^{in} - \frac{K_S}{K_{DCO}} X_{DCO} \right) \\ &\quad - \frac{\theta_1}{Y_H} \frac{X_{DCO}}{K_{DCO} + X_{DCO}} \left( \frac{S_O}{K_{O,H} + S_O} + \eta_{NO,g} \frac{K_{O,H}}{K_{O,H} + S_O} \frac{S_{NO}}{K_{NO} + S_{NO}} \right) + \theta_2 \\ \dot{S}_{ND} &= \frac{Q_{in}}{V} (S_{ND}^{in} - S_{ND}) - \theta_4 S_{ND} \\ &\quad + \theta_5 \frac{X_{DCO}}{K_{ND} + X_{DCO}} \left( \frac{S_O}{K_{O,H} + S_O} + \eta_{NO,h} \frac{K_{O,H}}{K_{O,H} + S_O} \frac{S_{NO}}{K_{NO} + S_{NO}} \right)\end{aligned}$$

Les paramètres stœchiométriques et cinétiques  $Y_H$ ,  $i_{NBM}$ ,  $K_S$ ,  $K_{O,H}$ ,  $K_{NO}$ ,  $K_{NH,A}$ ,  $K_{O,A}$ ,  $\eta_{NO,g}$ ,  $\eta_{NO,h}$  sont identiques à ceux définis dans le modèle ASM1. Les paramètres  $\theta_i$  ( $i = 1..5$ ),  $K_{DCO}$  et  $K_{ND}$  sont issus des simplifications (tableau 3.6). Dans le but de valider ces simplifications, il s'avère nécessaire de vérifier que ces paramètres varient lentement au cours de temps.

- La figure (3.7) montre que les paramètres  $\theta_1$ ,  $\theta_2$ ,  $\theta_3$  et  $\theta_4$  présentent de faibles variations temporelles, du fait que ces paramètres ne dépendent que des variables lentes du modèle ASM1.

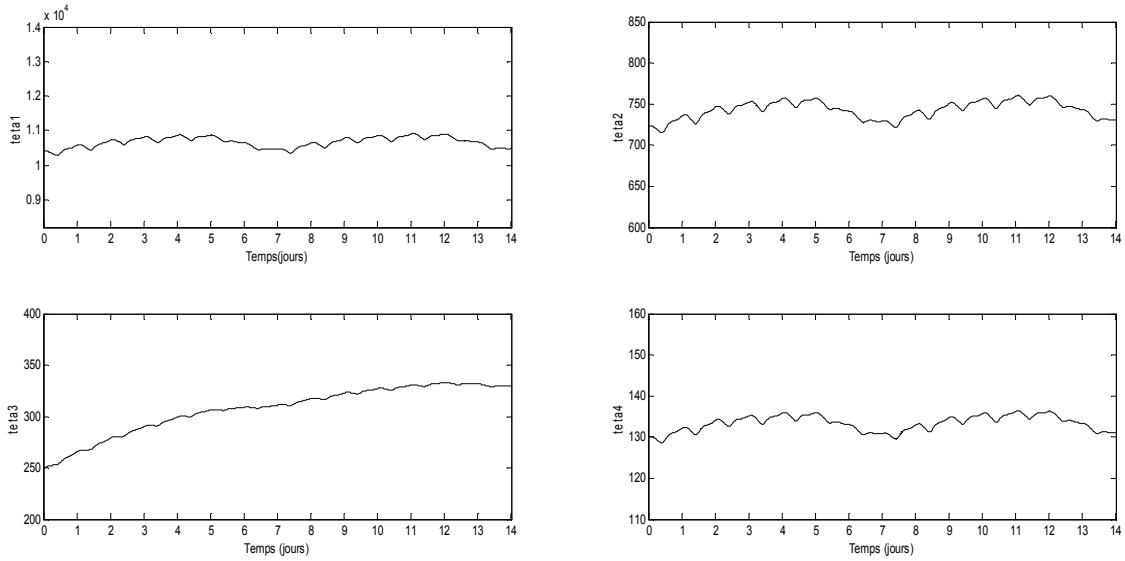


Figure 3.7. Variations des paramètres  $\theta_1$ ,  $\theta_2$ ,  $\theta_3$  et  $\theta_4$ .

- Le paramètre  $K_{DCO}$  dépend de la variable d'état  $S_S$ . L'évolution rapide de cette variable d'état dans le réacteur entraîne, par conséquent, une évolution temporelle de  $K_{DCO}$  plus conséquente. Cependant, ces variations gardent une valeur moyenne relativement stable (Figure 3.8).

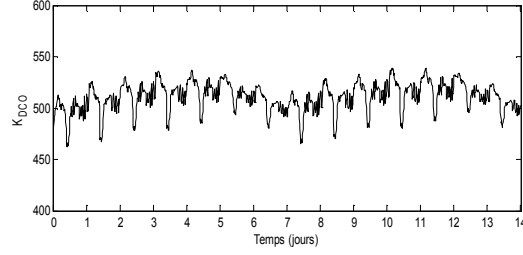


Figure 3.8. Variation du paramètre  $K_{DCO}$ .

- Les paramètres  $\theta_5$  et  $K_{ND}$  dépendent des variables d'état rapides du modèle ASM1, respectivement par le biais des termes  $\frac{X_{ND}}{X_S}$  et  $\frac{X_{DCO}}{X_S}$ . Ces deux rapports sont cependant peu variables dans le temps. D'une part, le rapport  $\frac{X_{ND}}{X_S}$  ou nommé la fraction azotée des composées organiques particulaires reste stable, étant donné que  $X_S$  et  $X_{ND}$  font l'objet du même processus de dégradation (hydrolyse). D'autre part, le rapport  $\frac{X_{DCO}}{X_S}$  est compris entre 0.9 et 1 puisque les composés organiques sont en grande partie particulaires. Ainsi, de façon tout à fait prévisible, les variations temporelles des deux paramètres sont par conséquent limitées (Figure 3.9).

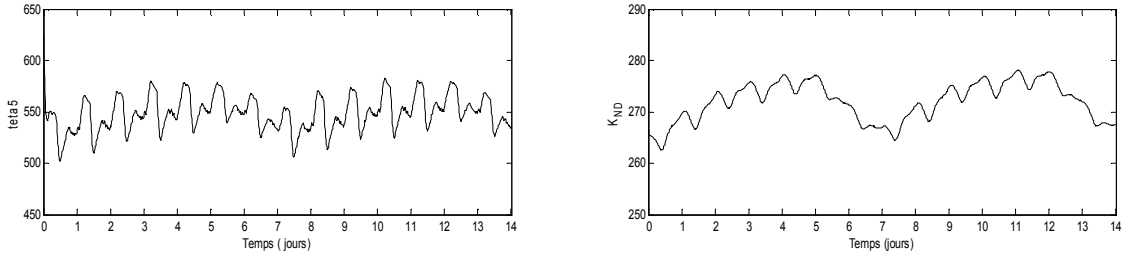


Figure 3.9. Variations des paramètres  $\theta_5$  et  $K_{ND}$

Paramètre	Valeur
$\theta_1$	10766
$\theta_2$	743
$\theta_3$	307
$\theta_4$	133
$\theta_5$	549
$K_{ND}$	272
$K_{DCO}$	511
$X_{B,H}$	$2692 \text{ gDCOm}^{-3}$
$X_{B,A}$	$147 \text{ gDCOm}^{-3}$

Tableau 3.6. Valeurs des paramètres spécifiques

Au terme de cette partie, le modèle réduit proposé apparaît apte à être utilisé pour l'estimation d'état. Avant cela, il s'agit de vérifier l'observabilité de ce modèle. Ces aspects, indispensables pour replacer les résultats d'estimation et appliquer l'observateur grand gain adaptatif, font l'objet des paragraphes suivants.



### 3.4. Implémentation et comparaison entre le FKE, l'OKE grand gain et le filtre de Kalman étendu grand gain adaptatif

La partie précédente était consacrée à la présentation d'une station d'épuration biologique ainsi que la modélisation de ces processus sous forme d'équations mathématiques. Nous avons signalé aussi dans le chapitre 1 que les filières biotechnologiques sont particulièrement limitées par le manque d'une instrumentation développée permettant d'accéder aux mesures pertinentes. En effet, la connaissance des bioprocédés est limitée par la complexité spécifique aux aspects biologiques qui les caractérisent. Ces méconnaissances peuvent apparaître dans deux niveaux différents des modèles des stations d'épuration biologiques :

- **Entrées appliquées** : à l'inverse de certains procédés biotechnologiques comme l'industrie pharmaceutique ou agro-alimentaire où les entrées appliquées sont connues et relativement bien maîtrisées, l'alimentation des stations d'épuration est sensible à divers facteurs extérieurs (climats, activités humaines...). En outre, ces fluctuations en débit ou en concentrations entrantes sont généralement difficiles à estimer, bien que des bassins de stockage (bassin d'orage) soient souvent prévus pour éviter en particulier les chocs de charges en cas d'orages et assurer en général la régularité des entrées du procédé de traitement. Ainsi, la maîtrise pratique de ces grandes fluctuations est souvent très délicate à instaurer. En conséquence, une partie des entrées appliquées peut être difficile à estimer et constituera donc une perturbation pour le système.
- **Sorties mesurées** : le problème des mesures a été largement détaillé dans le chapitre 1. D'une façon générale, les stations d'épuration biologique souffrent d'un manque de mesures en ligne, conséquence directe de l'absence d'instrumentation et de contraintes de faisabilité et de coût. Pratiquement, les instrumentations robustes se résument aux dispositifs des facteurs physico-chimiques [Bourdant et al., 1994]. Quant aux variables biochimiques caractéristiques de l'état du bioprocédé, comme les concentrations de biomasse ou de substrat, leur mesure est difficile et les précisions fournies par des capteurs sont souvent altérées par des bruits de mesure.

Pour appréhender à ces deux limitations, nous proposons d'appliquer les trois observateurs (OKE grand gain, FKE et l'observateur adaptatif) à un modèle réduit d'une station d'épuration biologique par boues activées. Ensuite, une comparaison, entre les estimations issues de ces trois observateurs pour mettre en évidence les performances de filtre de Kalman étendu grand gain adaptatif, est faite [Methnani et al., 2011(b)]. Ce dernier observateur a été appliqué, dans l'article de [Lafont et al., 2011] au modèle ASM1 complet, suivant deux étapes en cascade. La première consiste à appliquer l'observateur adaptatif au modèle réduit sujet de notre thèse. Au cours de la deuxième étape, ils utilisent les estimations issues du modèle simplifié comme des mesures pour le système complet. Malgré que l'étude de l'observabilité du modèle complet apparaisse triviale, la présence des termes complexes dans l'équation du modèle ASM1 le rend difficile. Par conséquent, trouver un changement de coordonnée pour mettre le système sous une forme canonique d'observabilité indispensable pour l'application d'observateur grand gain adaptatif, s'avère non possible. Pour ce faire, les auteurs ont choisi de mettre les équations de l'observateur dans des coordonnées inhabituelles : se sont les coordonnées naturelles.

### 3.4.1. Le filtre de Kalman étendu grand gain adaptatif

Le filtre de Kalman étendu grand gain adaptatif pour le système de la forme (2.28) peut se définir comme suit :

**Définition 3.1**

- $Q$  est une matrice symétrique définie positive, et
- $R$  et  $\theta$  deux réels positifs,  $\theta \geq 1$
- $\Delta$ ,  $Q_\theta$  et  $R_\theta$  sont données par

$$\Delta = \begin{pmatrix} 1 & 0 & \dots & 0 \\ 0 & \frac{1}{\theta} & \ddots & \vdots \\ \vdots & \ddots & \ddots & \ddots \\ 0 & \dots & 0 & \frac{1}{\theta^{n-1}} \end{pmatrix}$$

$$Q_\theta = \theta \Delta^{-1} Q \Delta^{-1}$$

$$R_\theta = \theta^{-1} R$$

Ainsi le filtre de Kalman étendu grand gain adaptatif s'écrit :

$$\begin{cases} \dot{z}(t) = A(u) z + b(z, u) - S^{-1} C' R_\theta^{-1} (Cz - y(t)) \\ \dot{S}(t) = -(A(u) + b^*(z, u))' S - S(A(u) + b^*(z, u)) + C' R_\theta^{-1} C - S Q_\theta S \\ \dot{\theta} = F(\theta, \mathcal{I}_d(t)) \end{cases} \quad (3.10)$$

Avec les conditions initiales :  $z(0) \in \chi$ ,  $S(0)$  est une matrice symétrique définie positive et  $\theta(0) = 1$ .

La fonction  $F(\theta, \mathcal{I}_d(t))$  assure la commutation entre les deux observateurs de la manière suivante:

- Si la trajectoire estimée  $z(t)$  est éloignée de celle réelle  $x(t)$ ,  $\theta(t)$  évolue de 1 à un certain  $\theta_{max}$  (mode grand-gain).
- Si la trajectoire estimée  $z(t)$  est proche de la trajectoire réelle  $x(t)$ , l'application d'un FKE devient valide et  $\theta(t)$  tend vers 1.

L'innovation est donnée par cette relation

$$\mathcal{I}_d(t) = \int_{t-d}^t \|y(t-d, x(t-d), \tau) - y(t-d, z(t-d), \tau)\|^2 d\tau \quad (3.11)$$

Où  $y(t_0, x_0, \tau)$  comme étant la sortie du système (2.28) au temps  $\tau$  et pour condition initiale  $x(t_0) = x_0$ .

La figure (3.10) illustre la signification de l'innovation à un moment  $t$ . Cette quantité est le carré de la distance  $L_2$  entre la courbe noire (trait plein) et la courbe rouge (en ligne pointillée). Ces deux dernières courbes représentent respectivement la sortie du système dans un intervalle de temps  $[t-d, t]$ . La prédiction de sortie est réalisée avec  $z(t-d)$  comme étant l'état initial.

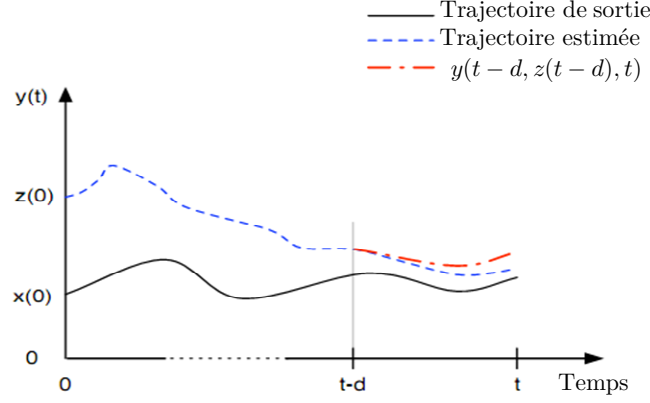


Figure 3.10. Calcul de l'innovation [Boizot et al., 2010]

L'importance de ce choix de l'innovation est explicitée par le lemme suivant qui représente une grande importance pour prouver la convergence de cet observateur adaptatif.

**Lemme 3.1**

Soient  $x_1^0$  et  $x_2^0 \in \mathbb{R}^n$ , et  $u \in \mathcal{U}_{adm}$ .  $y(0, x_1^0)$  et  $y(0, x_2^0)$  sont les trajectoires de sortie du système (2.28) avec conditions initiales  $x_1^0$  et  $x_2^0$  respectivement. Alors la propriété suivante (dite «l'observabilité persistante») est vraie :

$$\forall d > 0, \exists \lambda_d^0 > 0 \text{ tel que } \forall u \in L_b^1(\mathcal{U}_{adm})$$

$$\|x_1^0 - x_2^0\|^2 \leq \frac{1}{\lambda_d^0} \int_0^d \|y(0, x_1^0, \tau) - y(0, x_2^0, \tau)\|^2 d\tau$$

Si l'on considère que  $x_1^0 = z(t-d)$ , et que  $x_2^0 = x(t-d)$  alors le lemme précédent nous indique que :

$$\|z(t-d) - x(t-d)\|^2 \leq \frac{1}{\lambda_d^0} \int_{t-d}^t \|y(\tau) - y(t-d, z(t-d), \tau)\|^2 d\tau$$

Ou, de manière équivalente,

$$\|z(t-d) - x(t-d)\|^2 \leq \frac{1}{\lambda_d^0} \mathcal{J}_d(t)$$

Cette dernière expression peut être interprétée comme suit : modulo la multiplication par un paramètre constant, l'innovation au temps  $t$  est la borne supérieure de l'erreur d'estimation au temps  $t-d$ .

**Remarque 3.1**

L'hypothèse  $\theta(0) = 1$  apparait un peu atypique, cependant, ce n'est pas le cas :

- Pour des raisons techniques, la démonstration de la convergence de cet observateur dépend de la valeur initiale de  $\theta$  et  $\theta(0) = 1$  n'a pas d'influence sur les bornes de la matrice de Ricatti.
- Deuxièmement, suite à une large variation,  $\theta$  augmente. Dans ce cas, la valeur initiale de  $\theta$  n'as pas trop d'importance puisque un bon choix de la fonction d'adaptation (lemme 3.2) permet à  $\theta$  d'atteindre une large valeur dans un temps arbitrairement court.
- Finalement, dans le cas idéal ou l'erreur initial est nulle, on aura besoin d'une valeur faible de  $\theta$  pour avoir un lissage de bruit. Fixer  $\theta(0)$  à 1 le garanti.

**Lemme 3.2**

- Pour tout  $\Delta T > 0$ , il existe une constante  $M(\Delta T)$  telle que :
- Pour tout  $\theta_1 > 1$ , et
- Pour tout couple  $\gamma_1 > \gamma_0 > 0$ ,

Il existe une fonction  $F(\theta, \mathcal{J})$  de sorte que l'équation

$$\dot{\theta} = F(\theta, \mathcal{J}(t))$$

Où  $1 \leq \theta(0) \leq 2\theta_1$  et  $\mathcal{J}(t)$  une fonction positive et mesurable, a les propriétés suivantes

1. Il existe une unique solution  $\theta(t)$  vérifiant  $1 \leq \theta(t) \leq 2\theta_1$  pour tout  $t \geq 0$ ,
2.  $\frac{F(\theta, \mathcal{J})}{\theta^2} \leq M$
3. Si  $\mathcal{J} > \gamma_1$  pour tout  $t \in [\tau, \tau + \Delta T]$  alors  $\theta(\tau + \Delta T) \geq \theta_1$
4. Tant que  $\mathcal{J}(t) < \gamma_0$ ,  $\theta(t)$  décroît vers 1

Ainsi le théorème de la convergence exponentielle du filtre de Kalman étendu grand gain adaptatif est exprimé par le théorème suivant :

**Théorème 3.1**

Pour tout temps arbitraire  $T^* > 0$  et  $\varepsilon^* > 0$ , il existe  $0 < d < T^*$  et une fonction d'adaptation  $F(\theta, \mathcal{J}_d(t))$  telle que décrite au lemme (5.3), de sorte que pour tout  $t \geq T^*$  et n'importe quel couple de points  $(x_0, z_0) \in \chi^2$  :

$$\|x(t) - z(t)\|^2 \leq \varepsilon^* e^{-a(t - T^*)}$$

Où  $a > 0$  est une constante (indépendante de  $\varepsilon^*$ )

Une preuve de ce théorème est donnée en détail dans l'article [Boizot et al., 2010].

### 3.4.2. Système en considération Multi-entrées Multi-sorties

Le système considéré dans cette partie est un système non-linéaire Multi-entrées Multi-sorties. Pour le cas des systèmes MIMO, il n'existe pas une forme unique d'observabilité. Ces différentes formes d'observabilités peuvent conduire à différentes définitions d'observateurs. Dans ce qui suit nous considérons les systèmes non-linéaires MIMO de la forme:

$$\begin{cases} \frac{dx}{dt} = A(t) x + b(x, u) \\ y = C(t)x \end{cases} \quad (3.12)$$

Où  $A(t)$  et  $b(x, u)$  et  $C(t)$  sont définis par :

$$A(t) = \begin{pmatrix} 0 & a_2(t) & 0 & \dots & 0 \\ & 0 & a_3(t) & \ddots & \vdots \\ \vdots & & \ddots & \ddots & 0 \\ & & & 0 & a_n(t) \\ 0 & & \dots & & 0 \end{pmatrix}$$

$$b(x, u) = \begin{pmatrix} b_1(x_1, u) \\ b_2(x_1, x_2, u) \\ \vdots \\ b_n(x_1, \dots, x_n, u) \end{pmatrix}$$

$$C(t) = (a_1(t) \quad 0 \quad \dots \quad 0)$$

Le vecteur d'état à la structure «bloc» suivantes :

$$x(t) = \begin{pmatrix} x_1 \\ x_2 \\ \vdots \\ x_n \end{pmatrix}$$

Où  $x_i \in \mathfrak{R}^{d_i}$  et la sortie  $y \in \mathfrak{R}^{d_0}$  avec  $d_0 \geq d_1 \geq \dots \geq d_k$ . Les matrices  $a_i(t)$  sont de dimension  $d_{i-1} \times d_i$  et appartiennent à un sous-ensemble compact  $K_i$  de l'ensemble des matrices du rang maximum  $d_i$ .  $a_i(t)$ ,  $b_i(x, u)$  sont des fonctions lisses par rapport à  $x$  et  $u$ .  $b_i$  est un champ de vecteur à support compact ayant une structure triangulaire dépendante de  $x$ .

On note que dans le cas de notre application  $a_i(t)$  dépend du temps via  $y$ :  $a_i(t) = a_i(y(t))$ .

### 3.4.3. Simulations

Avant l'implémentation de ces trois observateurs, une étape primordiale est l'étude de l'observabilité du modèle réduit ASM1 proposé par Chachuat et al. [Chachuat et al., 2003] et représenté par les 5 équations différentielles (3.9).

Les sondes en oxygène dissous sont largement répandues. En plus, les capteurs pour la mesure des concentrations en nitrate  $S_{NO}$  et en ammoniacque  $S_{NH}$ , ne nécessitant plus de prise d'échantillons, sont robustes et ont des temps de réponse adaptés. Néanmoins, les concentrations des composés azotés organiques solubles  $S_{ND}$  et des composés organiques biodégradables  $X_{DCO}$  ne sont pas mesurables en ligne. Face à cette mesure partielle de l'état du système, il devient nécessaire d'étudier l'observabilité.

Suivant le cycle d'aération, l'expression du système change. Ainsi nous étudions l'observabilité du système dans trois types de conditions de fonctionnement : aérobie, anoxique et anaérobie.

En conditions de fonctionnement aérobie : c'est le cas où l'aération est continue, c'est-à-dire  $u = 1$ . La seule connaissance de la concentration en oxygène dissous permet d'observer le système [Chachuat et al., 2003].

En condition de fonctionnement anoxique : dans le cas d'absence en oxygène dissous dans le bioréacteur, le système réduit de la station d'épuration biologique (3.9) se réécrit sous la forme suivante :

$$\begin{aligned}\dot{S}_{NO} &= D^{in}(S_{NO}^{in} - S_{NO}) - \theta_1 \eta_{NO,g} \frac{1 - Y_H}{2.86 Y_H} \frac{X_{DCO}}{K_{DCO} + X_{DCO}} \frac{S_{NO}}{K_{NO} + S_{NO}} \\ \dot{S}_{NH} &= D^{in}(S_{NH}^{in} - S_{NH}) - \theta_1 i_{NBM} \eta_{NO,g} \frac{X_{DCO}}{K_{DCO} + X_{DCO}} \frac{S_{NO}}{K_{NO} + S_{NO}} + \theta_4 S_{ND} \\ \dot{X}_{DCO} &= D^{in} \left( X_{DCO}^{in} - \frac{K_S}{K_{DCO}} X_{DCO} \right) - \frac{\theta_1}{Y_H} \eta_{NO,g} \frac{X_{DCO}}{K_{DCO} + X_{DCO}} \frac{S_{NO}}{K_{NO} + S_{NO}} + \theta_2 \\ \dot{S}_{ND} &= D^{in}(S_{ND}^{in} - S_{ND}) - \theta_4 S_{ND} + \theta_5 \eta_{NO,h} \frac{X_{DCO}}{K_{ND} + X_{DCO}} \frac{S_{NO}}{K_{NO} + S_{NO}}\end{aligned}$$

Le système reste observable et, même, seule la concentration en ammoniacque permet l'observabilité du système [Chachuat et al., 2003].

En condition de fonctionnement anaérobie : l'absence de l'oxygène dissous et de nitrite permet de simplifier le système sous la forme suivante:

$$\begin{aligned}\dot{S}_{NH} &= D^{in}(S_{NH}^{in} - S_{NH}) + \theta_4 S_{ND} \\ \dot{X}_{DCO} &= D^{in} \left( X_{DCO}^{in} - \frac{K_S}{K_{DCO}} X_{DCO} \right) + \theta_2 \\ \dot{S}_{ND} &= D^{in}(S_{ND}^{in} - S_{ND}) - \theta_4 S_{ND}\end{aligned}$$

La mesure de la concentration en ammoniacque permet d'observer la concentration des composés azotés organiques solubles  $S_{ND}$ . En revanche, la dynamique des composés organiques  $X_{DCO}$  devient indépendante des autres dynamiques, et leur concentration n'est alors plus observable.

Dans le reste de cette thèse on considère le modèle réduit ASM1 dans des conditions de fonctionnement aérobie  $u = 1$ . On considère le modèle réduit observable décrit par l'équation (3.9). Mettant le système dans les nouvelles coordonnées suivantes :  $x_1 = S_{NO}$ ,  $x_2 = S_{NH}$ ,  $x_3 = S_O$ ,  $x_4 = X_{DCO}$  et  $x_5 = S_{ND}$ , on obtient un modèle qui n'est pas mis sous la forme canonique d'observabilité (3.12). En introduisant le changement de variable suivant:

$$\tilde{x}_4 = \frac{x_4}{x_4 + K_{DCO}}$$

Alors le système peut être réécrit par :

$$\dot{x}_1 = - \left( \alpha_1 \frac{K_{O,H}}{K_{O,H} + x_3} \frac{x_1}{K_{NO} + x_1} \right) \tilde{x}_4 + \left( \frac{Q^{in}}{V} (S_{NO}^{in} - x_1) + \alpha_2 \frac{x_2}{K_{NH,A} + x_2} \frac{x_3}{K_{O,A} + x_3} \right)$$

$$\begin{aligned}
\dot{x}_2 &= - \left( \alpha_3 \frac{x_3}{K_{O,H} + x_3} + \alpha_4 \frac{K_{O,H}}{K_{O,H} + x_3} \frac{x_1}{K_{NO} + x_1} \right) \tilde{x}_4 + \alpha_5 x_5 \\
&\quad + \left( \frac{Q^{in}}{V} (S_{NH}^{in} - x_2) - \alpha_2 \frac{x_2}{K_{NH,A} + x_2} \frac{x_3}{K_{O,A} + x_3} \right) \\
\dot{x}_3 &= - \left( \alpha_6 \frac{x_3}{K_{O,H} + x_3} \right) \tilde{x}_4 - \left( \frac{Q^{in}}{V} x_3 + \alpha_7 \frac{x_2}{K_{NH,A} + x_2} \frac{x_3}{K_{O,A} + x_3} - k_l a (S_O^{sat} - x_3) \right) \\
\dot{x}_4 &= \frac{\left( \frac{Q^{in}}{V} X_{DCO}^{in} + \alpha_{11} \right)}{K_{DCO}} (1 - \tilde{x}_4)^2 - \frac{Q^{in}}{V} \alpha_8 (1 - \tilde{x}_4) \tilde{x}_4 \\
&\quad - \frac{1}{K_{DCO}} \left( \alpha_9 \frac{x_3}{K_{O,H} + x_3} + \alpha_{10} \frac{K_{O,H}}{K_{O,H} + x_3} \frac{x_1}{K_{NO} + x_1} \right) (1 - \tilde{x}_4)^2 \tilde{x}_4 \\
\dot{x}_5 &= \frac{Q^{in}}{V} (S_{ND}^{in} - x_5) - \alpha_5 x_5 \\
&\quad + \left( \alpha_{12} \frac{x_3}{K_{O,H} + x_3} + \alpha_{13} \frac{K_{O,H}}{K_{O,H} + x_3} \frac{x_1}{K_{NO} + x_1} \right) \frac{\tilde{x}_4 K_{DCO}}{K_{ND} + \tilde{x}_4 (K_{ND} - K_{DCO})}
\end{aligned}$$

Avec

$$\begin{aligned}
\alpha_1 &= \mu_H X_{B,H} \eta_{NO,g} \frac{1-Y_H}{2.86 Y_H}, \quad \alpha_2 = \frac{\mu_A}{Y_A} X_{B,A}, \quad \alpha_3 = \mu_H X_{B,H} i_{NBM}, \quad \alpha_4 = \mu_H X_{B,H} i_{NBM} \eta_{NO,g}, \quad \alpha_5 = \\
&k_a X_{B,H}, \quad \alpha_6 = \mu_H X_{B,H} \frac{1-Y_H}{Y_H}, \quad \alpha_7 = 4.57 \frac{\mu_A}{Y_A} X_{B,A}, \quad \alpha_8 = \frac{K_S}{K_{DCO}}, \quad \alpha_9 = \frac{\mu_H X_{B,H}}{Y_H}, \quad \alpha_{10} = \frac{\mu_H X_{B,H}}{Y_H} \eta_{NO,g}, \\
\alpha_{11} &= (1 - f_{r_{XI}}) (b_H X_{B,H} + b_A X_{B,A}), \quad \alpha_{12} = k_h \frac{X_{ND}}{X_S} X_{B,H}, \quad \alpha_{13} = k_h \frac{X_{ND}}{X_S} X_{B,H} \eta_{NO,h}.
\end{aligned}$$

Cet ensemble d'équations est de la forme

$$\begin{aligned}
y_1 &= x_1, y_2 = x_2, y_3 = x_3 \\
\dot{x}_1 &= f_1(x_1, x_3) \tilde{x}_4 + g_1(x_1, x_2, x_3) \\
\dot{x}_2 &= f_2(x_1, x_3) \tilde{x}_4 + \alpha_5 x_5 + g_2(x_2, x_3) \\
\dot{x}_3 &= f_3(x_3) \tilde{x}_4 + g_3(x_2, x_3) \\
\dot{\tilde{x}}_4 &= g_4(x_2, x_3, \tilde{x}_4) \\
\dot{x}_5 &= g_5(x_1, x_3, \tilde{x}_4, x_5)
\end{aligned}$$

Finalement, les équations du modèle ASM1 réduit prennent la forme suivante:

$$\begin{cases} \frac{dx}{dt} = A(t) x + b(x, t) \\ y = \begin{pmatrix} 1 & 0 & 0 & 0 & 0 \\ 0 & 1 & 0 & 0 & 0 \\ 0 & 0 & 1 & 0 & 0 \end{pmatrix} \begin{pmatrix} x_1 \\ x_2 \\ x_3 \\ \tilde{x}_4 \\ x_5 \end{pmatrix} \end{cases} \quad (3.13)$$

Où

$$A(t) = \begin{pmatrix} 0 & 0 & 0 & -\alpha_1 \frac{K_{O,H}}{K_{O,H} + x_3} \frac{x_1}{K_{NO} + x_1} & 0 \\ 0 & 0 & 0 & -\alpha_3 \frac{x_3}{K_{O,H} + x_3} - \alpha_4 \frac{K_{O,H}}{K_{O,H} + x_3} \frac{x_1}{K_{NO} + x_1} & \alpha_5 \\ 0 & 0 & 0 & -\alpha_6 \frac{x_3}{K_{O,H} + x_3} & 0 \\ 0 & 0 & 0 & 0 & 0 \\ 0 & 0 & 0 & 0 & 0 \end{pmatrix}$$

$$b(x, t) = \begin{pmatrix} \frac{Q^{in}}{V} (S_{NO}^{in} - x_1) + \alpha_2 \frac{x_2}{K_{NH,A} + x_2} \frac{x_3}{K_{O,A} + x_3}, \\ \frac{Q^{in}}{V} (S_{NH}^{in} - x_2) - \alpha_2 \frac{x_2}{K_{NH,A} + x_2} \frac{x_3}{K_{O,A} + x_3}, \\ -\frac{Q^{in}}{V} x_3 - \alpha_7 \frac{x_2}{K_{NH,A} + x_2} \frac{x_3}{K_{O,A} + x_3} + k_l a (S_O^{sat} - x_3), \\ \frac{\left( \frac{Q^{in}}{V} X_{DCO}^{in} + \alpha_{11} \right)}{K_{DCO}} (1 - \tilde{x}_4)^2 - \frac{Q^{in}}{V} \alpha_8 (1 - \tilde{x}_4) \tilde{x}_4 - \\ \frac{1}{K_{DCO}} \left( \alpha_9 \frac{x_3}{K_{O,H} + x_3} + \alpha_{10} \frac{K_{O,H}}{K_{O,H} + x_3} \frac{x_1}{K_{NO} + x_1} \right) (1 - \tilde{x}_4)^2 \tilde{x}_4, \\ \frac{Q^{in}}{V} (S_{ND}^{in} - x_5) - \alpha_5 x_5 + \left( \alpha_{12} \frac{x_3}{K_{O,H} + x_3} + \alpha_{13} \frac{K_{O,H}}{K_{O,H} + x_3} \frac{x_1}{K_{NO} + x_1} \right) \frac{\tilde{x}_4 K_{DCO}}{K_{ND} + \tilde{x}_4 (K_{ND} - K_{DCO})} \end{pmatrix}$$

Le changement de coordonnée inverse pour retourner aux coordonnées naturelles est donné par :

$$x_4 = \frac{\tilde{x}_4 K_{DCO}}{(1 - \tilde{x}_4)} \quad (3.14)$$

Pour mener une comparaison concrète entre les trois types d'observateurs, nous avons appliqué les mêmes perturbations à chaque observateur. Les trois sorties du processus sont perturbées par un bruit coloré additif. Ce bruit est obtenu en simulant l'équation stochastique suivante (Uhlenbeck et Ornstein, 1930) :

$$dX_t = -aX_t dt + \delta \sqrt{2ad} W_t$$

Où  $W_t$  est un processus de Wiener et  $X_t$  est un processus Ornstein-Uhlenbeck. Les coefficients  $a$  et  $\delta$  ont été choisis de façon à obtenir un bruit réaliste.

Aussi comme toutes les concentrations entrantes, la concentration  $X_{DCO}^{in}$  peut être soumise à des variations de grande amplitude. La figure (3.11) montre la variation provoquée à  $X_{DCO}^{in}$ .



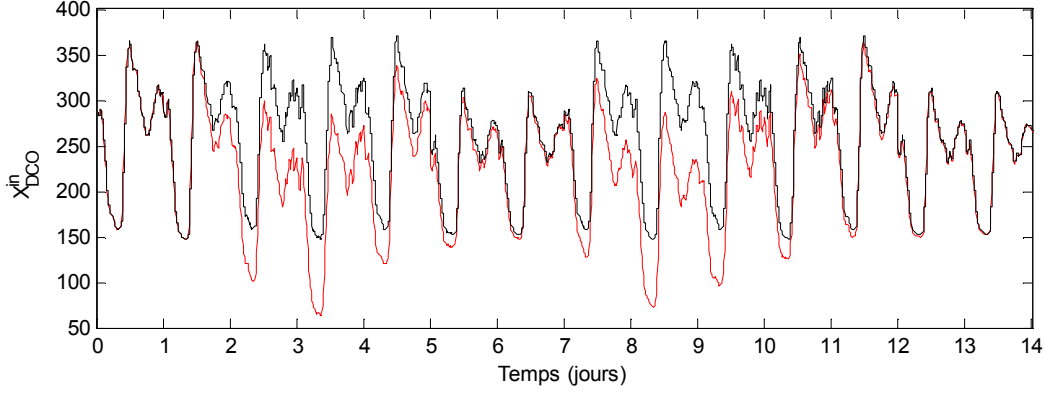


Figure 3.11. Variation de  $X_{DCO}^{in}$  pour un temps sec. Valeur de Benchmark — et valeur de Benchmark variée —.

#### a. Le filtre de Kalman étendu

On simule le FKE représenté par l'équation (2.30). L'objectif est de fixer les valeurs des matrices  $Q$  et  $R$  en présence du bruit et en absence de grandes perturbations sur les concentrations entrantes, de façon à obtenir un lissage du bruit acceptable. Les valeurs cinétiques et stœchiométriques sont données par le tableau (3.5). Les autres variables du modèle sont données par le tableau (3.7). Les concentrations initiales sont données par les fichiers temps sec dans le Benchmark. Les états initiaux de l'observateur sont égaux aux états initiaux du système. Les matrices  $Q$  et  $R$  sont deux matrices symétriques positives. Généralement, dans le cas continu, elles sont considérées diagonales avec des coefficients positifs:

- $R$  est fixée de manière à refléter la covariance de bruit de mesure;
- Les coefficients diagonaux de  $Q$  sont choisis plus large pour les variables d'états qui sont inconnus ou lorsque le modèle est moins précis.

De la théorie, nous savons que la matrice de Ricatti est une matrice symétrique : par conséquent nous pouvons résoudre les équations seulement pour la partie supérieure ou inférieure de la matrice (la solution pour  $\frac{n(n+1)}{2}$  équations au lieu de  $n^2$  équations). Comme indiqué dans la figure (3.12), la mise en œuvre de l'observateur nécessite l'utilisation d'une fonction qui transforme les matrices carrées de  $n \times n$  à des vecteurs et vice versa.

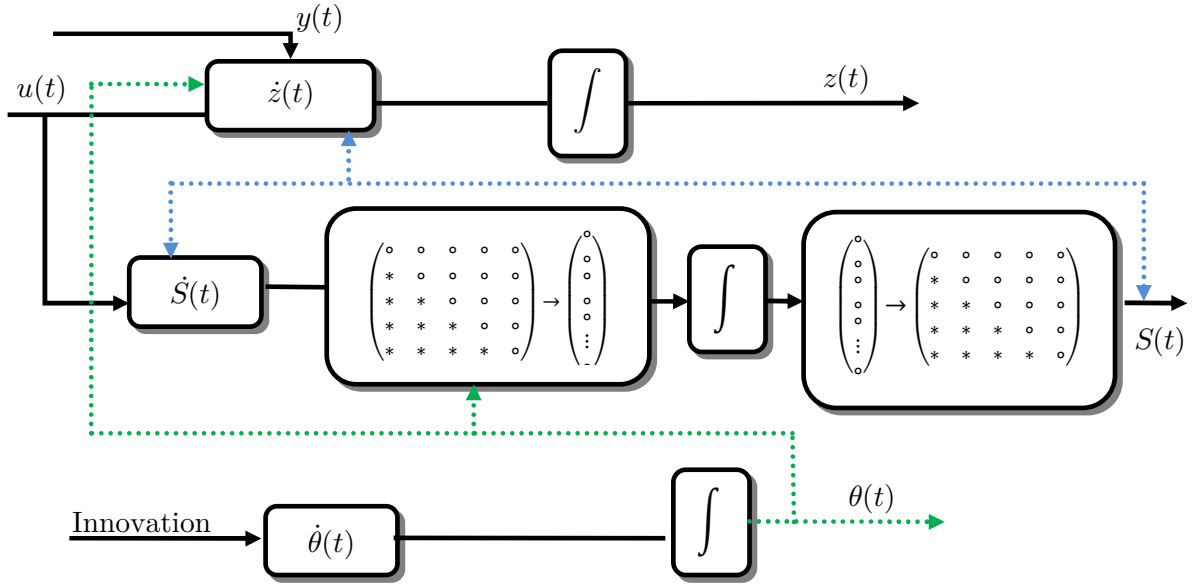
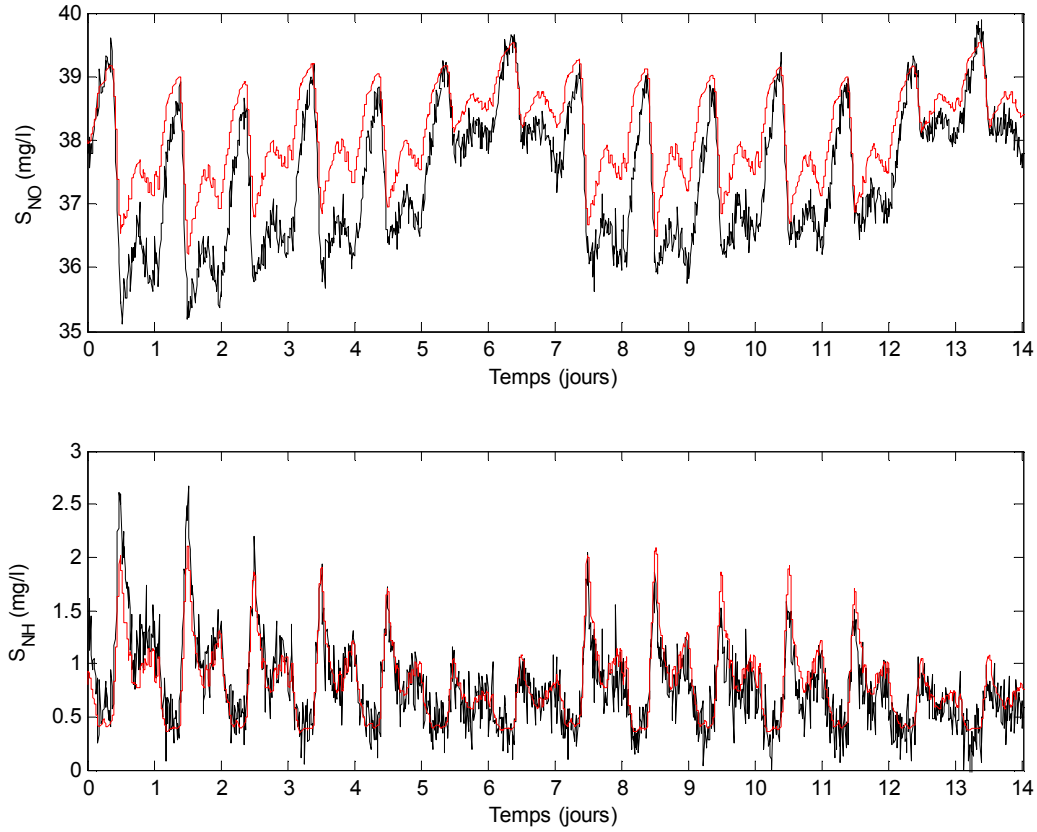


Figure 3.12. Calcul des principales équations de l'observateur

Finalement, la figure (3.13) illustre une comparaison des résultats de simulation d'un filtre de Kalman étendu appliqué au modèle ASM1 réduit et les résultats de simulation du modèle ASM1 complet.



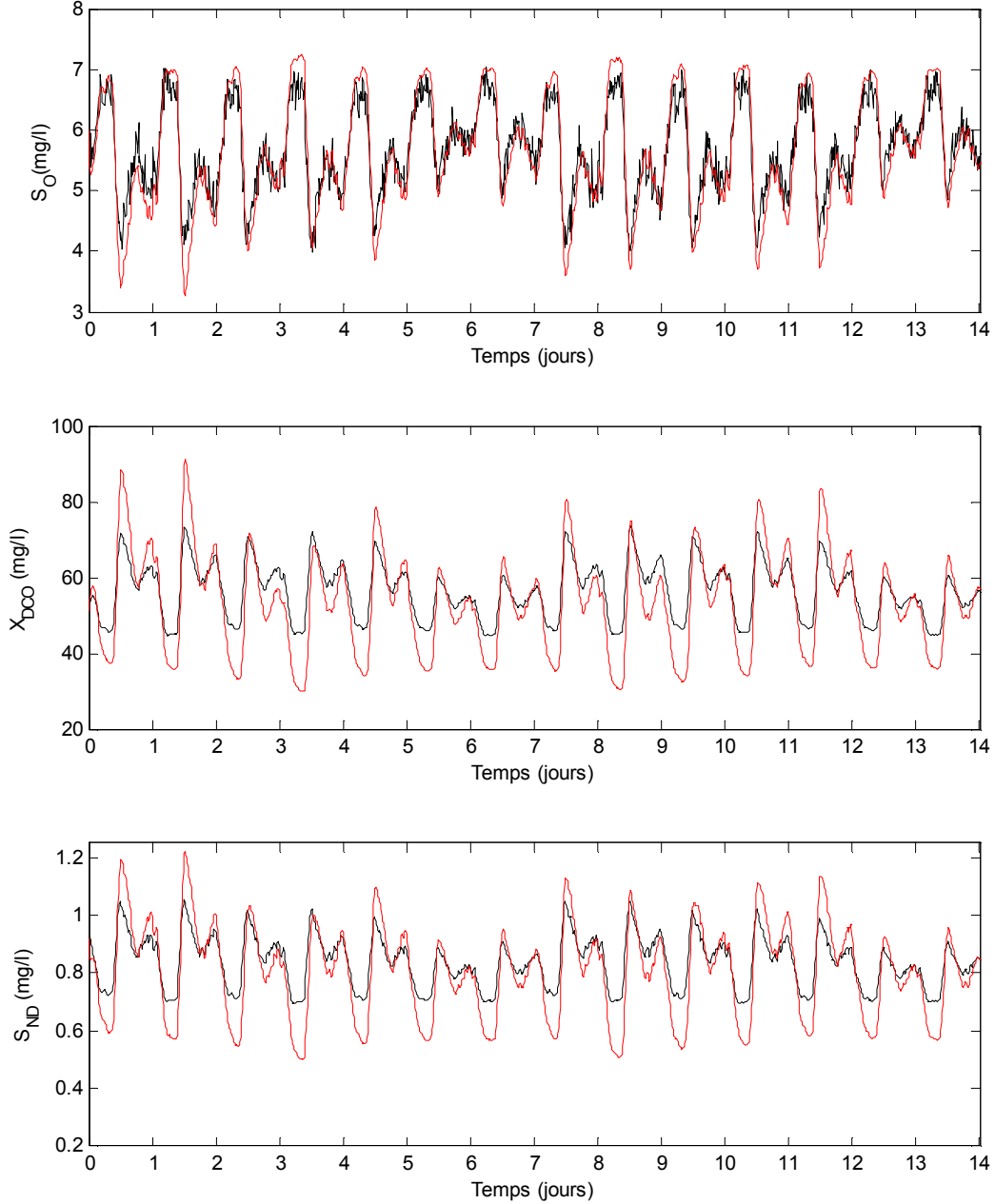


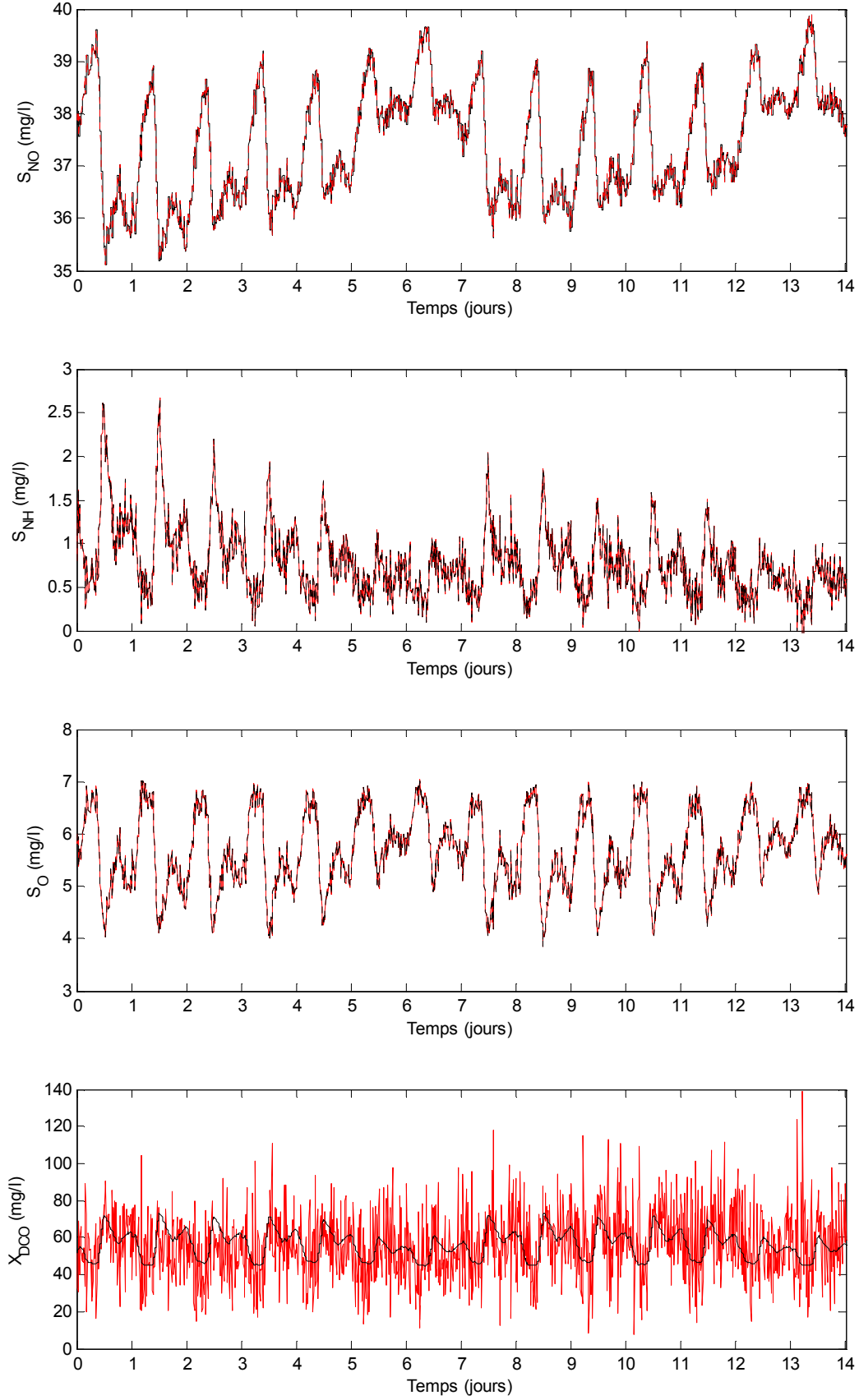
Figure 3.13. Résultats d'estimation pour un FKE. Légende : — états estimés — états simulés.

Le filtre de Kalman étendu est un observateur localement exponentiellement convergent, qui présente les mêmes inconvénients de cette classe d'observateurs. Comme illustrée par la figure (3.13), le FKE possède en pratique de très bonnes propriétés locales qui le rendent robuste au bruit. Cependant, la large variation de la concentration entrante  $X_{DCO}^{in}$  démontre l'incapacité de cet observateur à récupérer cette variation.

### b. OKE grand gain

Les matrices  $Q$  et  $R$  prennent les mêmes valeurs fixées antérieurement (tableau 3.7). Le paramètre  $\theta_{max}$  est choisi de telle sorte qu'il assure la meilleure réponse suite à l'application d'une large variation à la concentration  $X_{DCO}^{in}$  comme indiqué dans le tableau (3.8). Le lissage du bruit

est ignoré dans ce cas. La figure (3.14) montre les résultats de simulation d'un OKE grand gain appliqué au modèle ASM1 réduit.



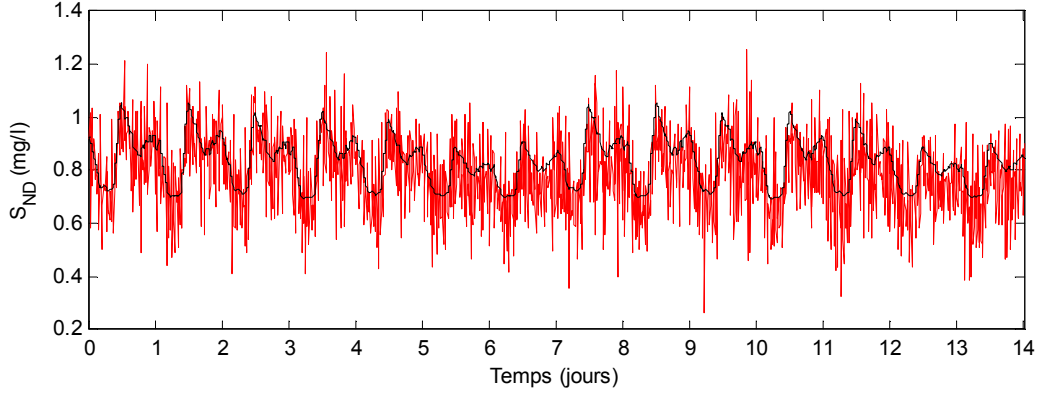


Figure 3.14. Résultats d'estimation pour un OKE grand gain. Légende : — états estimés  
— états simulés.

Les concentrations estimées, en particulier la concentration d'azote organique soluble et biodégradable  $S_{ND}$  et la concentration des composés organiques  $X_{DCO}$ , démontrent que l'OKE grand gain amplifie le bruit.

### c. Filtre de Kalman étendu adaptatif

$$\begin{cases} \frac{dz}{dt} = A(t)z + b(z, u) - S^{-1}C'R_\theta^{-1}(Cz - y(t)) \\ \frac{dS}{dt} = -(A(t) + b^*(z, u))'S - S(A(t) + b^*(z, u)) + C'R_\theta^{-1}C - SQ_\theta S \\ \frac{d\theta}{dt} = F(\theta, I_d(t)) \end{cases} \quad (3.15)$$

Où

$$Q_\theta = \theta \Delta^{-1} Q \Delta^{-1}$$

$$R_\theta = \theta^{-1} R$$

$$\Delta = \left(1, 1, 1, \frac{1}{\theta}, \frac{1}{\theta}\right)$$

$$F(\theta, I_d) = \mu(\mathcal{J}_d)F_0(\theta) + (1 - \mu(\mathcal{J}_d))\lambda(1 - \theta)$$

$$F_0(\theta) = \begin{cases} \frac{1}{\Delta T} \theta^2 & si \ \theta \leq \theta_1 \\ \frac{1}{\Delta T} (\theta - 2\theta_1^2) & si \ \theta > \theta_1 \end{cases}$$

$\mu(\mathcal{J}_d) = [1 + e^{-\beta(\mathcal{J}-m)}]^{-1}$  où  $\beta$  et  $m$  sont les paramètres de la fonction sigmoïde (figure 5.12).

$\mu(\mathcal{J}_d)$  vérifie :

$$\mu(\mathcal{J}_d) = \begin{cases} 0 & si \ \mathcal{J}_d \leq \gamma_0 \\ \in [0,1] & si \ \gamma_0 \leq \mathcal{J}_d \leq \gamma_1 \\ 1 & si \ \mathcal{J}_d \geq \gamma_1 \end{cases}$$

**Remarque 3.2**

Choisir la fonction d'adaptation  $F(\theta, I_d)$  et  $F_0(\theta)$  comme définis précédemment permet de vérifier les propriétés 1 à 4 du lemme (3.2). En effet,

Si  $\mathcal{J}_d \geq \gamma_1$  alors  $F(\theta, I_d) = F_0(\theta)$ . Soit le système suivant :

$$\begin{cases} \dot{\theta} = F_0(\theta) \\ \theta(0) = 1 \end{cases}$$

Un simple calcul permet d'obtenir la solution :

$$\theta(t) = \begin{cases} \frac{\Delta T}{\Delta T - t} & \text{pour } \theta \leq \theta_1 \\ 2\theta_1 - \frac{\theta_1 \Delta T}{\theta_1 t + (2 - \theta_1) \Delta T} & \text{pour } \theta > \theta_1 \end{cases}$$

Ainsi  $\theta(t)$  peut atteindre  $\theta_1$  au cours d'un temps  $t < \Delta T$ . Cela est vérifié pour tout  $\theta(0) \in [1, \theta_1]$ . Ainsi la première propriété est satisfaite.

Au contraire, si  $\mathcal{J}_d \leq \gamma_0$ ,  $F(\theta, I_d) = \lambda(1 - \theta)$  alors la quatrième propriété est vérifiée. En plus, puisque  $F(\theta, I_d)$  est Lipchitz, par conséquent on aura la première propriété. Vérifions, par la suite, la deuxième propriété :

$$\text{On a } \left| \frac{F(\theta, I_d)}{\theta^2} \right| \leq \left| \frac{F_0(\theta)}{\theta^2} \right| + \left| \frac{\lambda(1-\theta)}{\theta^2} \right|$$

Le premier terme vérifie :

- Pour  $\theta \leq \theta_1$ ,  $\left| \frac{F_0(\theta)}{\theta^2} \right| = \frac{1}{\Delta T}$ , et
- Pour  $\theta_1 \leq \theta < 2\theta_1$ ,  $\left| \frac{F_0(\theta)}{\theta^2} \right| = \frac{1}{\Delta T} \left( \frac{\theta - 2\theta_1}{\theta} \right)^2 \leq \frac{1}{\Delta T}$

Le second terme satisfait :

$$- \left| \frac{\lambda(1-\theta)}{\theta^2} \right| = \lambda \frac{\theta-1}{\theta^2} = \lambda \left( \frac{1}{4} - \left( \frac{\theta-1}{\theta} \right)^2 \right) \leq \frac{\lambda}{4}$$

Finalement, la deuxième propriété est vérifiée avec  $M = \frac{1}{\Delta T} + \frac{\lambda}{4}$ .

L'innovation pour le système MIMO (3.12) est de la forme :

$$I_d(t) = \int_{t-d}^t \|y(t-d, x(t-d), \tau) - y(t-d, z(t-d), \tau)\|_{\mathcal{R}^{d_0}}^2 d\tau$$

Grâce à la forte propriété de l'observabilité du système, l'inéquation suivante montre que  $I_d(t)$  (contrairement au concept standard de l'innovation) mesure effectivement l'erreur d'estimation:

$$\|x(t-d) - z(t-d)\|^2 \leq k \cdot (I_d(t))^2 \text{ pour certaine constante } k > 0.$$

Ainsi

$$I_d(t) = \int_{t-d}^t \|S_{NO} - \hat{S}_{NO}\|^2 + \|S_{NH} - \hat{S}_{NH}\|^2 + \|S_O - \hat{S}_O\|^2$$

Avec  $\hat{S}_{NO}(s)$ ,  $\hat{S}_{NH}(s)$  et  $\hat{S}_O(s)$  désigne les valeurs estimées issues de l'observateur pour tout  $t - d \leq s \leq t$ .

Comme l'illustre la figure (3.15), l'implémentation de filtre de Kalman étendu à grand gain adaptatif se divise en deux étapes:

1. Le calcul de l'innovation  $I_d(t)$
2. Le calcul de l'état estimé des éléments de la matrice de Ricatti et la variable  $\theta$ .

La dernière étape est similaire à l'implémentation d'un filtre de Kalman standard pour les systèmes continus comme indiqué dans la partie (a) ci-dessus.

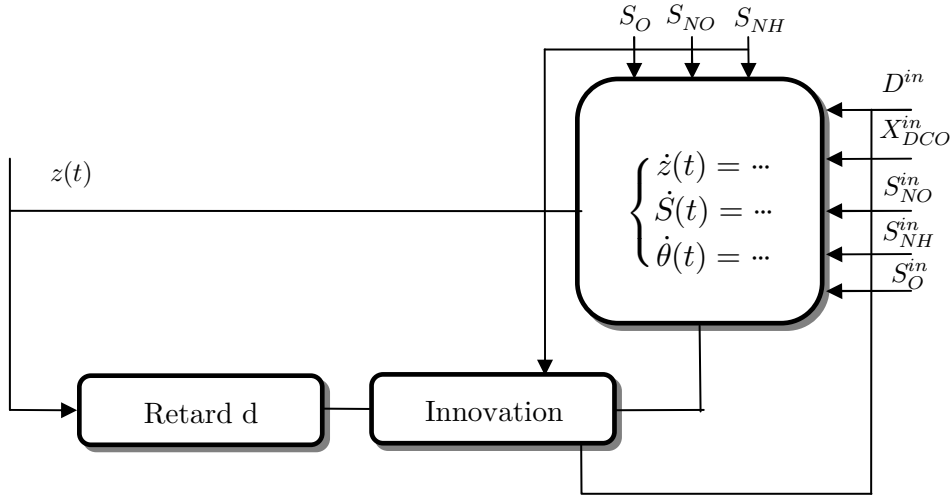


Figure 3.15. Structure d'un filtre de Kalman étendu grand gain adaptatif.

Le calcul de l'innovation se déroule en quatre étapes :

- garder en mémoire le signal de sortie sur un intervalle de temps de longueur  $d$ ,
- garder en mémoire la trajectoire de sortie de l'observateur sur un intervalle de temps de longueur  $d$ , afin de calculer la prédiction,
- calculer la prédiction de cette trajectoire dans un intervalle de temps de longueur  $[t - d, t]$ ,
- calculer l'intégrale avec une méthode trapézoïdale.

Dans le paragraphe qui suit, nous donnons une signification des paramètres de l'observateur adaptatif et la méthode pour les calculer.

Ces paramètres sont divisés en deux catégories :

- Ceux définissant les performances du système par rapport au bruit et aux perturbations ( $F(\theta, I_d(t)) = 0$ ) :
  - Les matrices  $Q$  et  $R$  sont fixées antérieurement pour un FKE standard afin réduire l'effet de bruit du mesure.
  - $\theta_{max}$  est fixé pour assurer une convergence rapide suite au large variation de la concentration  $X_{DCO}^{in}$ .

- Les paramètres liés à la procédure d'adaptation
  - $m$  et  $\beta$  de la fonction sigmoïde. La figure (3.16) montre l'influence de ces deux paramètres sur la fonction sigmoïde.  $\beta$  contrôle la durée de la partie de transition de la sigmoïde. Plus  $\beta$  est grand plus la transition est petite. En pratique, les meilleurs résultats sont obtenus pour un temps de transition faible.
  - $m$  permet de déplacer la fonction sigmoïde vers la gauche.  $m$  est en fait divisé en deux parties  $m = m_1 + m_2$ .  $m_1$  est choisi tel que la fonction sigmoïde soit proche de zéro  $\mu(0) \simeq 0$  pour la valeur fixe de  $\beta$ .  $m_2$  permet de fixer la valeur limite de l'innovation pour le passage en mode grand gain.
  - $\lambda$  : contrairement à l'observateur présenté dans [Busvelle et Gauthier, 2002] la condition «  $\lambda$  est suffisamment petit » n'est plus nécessaire puisque  $\theta$  augmente lorsque l'erreur d'estimation devient trop large. Ce paramètre contrôle la vitesse de décroissance de  $\theta(t)$ .
  - $\Delta T$  contrôle le temps de montée de  $\theta$ . Plus  $\Delta T$  est petit plus le temps de montée de  $\theta$  est faible.
  - $d$  est la longueur de l'intervalle de temps pour calculer l'innovation.
  - $\delta$  est la période d'échantillonnage pour la discrétisation de l'innovation.

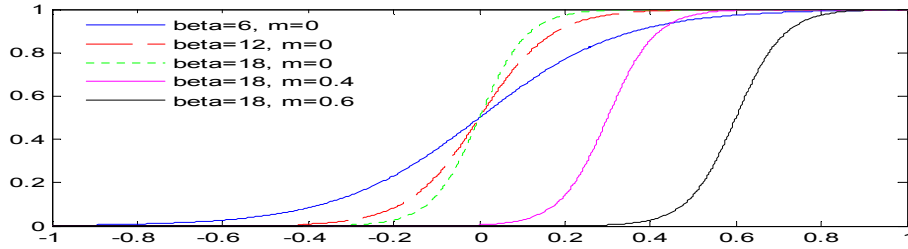
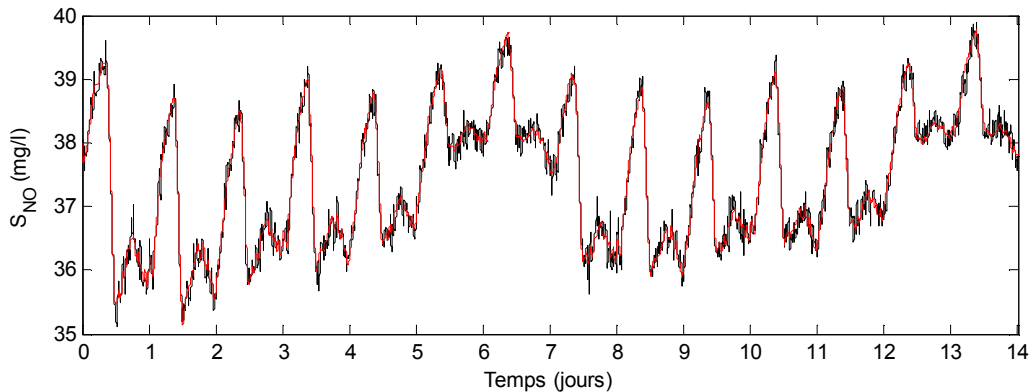
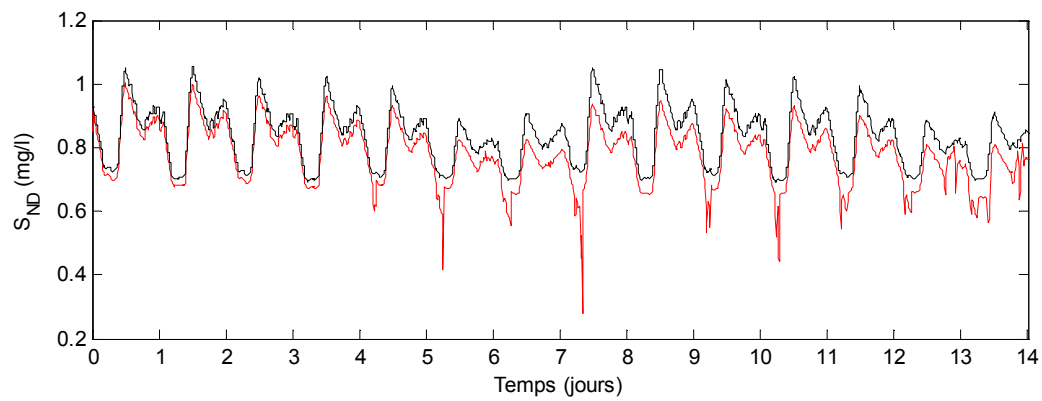
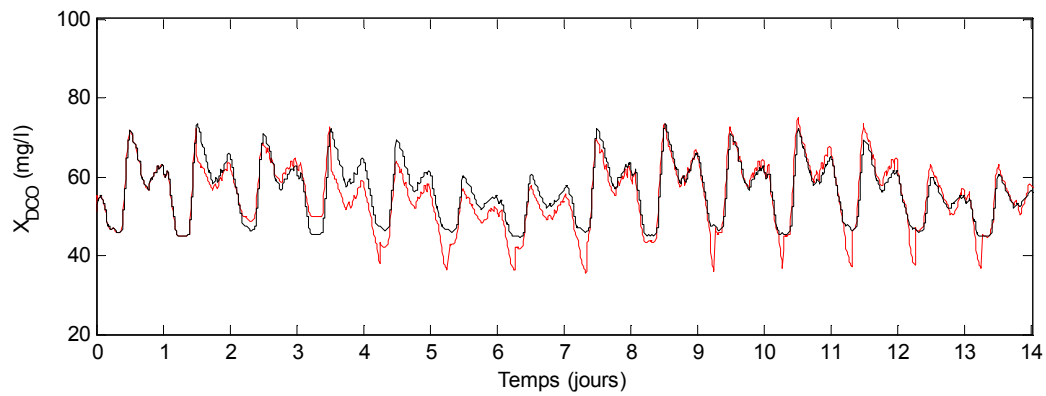
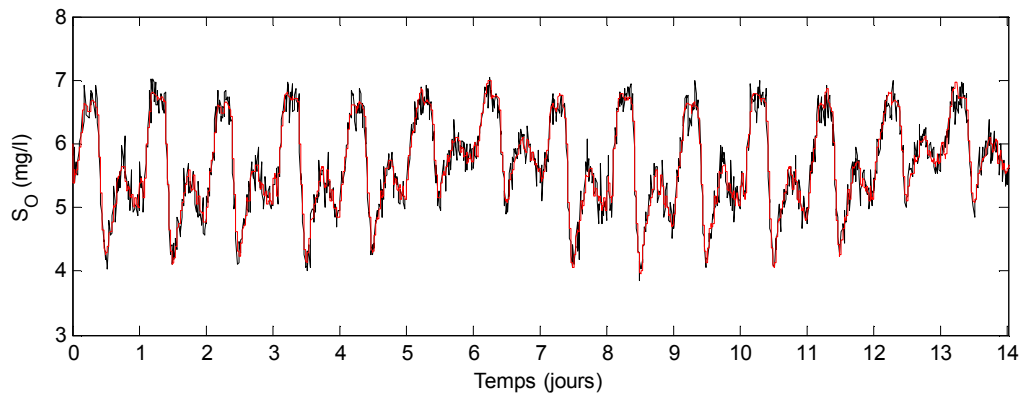
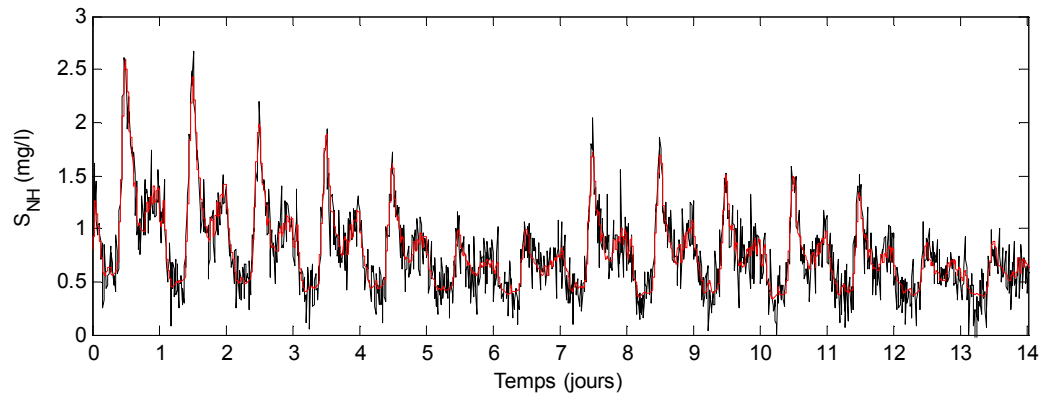


Figure 3.16. Influence des paramètres  $m$  et  $\beta$  sur l'allure de la fonction sigmoïde.

Les résultats de simulation d'un filtre de Kalman étendu grand gain adaptatif sont donnés par la figure (3.17) lorsque les paramètres sont fixés aux valeurs indiquées dans le tableau (3.8).







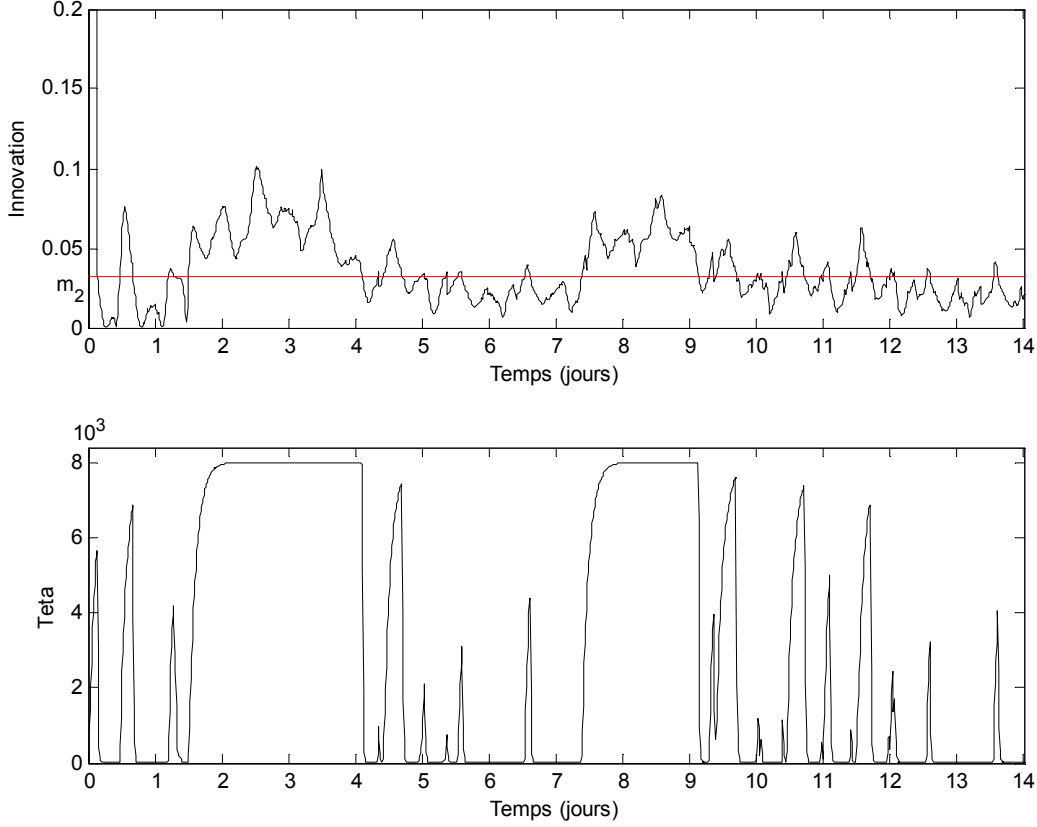


Figure 3.17. Résultats d'estimation pour un filtre de Kalman étendu grand gain adaptatif.

Légende : — états estimés — états simulés.

Il est clair que l'observateur adaptatif combine les deux avantages suivants : lissage du bruit et compensation de larges perturbations. En effet, lorsqu'elle est confrontée à une variation brusque de la concentration  $X_{DCO}^{in}$ , par exemple entre  $t = 2$  jours et  $t = 4$  jours, l'innovation augmente. Quand elle dépasse la valeur  $m_2$  une alarme se déclenche pour que le gain commute de 1 à  $\theta_{max}$  au cours d'un temps  $\Delta T$ .

Au moment où l'innovation devient faible ( $I_d(t) < m_2$ ), le gain sera ramené de nouveau à 1 avec une vitesse de descente  $\lambda$ .

La vitesse de convergence après la perturbation est comparable à celui d'un filtre de Kalman étendu grand gain, mais avec un petit retard qui correspond au temps nécessaire :

- pour que la perturbation ait un effet sur la sortie,
- pour que la perturbation soit détectée,
- pour que le gain  $\theta$  décroît.

Ce retard dépend aussi du paramètre  $\delta$  qui est, en fait, le temps d'échantillonnage pour le calcul de l'innovation.

#### d. Étude comparative entre les trois observateurs

Les trois observateurs non-linéaires FKE, OKE grand gain et le filtre de Kalman étendu grand gain adaptatif ont été simulés en considérant les mêmes hypothèses. La moyenne et l'écart type de l'erreur d'estimation sur 14 jours avec un temps sec sont donnés par le tableau (3.9). En com-

parant les erreurs d'estimation (figure 3.18) issues de chaque observateur, on constate que l'erreur d'estimation de FKE est la plus grande, face à une large variation provoquée sur  $X_{DCO}^{in}$ . En d'autres termes, le FKE a l'écart type de l'erreur d'estimation le plus grand. Les états estimés à l'aide d'un OKE grand gain sont plus bruités que les deux autres observateurs.

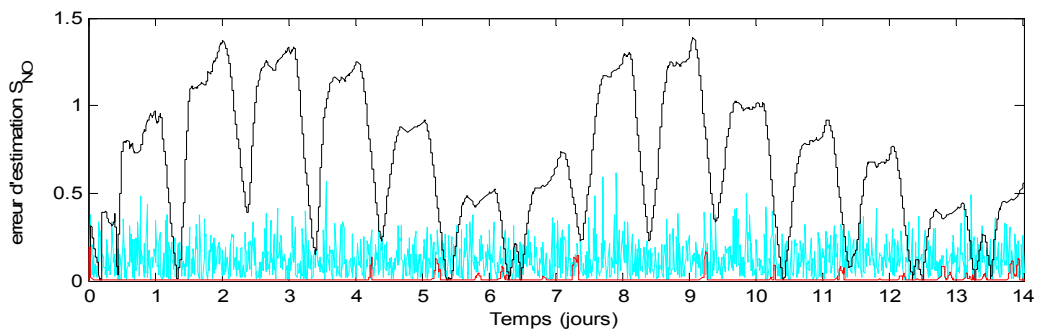
Paramètre	Valeur
$Q$	diag ( $10^{-2}$ , $10^{-2}$ , $10^{-2}$ , $10^{-3}$ , $10^{-3}$ )
$R$	eye(3,3)
$\theta_{max}$	$8 \times 10^3$
$\beta$	2000
$m_1$	0.001
$m_2$	0.032
$\Delta T$	0.01
$\lambda$	200
$d$	0.1

Tableau 3.7. Valeurs des différents paramètres

Paramètre	Valeur
$\alpha_1$	1483
$\alpha_2$	307
$\alpha_3$	861
$\alpha_4$	689
$\alpha_5$	135
$\alpha_6$	5303
$\alpha_7$	1403
$\alpha_8$	0.019
$\alpha_9$	16069
$\alpha_{10}$	12855
$\alpha_{11}$	743
$\alpha_{12}$	272
$\alpha_{13}$	218
$K_{DCO}$	511
$K_{ND}$	272
$X_{B,A}$	$147 \text{ gDCOm}^{-3}$
$X_{B,H}$	$2692 \text{ gDCOm}^{-3}$
$k_I a$	$240 \text{ d}^{-3}$
$V_O$	$6000 \text{ m}^3$

Tableau 3.8. Choix final des paramètres de l'observateur adaptatif

L'observateur grand gain adaptatif possède la meilleure réponse puisqu'il combine les avantages d'un filtre de Kalman et d'un OKE grand gain : la convergence des états estimés vers les états réels, dans le cas d'une large variation, et la rejection de bruit (plus faible écart type de l'erreur d'estimation et plus faible moyenne de l'erreur d'estimation).



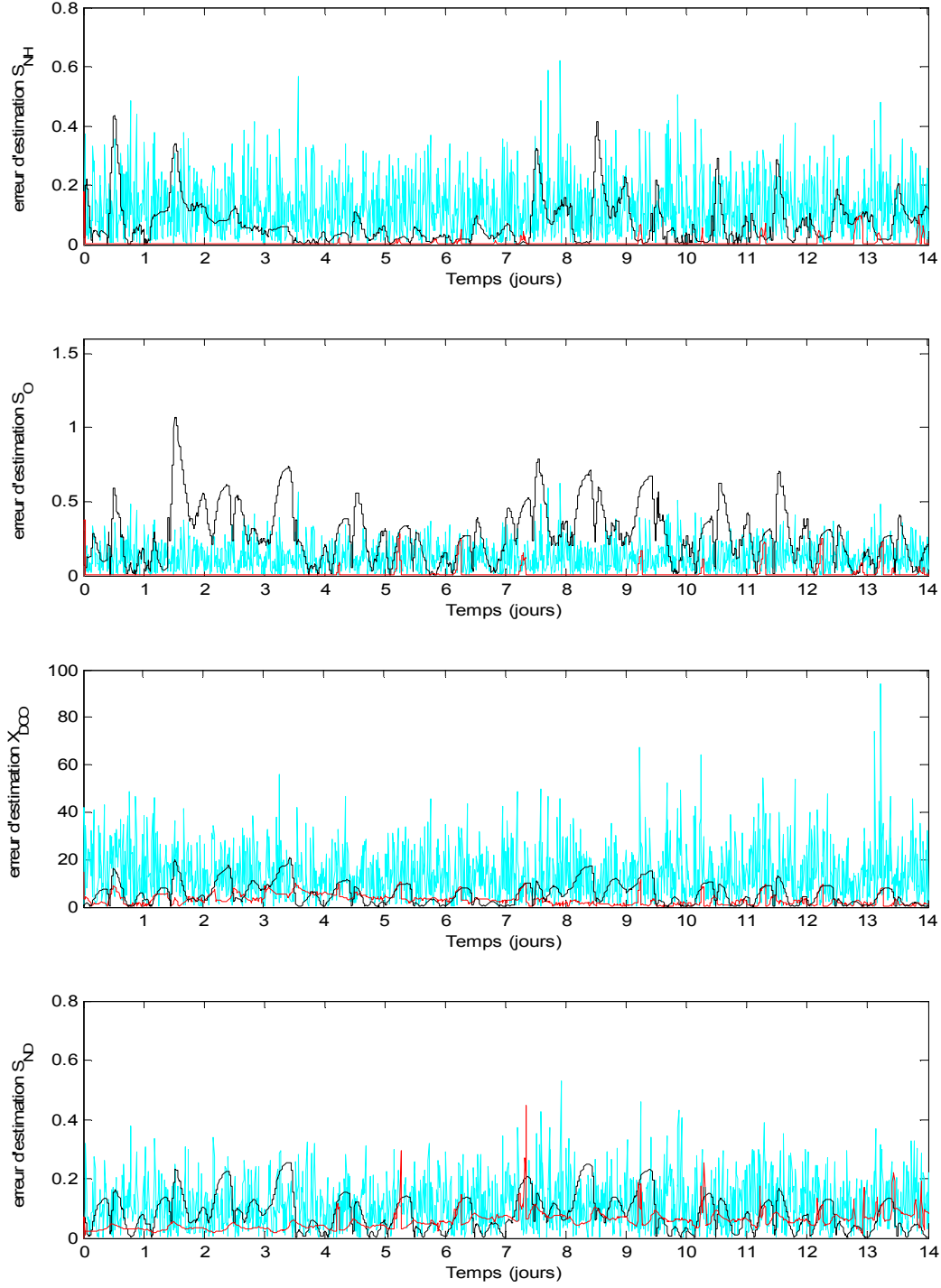


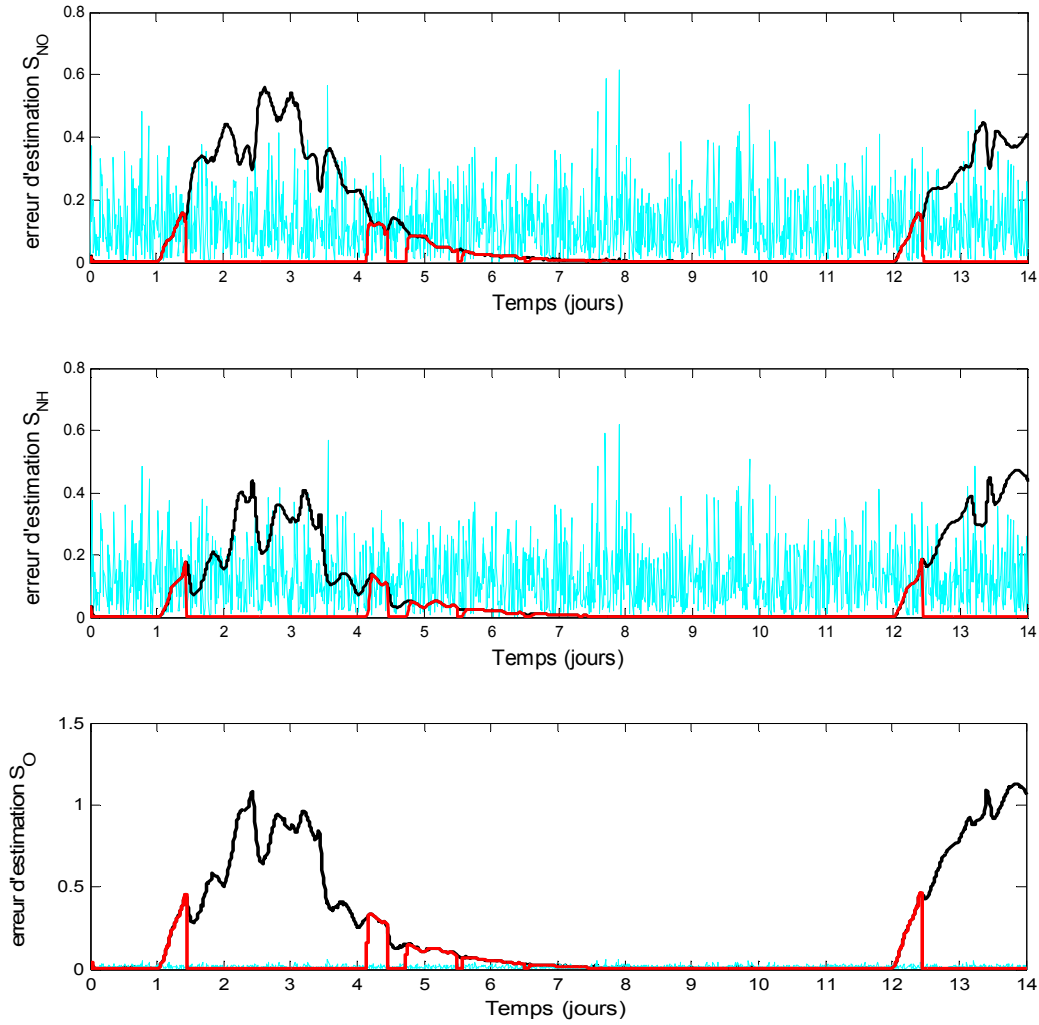
Figure 3.18. Comparaison entre les erreurs d'estimation des trois observateurs. Légende :  
— FKE — OKE grand gain et — filtre de Kalman étendu grand gain adaptatif

Le filtre de Kalman étendu grand gain adaptatif a la moyenne et l'écart type de l'erreur d'estimation les plus faibles que ceux d'un observateur de Kalman étendu grand gain et d'un filtre de Kalman étendu.

	FKE		OKE grand gain		FKE grand gain adaptatif	
	moyenne	Écart type	Moyenne	Écart type	Moyenne	Écart type
$S_{NO}$	0.6735	0.3781	0.1245	0.0957	0.0065	0.0201
$S_{NH}$	0.0719	0.0956	0.1232	0.0724	0.0029	0.0127
$S_O$	0.1244	0.1936	0.2800	0.0958	0.0082	0.0347
$X_{DCO}$	5.6377	4.6283	13.778	10.958	2.9816	2.2929
$S_{ND}$	0.0854	0.0829	0.1123	0.0620	0.0577	0.0310

Tableau 3.9. La moyenne et l'écart type de l'erreur d'estimation pendant 14 jours pour un temps sec.

Les résultats de simulation sont plus clairs dans le cas où l'estimation du modèle réduit est comparée avec les données recueillis sur le même modèle ASM1 réduit (figure 3.19).



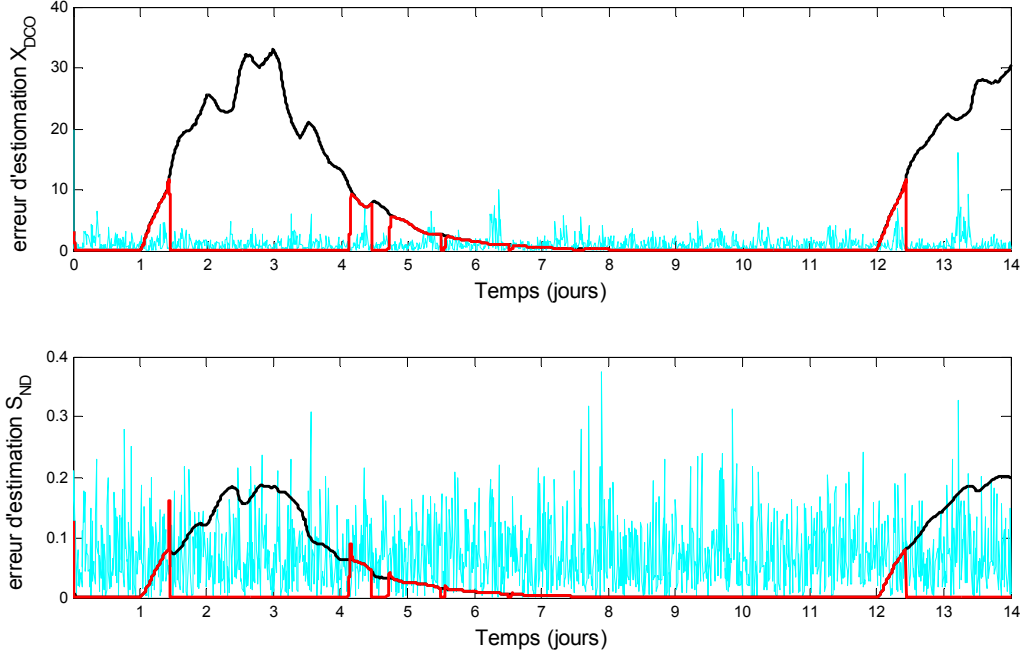


Figure 3.19. Comparaison entre les erreurs d'estimation des trois observateurs (Modèle ASM1 réduit). Légende : —FKE —OKE grand gain et —filtre de Kalman étendu grand gain adaptatif

### 3.5. Conclusion

Avant d'aborder le problème d'estimation d'état d'une station d'épuration biologique à boues activées, la première partie de ce chapitre avait pour but de présenter les notions de base d'épuration des eaux usées par voie biologique : une caractérisation globale des constituants des eaux usées ainsi que des populations biologiques, la mise en œuvre des principales interactions métaboliques entre les micro-organismes épurateurs et les matières polluantes à traiter, et la description des différentes étapes pour le traitement des eaux résiduaires. La mise en relief des éléments épurateurs et polluants mis en jeu, et la spécification du rôle de chacun permettent d'établir un modèle mathématique décrivant les divers opérations d'épuration. De ce fait, une brève présentation du modèle ASM1 ainsi que son modèle réduit élaboré par [Chachuat, 2001], a été donné.

La deuxième partie a été consacrée à une comparaison entre l'observateur de Kalman étendu grand-gain, le filtre de Kalman étendu et le filtre de Kalman étendu grand-gain adaptatif. Ces trois observateurs ont été appliqués à un modèle ASM1 réduit d'une station d'épuration biologique à boues activées. Cet observateur adaptatif se comporte comme un filtre de Kalman étendu lorsque l'innovation est faible et un observateur de Kalman étendu grand gain quand l'innovation devient assez large.

## Chapitre 4

# Observabilité des entrées inconnues et reconstruction des défauts

---

<b>4.1. Introduction.....</b>	<b>96</b>
<b>4.2. Méthodes de reconstruction et d'identification des défauts.....</b>	<b>96</b>
4.2.1. Méthodes de [Yan et Edwards, 2007].....	97
4.2.2. Méthode de [De Persis et Isidori, 2000 ; 2001].....	102
4.2.3. Approche de [Hou et Patton, 1998].....	107
<b>4.3. Observabilité des entrées inconnues (identification des entrées inconnues)</b>	<b>109</b>
4.3.1. Généralité.....	109
4.3.2. Définitions et systèmes en considération.....	109
<b>4.4. Principaux résultats exprimés sous forme normale.....</b>	<b>111</b>
<b>4.5. Le cas générique 3-5.....</b>	<b>113</b>
<b>4.6. Choix de l'observateur à grand gain pour le cas des systèmes 3-5.....</b>	<b>115</b>
4.6.1. Etude préliminaire.....	115
4.6.2. Observateur grand gain de Luenberger multi-sorties.....	116
<b>4.7. Application et résultats de simulation.....</b>	<b>116</b>
4.7.1. Défauts capteurs.....	121
4.7.2. Défauts actionneurs.....	124
<b>4.8. Schémas de détection et isolation des défauts.....</b>	<b>126</b>
4.8.1. Méthode de FDI par banc d'observateur de [Fragkoulis et al., 2011].....	127
4.8.2. Méthode de FDI et résultats de simulation.....	128
a. <i>Génération des résidus</i> .....	129
b. <i>Détection de défaut</i> .....	130
c. <i>Isolation des défauts</i> .....	131
d. <i>Résultats de simulation</i> .....	131
<b>4.9. Conclusion.....</b>	<b>140</b>

---

## 4.1. Introduction

La moindre défaillance sur un processus est néfaste dans un environnement où le rendement est primordial. Il est donc nécessaire d'assurer en permanence le bon fonctionnement du processus vis-à-vis des objectifs qui lui ont été assignés. La solution présentée pour répondre à ces besoins est d'intégrer un bloc de diagnostic qui assure la fiabilité du processus surveillé. Notre travail s'inscrit dans le même contexte. Ce chapitre est regroupé en deux parties :

- Dans la première partie, nous proposons une méthodologie générale d'identification et reconstruction des défauts capteurs et actionneurs des systèmes dynamiques. Cette méthodologie est issue de la théorie générale d'identification développée dans des articles de Busvelle et Gauthier [Busvelle et Gauthier, 2003; 2004; 2005]. Cette théorie fournit également une étude générale du problème d'observabilité des entrées inconnues. En effet, plusieurs problèmes de détection et localisation des défauts peuvent être considérés comme des problèmes d'observabilité, les défauts étant simplement considérés comme des entrées inconnues. Le modèle de la station d'épuration des eaux usées par boues activées décrits au chapitre 3, constitue le contexte académique idéal pour appliquer cette théorie. Cette dernière conduit à l'utilisation des observateurs à grand gain.
- Dans la deuxième partie, une méthodologie de détection et isolation des défauts capteurs et actionneurs est proposée. Elle constitue la suite de l'approche de reconstruction et d'identification proposée dans la première partie de ce chapitre. Après une analyse de la propriété d'observabilité des entrées inconnues, une banque d'observateurs à grand gain de Luenberger permet de générer un ensemble de résidus qui permettent de détecter et d'isoler les défauts de la même station biologique décrite au chapitre 3.

## 4.2. Méthodes de reconstruction et d'identification des défauts

L'objectif fondamental d'une méthode de détection et localisation de défaut (FDI) est de générer une alarme quand une panne survient et d'identifier aussi la nature et l'emplacement de l'élément défectueux. Dans le cas des approches de diagnostic à base de modèle, une alarme est déclenchée lorsque le comportement du processus réel s'écarte du comportement attendu décrit par des équations mathématiques. Ainsi, la première étape d'une procédure de diagnostic est de concevoir un ensemble de signaux (ce qu'on appelle des résidus), qui peuvent refléter la présence ou non d'un défaut. Les observateurs, les filtres, les relations de redondances analytiques et les techniques d'estimation paramétrique sont des méthodes utilisées afin de générer ces résidus (pour plus de détails voir chapitre 2). Ces résidus sont conçus de façon qu'ils soient très petits, en absence de défaut. Si un défaut survient, une partie des résidus réagissent en devenant supérieurs à un certain seuil prédéfini à l'avance. Cependant en présence de bruit et d'incertitude, l'effet du défaut peut être masqué. Une méthode statique de prise de décision peut être appliquée par la suite, pour décider si un défaut est présent ou non. Ainsi, l'ensemble des vecteurs obtenus forme une table de signature permettant de déterminer quel composant (ou ensemble de composant) est défectueux. Cependant, dans certains cas, il est nécessaire que le système continue à accomplir les missions souhaitées, ou le cas échéant, d'atteindre de nouveaux objectifs afin d'éviter des trajectoires catastrophiques, même en présence d'un ou plusieurs défauts. Dans ce



cas, on parle de la commande tolérante aux défauts. Cette commande peut être active ou passive.

De plus, les défauts graduels et intermittents sont deux types de défauts qui sont difficiles à être détectés par les méthodes de FDI standards.

Les deux problèmes critiques, énoncés ci-dessus, ont motivé des travaux de recherche dans le domaine de reconstruction et d'identification des défauts. La reconstruction de défauts peut être considérée comme une extension aux approches de détection et localisation des défauts puisque une estimation de l'allure et de l'amplitude d'un défaut implique automatiquement sa détection. La reconstruction et l'identification d'un défaut est utile pour la détection directe d'un défaut capteur ou actionneur de faible amplitude. Par ailleurs, cette approche trouve un large champ d'application dans la commande tolérante au défaut (FTC).

Une vue rapide dans la littérature existante révèle que les trois tâches de FDII (la détection, l'isolation et l'identification de défaut) n'ont pas été abordées équitablement. Ceci est dû aux différents niveaux de complexité de chaque tâche. En général, l'identification de défauts est plus compliquée que la détection et la localisation (chapitre 2). Cela est particulièrement vrai pour les systèmes non linéaires.

Le travail d'Isermann [Isermann, 1994] peut être considéré comme le premier travail d'estimation de défaut. Dans son travail, il a considéré les défauts agissant sur les paramètres physiques de processus. Ainsi les défauts peuvent être identifiés par une estimation en ligne des paramètres du système. Toutefois l'approche d'estimation paramétrique d'Isermann a été développée pour les systèmes linéaires à cause de la disponibilité de nombreuses méthodes d'estimation paramétrique linéaires.

#### **4.2.1. Méthodes de [Yan et Edwards, 2007]**

Les observateurs à mode glissant sont une classe particulière d'observateurs non linéaires. Plusieurs résultats de recherche concernant l'utilisation de ces observateurs pour résoudre des problèmes de détection et reconstruction des défauts ont été publiés. Ainsi une approche est proposée dans [Sreedhar et Fernandez, 1993], mais en supposant que les états du système sont tous accessibles. Dans ce même contexte, Tan et Edwards [Tan et Edwards, 2003], ont appliqué le concept « d'injection de la sortie équivalente », afin de reconstruire les défauts pour les systèmes linéaires en utilisant des observateurs à mode glissant. Chen et Saif [Chen et Saif, 2007] ont étendu cette approche pour l'identification de défaut actionneur pour une classe des systèmes non linéaires. Plus précisément ils ont modifié l'approche de Tan et Edwards [Tan et Edwards, 2003] de deux manières : 1) au lieu des systèmes linéaires, ils ont considéré une classe spécifique des systèmes non linéaires incertains. 2) au lieu de reconstruire seulement les défauts, ils construisent en même temps les entrées et les défauts. Néanmoins leur approche a également deux limitations. D'abord, cette méthode a été développée spécifiquement pour les défauts actionneurs et son application à l'identification des défauts capteurs et composants n'a pas été examinée. Deuxièmement, elle est applicable seulement à une classe spécifique des systèmes non linéaires plutôt qu'une présentation plus générale. Plus récemment, une autre méthode de diagnostic de défauts a été proposée par Yan et Edwards [Yan et Edwards, 2007]. Ils ont étendu les résultats

établis pour des systèmes linéaires à une classe des systèmes non linéaires avec incertitude décrite par les équations :

$$\begin{cases} \dot{x} = Ax + g(x, u) + E\psi(x, u, t) + Dd(y, u, t) \\ y = Cx \end{cases} \quad (4.1)$$

Où  $x \in \mathbb{R}^n$ ,  $u \in \mathbb{R}^m$ , et  $y \in \mathbb{R}^p$  sont respectivement le vecteur d'état, d'entrées et de sorties.  $A \in \mathbb{R}^{n \times n}$ ,  $E \in \mathbb{R}^{n \times r}$ ,  $D \in \mathbb{R}^{n \times q}$  et  $C \in \mathbb{R}^{p \times n}$  ( $q \leq p < n$ ) sont des matrices constantes, avec  $D$  et  $C$  d'ordre plein. La fonction inconnue  $g(x, u)$  est Lipchitzienne par rapport à  $x$ , et uniformément par rapport à  $u \in U$  ( $U$  est l'ensemble des entrées admissibles). Le terme non linéaire inconnue  $\psi(x, u, t)$  représente les incertitudes de modélisation et les perturbations qui agissent sur le système. Dans ce cas, la fonction inconnue  $d(y, u, t) \in \mathbb{R}^q$  représente les défauts actionneurs et vérifie :

$$\|d(y, u, t)\| \leq \rho(y, u, t) \quad (4.2)$$

Aussi, il existe une fonction  $\xi(t, u, x)$  Lipchitzienne par rapport à  $x$ , et uniformément par rapport à  $u$  tel que:

$$\|\psi(x, u, t)\| \leq \xi(x, u, t) \quad (4.3)$$

Supposons que  $\text{rang}[E \ D] = \bar{q}$ . Une autre condition à satisfaire est :

$$\text{rang}(C[E \ D]) = \text{rang}([E \ D]),$$

Si cette condition est satisfaite, alors il existe un changement de coordonnées, tel que le triplet  $(A, [E \ D], C)$  a la structure suivante:

$$\left( \begin{bmatrix} A_1 & A_2 \\ A_3 & A_4 \end{bmatrix}, \begin{bmatrix} 0_{(n-p) \times r} & 0_{(n-p) \times q} \\ E_2 & D_2 \end{bmatrix}, [0_{p \times (n-p)} \ C_2] \right) \quad (4.4)$$

Où  $A_1 \in \mathbb{R}^{(n-p) \times (n-p)}$ ,  $C_2 \in \mathbb{R}^{p \times p}$  sont des matrices non singulières et

$$E_2 = \begin{bmatrix} 0_{(p-\bar{q}) \times r} \\ E_{22} \end{bmatrix}, \quad D_2 = \begin{bmatrix} 0_{(p-\bar{q}) \times q} \\ D_{22} \end{bmatrix}, \quad (4.5)$$

où  $E_{22} \in \mathbb{R}^{\bar{q} \times r}$  et  $D_{22} \in \mathbb{R}^{\bar{q} \times q}$  sont deux matrices d'ordre plein. Ainsi le système (4.1) peut donc être mis sous la forme:

$$\begin{aligned} \dot{x}_1 &= A_1 x_1 + A_2 x_2 + g_1(x, u) \\ \dot{x}_2 &= A_3 x_1 + A_4 x_2 + g_2(x, u) + E_2 \psi(x, u, t) + D_2 d(y, u, t) \\ y &= C_2 x_2 \end{aligned} \quad (4.6)$$

Le zéro invariant de  $(A, [E \ D], C)$  sont dans  $\mathbb{C}^-$ , alors il existe une matrice  $L$  de la forme  $L = [L_1 \ 0_{(n-p) \times \bar{q}}]$  tel que  $A_1 + LA_3$  est stable.

### **Conception de l'observateur à mode glissant**

On considère le système (4.6). En appliquant le changement de coordonnées suivant :

$$z = \begin{bmatrix} I_{n-p} & L \\ 0 & I_p \end{bmatrix} x \quad (4.7)$$

On obtient

$$\begin{aligned}\dot{z}_1 &= (A_1 + LA_3)z_1 + (A_2 + LA_4 - (A_1 + LA_3)L)z_2 + [I_{n-p} \quad L]g_1(T^{-1}z, u) \\ \dot{z}_2 &= A_3z_1 + (A_4 - A_3L)z_2 + g_2(T^{-1}z, u) + E_2\psi(T^{-1}z, u, t) + D_2d(y, u, t) \\ y &= C_2z_2\end{aligned}\tag{4.8}$$

Ainsi, un observateur à mode glissant pour le système (4.8) est donné par:

$$\begin{aligned}\dot{\hat{z}}_1 &= (A_1 + LA_3)\hat{z}_1 + (A_2 + LA_4 - (A_1 + LA_3)L)C_2^{-1}y + [I_{n-p} \quad L]g(T^{-1}\hat{z}, u) \\ \dot{\hat{z}}_2 &= A_3\hat{z}_1 + (A_4 - A_3L)\hat{z}_2 - K(y - C_2\hat{z}_2) + g_2(T^{-1}\hat{z}, u) + \vartheta(t, u, y, \hat{y}, \hat{z}) \\ \hat{y} &= C_2\hat{z}_2\end{aligned}\tag{4.9}$$

La matrice de gain  $K$  est choisie de manière que  $C_2(A_4 - A_3L)C_2^{-1} + C_2K$  soit symétrique définie négative. La fonction  $\vartheta$  est de la forme :

$$\vartheta = k(\cdot)C_2^{-1}\frac{y-\hat{y}}{\|y-\hat{y}\|} \quad \text{si } y - \hat{y} \neq 0\tag{4.10}$$

Où  $k(\cdot)$  est un scalaire positif à déterminer. On peut alors introduire les variables d'erreur  $e_1 = z_1 - \hat{z}_1$  et  $e_y = y - \hat{y} = C_2(z_2 - \hat{z}_2)$ , la dynamique de l'erreur d'estimation est donnée par:

$$\dot{e}_1 = (A_1 + LA_3)e_1 + [I_{n-p} \quad L](G(T^{-1}z, u) - G(T^{-1}\hat{z}, u))\tag{4.11}$$

$$\begin{aligned}\dot{e}_y &= C_2A_3e_1 + (C_2(A_4 - A_3L)C_2^{-1} + C_2K)e_y + C_2\left(G_2(T^{-1}z, u) - G_2(T^{-1}\hat{z}, u)\right) \\ &\quad + C_2E_2\psi(T^{-1}z, u, t) + C_2D_2d(y, u, t) - C_2\vartheta\end{aligned}\tag{4.12}$$

Considérons la surface de glissement :

$$S = \{(e_1, e_y) | e_y = 0\}\tag{4.13}$$

$e_1$  est asymptotiquement stable si l'inégalité matricielle  $\bar{A}'\bar{P}' + \bar{P}\bar{A} + \frac{1}{\epsilon}\bar{P}\bar{P}' + \epsilon\gamma_g^2I_{n-p} + \alpha P < 0$  se résout pour  $\bar{P}$ . Où  $\bar{P} = P[I_{n-p} \quad L]$ ,  $\bar{A} = [A_1 \quad A_3]'$ ,  $P > 0$ ,  $\alpha$  et  $\epsilon$  sont des constantes positives et  $\gamma_g$  est une constante Lipchitz de  $g(x, u)$  par rapport à  $x$ . La fonction scalaire  $k(\cdot)$  satisfait  $k(t, u, y, \hat{z}) \geq (\|C_2A_3\| + \|C_2\|\gamma_g + \|C_2E_2\|\gamma_\xi)\hat{w}(t) + \eta + \|C_2D_2\|\rho(y, u, t) + \|C_2E_2\|\xi(T^{-1}\hat{z}, u, t)$ .

Où  $\eta$  est une constante positive et  $\hat{w}$  est la solution de l'équation différentielle  $\dot{\hat{w}} = -\frac{1}{2}\alpha\hat{w}(t)$ .

### Reconstruction de défaut

On suppose que l'observateur à mode glissant présenté dans le paragraphe précédent est construit. L'objectif de cette section est la reconstruction du défaut actionneur  $d(t)$ .

Les deux conditions suivantes sont équivalentes :

- i)  $Im(E_{22}) \cap Im(D_{22}) = \{0\}$
- ii) Il existe une matrice non singulière  $W \in R^{\bar{q} \times \bar{q}}$  satisfaisant
 
$$W[E_{22} \quad D_{22}] = \begin{bmatrix} H_1 & 0 \\ 0 & H_2 \end{bmatrix},\tag{4.14}$$
 où  $H_1 \in R^{(\bar{q}-q) \times r}$  et  $H_2 \in R^{q \times q}$  sont des matrices non singulières.

### Remarque 4.1

La condition énoncée ci-dessus garantit l'existence d'une matrice  $W$  permettant le découplage des défauts et des incertitudes, ce qui donne une reconstruction précise de défaut.

Considérons alors le système (4.1):

#### *Théorème 4.1 [Yan et Edwards, 2007]*

$$i) \quad \text{Il existe une fonction continue } m(t) \text{ satisfaisant } \lim_{t \rightarrow \infty} m(t) = 0 \text{ tel que :} \\ \|\hat{d}(t) - d(y(t), u(t), t)\| \leq \|D_2^+ E_2\| \xi(x, u, t) + m(t), \quad (4.15)$$

où  $D_2^+$  est la pseudo-inverse de  $D_2$  et

$$\hat{d}(t) = k(\cdot) D_2^+ C_2^{-1} \frac{y - \hat{y}}{\|y - \hat{y}\| + \sigma_1 e^{\{-\sigma_2 t\}}}, \quad (4.16)$$

où  $\sigma_1$  et  $\sigma_2$  sont deux constantes positives.

$$ii) \quad \lim_{t \rightarrow \infty} \|\hat{d}(t) - d(y(t), u(t), t)\| = 0 \text{ si } \text{Im}(E_{22}) \cap \text{Im}(D_{22}) = \{0\}, \text{ où} \\ \hat{d}(t) = k(\cdot) H_2^{-1} W_2 [0_{\bar{q} \times (p - \bar{q})} \quad I_{\bar{q}}] C_2^{-1} \frac{y - \hat{y}}{\|y - \hat{y}\| + \sigma_1 e^{\{-\sigma_2 t\}}}, \quad (4.17)$$

où  $W_2$  désigne les  $q$  dernières lignes de la matrice  $W$ .

#### *Preuve et interprétation de ce théorème*

Parmi les propriétés de l'observateur à mode glissant conçu précédemment est que les dynamiques des erreurs d'observation (4.11) et (4.12) évoluent vers la surface de glissement  $S$  (4.13) et le mode de glissement sera maintenu par la suite. Durant le mode de glissement :

$$e_y = 0 \text{ et } \dot{e}_y = 0 \quad (4.18)$$

Puisque  $C_2$  est nonsingulière, on obtient d'après (4.12) et (4.18)

$$\phi(e_1, z, \hat{z}, u) + E_2 \psi(T^{-1}z, u, t) + D_2 d(y, u, t) - \vartheta_{eq} = 0 \quad (4.19)$$

Où  $\vartheta_{eq}$  représente le signal d'injection de sortie équivalente requise pour maintenir le mode de glissement et  $\phi(\cdot)$  est défini par :

$$\phi(e_1, z, \hat{z}, u) = A_3 e_1 + G_2(T^{-1}z, u) - G_2(T^{-1}\hat{z}, u) \quad (4.20)$$

Il a été démontré au cours de l'article de [Yan et Edwards, 2007] que :

$$\|G_2(T^{-1}z, u) - G_2(T^{-1}\hat{z}, u)\| \leq \gamma_g \|e_1\| \quad (4.21)$$

D'après (4.21), on aura :

$$\|\phi(e_1, z, \hat{z}, u)\| \leq (\|A_3\| + \gamma_g) \|e_1\| \rightarrow 0 (t \rightarrow \infty) \quad (4.22)$$

Puisque  $\lim_{t \rightarrow \infty} e_1(t) = 0$ . Afin de reconstruire le signal de défaut  $d(y, u, t)$ , la valeur de  $\vartheta_{eq}$  est requise. Une approximation de cette quantité est donnée dans des travaux précédents d'Edwards et ces collaborateurs :

$$\vartheta_{eq} \simeq k(\cdot) C_2^{-1} \frac{y - \hat{y}}{\|y - \hat{y}\| + \sigma_1 e^{\{-\sigma_2 t\}}} \quad (4.23)$$

Avec  $\sigma_1$  et  $\sigma_2$  sont deux constantes positives.

i) En Multipliant l'équation (4.19) par le pseudo-inverse  $D_2^+$  ( $D_2^+ D_2 = I_q$ ), on obtient:

$$d(y, u, t) = D_2^+ \vartheta_{eq} - D_2^+ \phi(e_1, z, \hat{z}, u) - D_2^+ E_2 \psi(T^{-1}z, u, t) \quad (4.24)$$

D'après l'équation (4.3), en remplaçant  $\vartheta_{eq}$  par son expression donnée par l'équation (4.23) et en tenant compte de la définition de  $\hat{d}$  dans (4.16), alors on obtient :

$$\begin{aligned} \|\hat{d}(t) - d(y, u, t)\| &\leq \|D_2^+ E_2\| \|\psi(T^{-1}z, u, t)\| + m(t) \\ &\leq \|D_2^+ E_2\| \xi(x, u, t) + m(t) \end{aligned}$$

Avec  $m(t) = \|D_2^+ \phi(e_1(t), z(t), \hat{z}(t), u(t))\|$ . D'après (4.22),  $\lim_{t \rightarrow \infty} m(t) = 0$ .

ii) En remplaçant  $E_2$  et  $D_2$  par leurs expressions données par l'équation (4.5) dans l'équation (4.19), on aura :

$$\vartheta_{eq2} = \phi_2(e_1, z, \hat{z}, u) + [E_{22} \quad D_{22}] \begin{bmatrix} \psi(T^{-1}z, u, t) \\ d(y, u, t) \end{bmatrix} \quad (4.25)$$

Où  $\vartheta_{eq2}$  et  $\phi_2$  désignent respectivement les  $\tilde{q}$  derniers composants du  $\vartheta_{eq}$  et  $\phi$ .

En supposant que  $Im(E_{22}) \cap Im(D_{22}) = \{0\}$ , alors l'équation (4.14) est vérifiée. La multiplication de l'équation (4.25) par  $W$  donne :

$$W\vartheta_{eq2} = W\phi_2(e_1, z, \hat{z}, u) + \begin{bmatrix} H_1 \psi(T^{-1}z, u, t) \\ H_2 d(y, u, t) \end{bmatrix} \quad (4.26)$$

Soit  $W_2$  les  $q$  derniers lignes de  $W$ . Une réécriture de l'équation (4.26) est donnée par :

$$\begin{aligned} d(y, u, t) &= H_2^{-1} W_2 \left( \vartheta_{eq2} - \phi_2(e_1, z, \hat{z}, u) \right) \\ &= H_2^{-1} W_2 \left( [0_{\tilde{q} \times (p-\tilde{q})} \quad I_{\tilde{q}}] \vartheta_{eq2} - \phi_2(e_1, z, \hat{z}, u) \right) \end{aligned}$$

Finalement, en considérant l'équation (4.23) et la définition de  $\tilde{d}$  dans (4.17), on aboutit à :

$$\tilde{d}(t) = k(\cdot) H_2^{-1} W_2 [0_{\tilde{q} \times (p-\tilde{q})} \quad I_{\tilde{q}}] C_2^{-1} \frac{y - \hat{y}}{\|y - \hat{y}\| + \sigma_1 e^{\{-\sigma_2 t\}}} \rightarrow d(y(t), u(t), t), (t \rightarrow \infty)$$

### Remarque 4.2

D'après les équations (4.16) et (4.17), le défaut estimé  $\hat{d}$  et celui reconstruit  $\tilde{d}$  ne dépendent que des informations connus sur le système : la sortie du système  $y$ , la sortie estimé  $\hat{y}$  et les entrées  $u$ .

### Remarque 4.3

Théorème (4.1) montre que  $\tilde{d}$  est une reconstruction précise du défaut  $d$  si  $Im(E_{22}) \cap Im(D_{22}) = \{0\}$ . Si cette condition n'est pas satisfaite, alors une estimation  $\hat{d}$  de défaut est possible. Cependant,  $\hat{d}$  peut s'écarter de la valeur nulle à cause de la présence d'incertitude et non d'un défaut. Une manière de réduire l'effet d'incertitude sur le signal estimé de défaut est de choisir une matrice  $D_2^+$  tel que  $\|D_2^+ E_2\|$  soit minimale. Cette approche est semblable à notre méthode puisqu'elle permet de reconstruire le signal de défaut avec une grande précision. Les observateurs à mode glissant présentent l'avantage d'être robustes vis-à-vis des incertitudes.

#### 4.2.2. Méthode de [De Persis et Isidori, 2000 ; 2001]

Notre méthode s'inscrit dans le cadre général de la théorie de contrôle géométrique. Dans ce même contexte, une autre méthode populaire a été développée par [De Persis et Isidori, 2000 ; 2001]. Avant de mener une comparaison entre notre méthode et celle proposée par De Persis et Isidori, il est intéressant de présenter cette dernière.

Les premiers travaux présentant l'approche géométrique pour la détection et la localisation de défauts ont été mis en œuvre par Massoumnia pour les systèmes linéaires (Massoumnia, 1986). Ils furent étendus par Hammouri pour les systèmes non linéaires affines en l'état (Hammouri et al., 1998) et par De Persis et Isidori pour les systèmes affines en la commande (De Persis et Isidori, 2000, 2001).

D'une manière générale, le Problème Fondamental de la Génération de Résidus (Hammouri et al., 1998) (ou FPRG: Fundamental Problem of Residual Generation) à l'aide d'un observateur s'exprime de la manière suivante. Soit le système dynamique :

$$\begin{cases} \dot{x}(t) = f(x(t), u(t), \psi(t), d(t)) \\ y(t) = h(x(t), u(t), \psi(t), d(t)) \end{cases} \quad (4.27)$$

Résoudre le PFGR pour ce système, consiste à concevoir un système dynamique

$$\begin{cases} \dot{z}(t) = \Gamma(z(t), u(t), y(t)) \\ r(t) = \Psi(z(t), u(t), y(t)) \end{cases} \quad (4.28)$$

tel que

1. lorsque  $\psi(t) = 0$  et  $d(t) = 0$ ,  $r(t)$  tend asymptotiquement vers 0,  $\forall u, \forall y$  et  $\forall x_0$ ,
2.  $r(t)$  n'est pas affecté par  $\psi(t)$ ,
3.  $r(t)$  est affecté par  $d(t)$ .

La première condition correspond à la condition classique de convergence de l'observateur.

La seconde condition est la condition de robustesse vis à vis des perturbations. On parle alors d'observateurs à entrées inconnues.

La troisième condition est une condition de sensibilité des résidus vis à vis des défauts.

Le PFGR à l'aide d'observateurs a été largement étudié dans les 30 dernières années et de nombreuses solutions sont proposées dans la littérature suivant la nature du système considéré et la structure de l'observateur choisi.

Les premiers travaux concernent les systèmes linéaires et sont apparus dans les années 80. Afin de répondre au PFGR, des observateurs à entrées inconnues doivent être utilisés. Les conditions d'existence d'une solution ainsi que la synthèse de ces observateurs ont ainsi été établies et sont présentées dans [Massoumnia, 1986; Viswanadham et Srichandert, 1987; Patton et al., 1989; Hou and Muller, 1992]. Une théorie unifiée est maintenant bien établie. Les travaux sur les systèmes non linéaires sont plus récents et encore en plein développement. Contrairement au cas linéaire, il n'existe pas de théorie générale. Ainsi, pour chaque classe de système, des observateurs non linéaires de structure différente peuvent être utilisés. Les conditions de résolution du PFGR et la méthode de synthèse sont propres à la solution choisie. Parmi les travaux de référence sur cet axe de recherche, on peut citer par exemple [Hammouri et al., 1999] pour les systèmes bilinéaires,

[Hammouri et al., 1998; De Persis et Isidori, 1999, 2000, 2001] pour les systèmes affines en la commande, [Shields et Ashton, 1999] pour les systèmes polynomiaux.

Les deux principaux problèmes auxquels nous sommes confrontés lors de la synthèse d'un observateur pour la détection et localisation des défauts dans le cas non linéaire sont :

1. Quel observateur choisir? Quelle est sa structure? et comment garantir la stabilité de l'observateur?
2. Comment réaliser le découplage des perturbations et garantir la sensibilité des résidus aux défaillances?

Plusieurs solutions ont été proposées dans la littérature afin de déterminer les conditions d'existence des transformations d'état et de sortie, suivant la structure du système non linéaire. Ces travaux reposent sur les notions de géométrie différentielle [Isidori, 1995]. Formellement, la première étape de synthèse s'exprime de la manière suivante. On considère le système (4.27) précédent. Trouver une transformation d'état  $\tilde{x} = N(x)$  et une transformation de sortie  $\tilde{y} = M(y)$  telles que le système puisse se mettre sous la forme :

$$\begin{cases} \dot{x}_1(t) = f_1(x_1(t), u(t), d(t)) \\ \dot{x}_2(t) = f_2(x_1(t), x_2(t), u(t), \psi(t), d(t)) \\ y_1(t) = h_1(x_1(t), u(t), d(t)) \\ y_2(t) = h_2(x_1(t), x_2(t), u(t), \psi(t), d(t)) \end{cases} \quad (4.29)$$

Le sous système

$$\begin{cases} \dot{x}_1(t) = f_1(x_1(t), u(t), d(t)) \\ y_1(t) = h_1(x_1(t), u(t), d(t)) \end{cases} \quad (4.30)$$

est parfaitement découplé des perturbations.

La détermination des transformations d'état et de sortie est un problème difficile qui doit être résolue au cas par cas suivant la classe de systèmes non linéaires considérée et suivant la forme des fonctions  $f_1$  et  $h_1$  souhaitée (qui imposera une structure pour l'observateur).

Dans cette partie, nous donnons les bases de l'approche géométrique et les principaux résultats et théorèmes élaborés par [De Persis et Isidori, 1999, 2000, 2001]. La formulation et la solution du l-NLPFGR (local NonLinear Fundamental Problem of Residual Generation) seront présentées.

Lorsque le l-NLPFGR est résolu, nous obtenons un sous système, découplé des perturbations et d'un sous ensemble de pannes, et sur lequel nous pouvons implanter un observateur.

Dans leurs articles, De Persis et Isidori ont présenté une approche géométrique différentielle pour la détection et localisation de défaut (autrement dit le FPGR). Une condition nécessaire pour que le système soit résoluble est donnée en terme de distribution d'observabilité. L'existence de cette distribution implique l'existence d'un changement de coordonnée d'état et de sortie qui induit un système observable affecté par tous les défauts sauf un.

Dans leur travail, ils considèrent les systèmes non linéaires affines en la commande, c'est à dire les systèmes s'écrivant sous la forme suivante :

$$\begin{cases} \dot{x} = f(x) + \sum_{i=1}^m g_i(x)u_i + \sum_{i=1}^{m_d} l_i(x)d_i + \sum_{i=1}^{m_\psi} p_i(x)\psi_i \\ y(t) = h(x) \end{cases} \quad (4.31)$$

Où  $x$  est le vecteur d'état, défini sur un voisinage  $\mathcal{N}$  de l'origine dans  $\mathbb{R}^n$ ,  $u_i$  sont les entrées de commande,  $y$  le vecteur des sorties mesurées,  $d_i$  sont les défauts et  $\psi_i$  les perturbations. Les fonctions  $f(x)$ ,  $g_i(x)$ ,  $l_i(x)$  et  $p_i(x)$  sont des champs de vecteurs lisses et les fonctions  $h_i$  (les composantes du vecteur  $h$ ) sont lisses.

Pour cette classe de systèmes, le PFGR admet la définition locale suivante :

**Definition 4.1 (Local NonLinear Fundamental Problem of Residual Generation (l-NLPFGR)):**

Considérons le système (4.31), le l-NLPFGR consiste à trouver, si possible, un filtre :

$$\begin{cases} \dot{\zeta} = \tilde{f}(y, \zeta) + \sum_{i=1}^m \tilde{g}_i(y, \zeta) u_i \\ e = \tilde{h}(y, \zeta) \end{cases} \quad (4.32)$$

où  $\zeta \in \mathbb{R}^q$  avec  $1 \leq q \leq n$ ,  $e \in \mathbb{R}^s$  avec  $1 \leq s \leq p$ .  $\tilde{f}$  et  $\tilde{g}_i$  sont des champs de vecteurs lisses et  $\tilde{h}$  est un vecteur de fonctions lisses respectant  $\tilde{f}(0,0) = 0$  et  $\tilde{h}(0) = 0$ . Ce filtre est construit tel que si le système en cascade suivant :

$$\begin{cases} \begin{pmatrix} \dot{x} \\ \dot{\zeta} \end{pmatrix} = \underbrace{\begin{pmatrix} f(x) \\ \tilde{f}(y, \zeta) \end{pmatrix}}_{f^e(x^e)} + \sum_{i=1}^m \underbrace{\begin{pmatrix} g_i(x) \\ \tilde{g}_i(y, \zeta) \end{pmatrix}}_{g_i^e(x^e)} u_i + \sum_{i=1}^{m_d} \underbrace{\begin{pmatrix} l_i(x) \\ 0 \end{pmatrix}}_{l^e(x^e)} d_i + \sum_{i=1}^{m_\psi} \underbrace{\begin{pmatrix} p_i(x) \\ 0 \end{pmatrix}}_{p^e(x^e)} \psi_i \\ e = \tilde{h}(y, \zeta) = h^e(x^e) \end{cases} \quad (4.33)$$

est défini sur un voisinage de l'origine  $x^e = (x, \zeta)' = (0,0)'$ , noté  $\mathcal{N}^e$ , alors les 3 propriétés suivantes sont respectées :

(i). si  $d = 0$ , alors  $e$  n'est pas affecté par  $u_i$  et  $\psi_i$ ,  $\forall i, j$ .

(ii).  $e$  est affecté par  $d$ .

(iii).  $\lim_{t \rightarrow \infty} \|e(t; x^0, \zeta^0, u, d = 0, \psi)\| = 0$  pour toute condition initiale  $x^0$  et  $\zeta^0$  choisie dans un espace convenable contenant l'origine  $(x, \zeta)' = (0,0)'$  et pour tout ensemble d'entrées admissibles. On remarquera que la convergence vers zéro du résidu n'est imposée uniquement qu'en l'absence de défaut.

Dans cette définition, la condition (i), assure la robustesse du résidu, c'est-à-dire, que ni les signaux de commande  $u_i$ , ni les signaux de perturbations  $\psi_i$  n'affectent le résidu. La condition (ii) assure, quant à elle, la sensibilité des résidus vis-à-vis du signal de défaut. Enfin, la condition (iii) assure la stabilité du générateur de résidus dans le cas non défaillant.

### Résolution du l-NLPFGR

Sans perte de généralité, seul le cas de défauts scalaires  $d$  sera présenté. Considérons le système en cascade (4.33). L'espace d'observabilité (ou encore l'espace des observations) de ce système, noté  $\mathcal{O}^e$  est défini comme le plus petit espace linéaire (sur  $\mathbb{R}$ ) des fonctions sur  $(X)^e$  contenant toutes les dérivées de Lie successives:  $L_{X_1} L_{X_2} \dots L_{X_k} h_j^e$  pour  $j \in [1, \dots, p]$ ,  $k = 1, 2, \dots$ , avec  $X_i, i \in k$ , l'ensemble des champs de vecteurs  $\left\{ f^e, g_1^e, \dots, g_m^e, p_1^e, \dots, p_{m_\psi}^e \right\}$ .



L'espace d'observabilité  $\mathcal{O}^e$  définit une codistribution d'observabilité  $d\mathcal{O}^e$  par :

$$d\mathcal{O}^e(x^e) = \text{span}\{d\mathcal{O}(x^e), \mathcal{O} \subset \mathcal{O}^e\}, x^e \in \chi^e \quad (4.34)$$

où  $d\mathcal{O}$  est l'opérateur de dérivation standard :

$$d\mathcal{O}(x^e) = \left( \frac{\partial \mathcal{O}}{\partial x_1} \quad \dots \quad \frac{\partial \mathcal{O}}{\partial x_{n+q}} \right)$$

L'annulateur de la codistribution d'observabilité, noté  $(d\mathcal{O}^e)^\perp$  peut être interprété comme la distribution d'inobservabilité du système (4.33). En conséquence, les conditions (i) et (ii) de la définition (4.1) sont équivalentes aux deux interprétations géométriques suivantes :

$$\text{span}\{g^e, p^e\} \subset (d\mathcal{O}^e)^\perp \text{ et } (l^e \notin d\mathcal{O}^e)^\perp \quad (4.35)$$

Si  $x^e = (x, \zeta)^T = (0, 0)^T$  est un point régulier de  $(d\mathcal{O}^e)$ , alors  $(d\mathcal{O}^e)$  peut être décrite par la plus petite codistribution invariante sous les champs de vecteurs  $\{f^e, g^e, p^e\}$  et contenue dans  $\text{span}\{dh^e\}$ . Cette codistribution est notée  $Q^e$ . Ainsi, dans le voisinage de  $(0, 0)^T$ , la relation suivante est correcte :

$$d\mathcal{O}^e = Q^e.$$

La condition (4.35) devient :

$$\text{span}\{g^e, p^e\} \subset (Q^e)^\perp \text{ et } (l^e \notin Q^e)^\perp \quad (4.36)$$

Les deux conditions (i) et (ii) de la définition (4.1) du l-NLPFGR peuvent être remplacées par les conditions (4.36).

Le but est de déterminer la distribution d'inobservabilité du système et le changement de variable permettant de scinder le système en deux sous-systèmes tels que l'un des deux sous-systèmes soit parfaitement découplé des entrées inconnues. Un observateur pourra alors être implanté sur ce sous-système permettant d'estimer un sous-ensemble de l'état et un sous-ensemble de sorties (éventuellement transformés par des difféomorphismes) sans être affectés par les perturbations. En d'autres termes il sera possible de synthétiser un UIO.

### ***Théorème 4.2***

*Posons  $Q$  une distribution invariante conditionnée involutive telle que :*

$$\text{span}\{p\} \subset Q \subset \ker\{d(\varphi \circ h)\} \text{ et } (l \notin Q), \quad (4.37)$$

*pour une application surjective :*

$$\varphi: \mathbb{R}^p \rightarrow \mathbb{R}^{\tilde{p}}$$

*définie localement autour de  $y = 0$ . Alors, il existe un changement de coordonnées d'état  $\tilde{x} = N(x)$  et un changement de coordonnées de sortie  $\tilde{y} = M(y)$  définis localement autour respectivement de  $x = 0$  et  $y = 0$ , tels que dans le nouveau système de coordonnées, le système (4.31) s'écrive sous la forme :*

$$\begin{cases} \dot{\tilde{x}}_1 = \tilde{f}_1(\tilde{x}_1, \tilde{y}_2) + \tilde{g}_1(\tilde{x}_1, \tilde{y}_2)u + \tilde{l}_1(\tilde{x}_1, \tilde{x}_2)d \\ \dot{\tilde{x}}_2 = \tilde{f}_2(\tilde{x}_1, \tilde{x}_2) + \tilde{g}_2(\tilde{x}_1, \tilde{x}_2)u + \tilde{l}_2(\tilde{x}_1, \tilde{x}_2)d + \tilde{p}_2(\tilde{x}_1, \tilde{x}_2)\psi \\ \tilde{y}_1 = \tilde{h}_1(\tilde{x}_1) \\ \tilde{y}_2 = \tilde{h}_2(\tilde{x}_1, \tilde{x}_2) \end{cases} \quad (4.38)$$

avec  $\tilde{x}_1 \in \mathbb{R}^\vartheta$ ,  $\vartheta \triangleq \text{codim}(Q)$  et  $\tilde{l}_1(\tilde{x}_1, \tilde{x}_2) \neq 0$  localement autour de  $M(0)$ .

Le choix de la matrice  $Q$  est le point capital de la procédure de décomposition du système. Dans [De Persis and Isidori, 1999, 2000, 2001], un algorithme en deux phases est proposé pour obtenir une distribution  $Q$  permettant de résoudre, lorsque cela est possible, le l-NLPFGR. La distribution  $Q$  ainsi obtenue va garantir l'observabilité locale du sous-système découpé permettant ainsi d'envisager l'implémentation d'un observateur.

Le système original est décomposé suivant la procédure décrite dans la section précédente. Nous supposons donc que ce système est localement équivalent au système donné par l'équation (4.38). La première condition du l-NLPFGR (Définition 4.1) impose que les résidus soient insensibles aux perturbations lorsque les défauts sont nuls. Cette condition sera respectée si le sous-système (4.39) est considéré et que les résidus sont générés en soustrayant les sorties (éventuellement transformées) mesurées aux sorties estimées.

$$\begin{cases} \dot{\tilde{x}}_1 = \tilde{f}_1(\tilde{x}_1, \tilde{y}_2) + \tilde{g}_1(\tilde{x}_1, \tilde{y}_2)u + \tilde{l}_1(\tilde{x}_1, \tilde{x}_2)d \\ \tilde{y}_1 = \tilde{h}_1(\tilde{x}_1) \end{cases} \quad (4.39)$$

Un observateur pour ce sous-système est synthétisé sur la partie indépendante des défauts :

$$\begin{cases} \dot{\tilde{x}}_1 = \tilde{f}_1(\tilde{x}_1, \tilde{y}_2) + \tilde{g}_1(\tilde{x}_1, \tilde{y}_2)u \\ \tilde{y}_1 = \tilde{h}_1(\tilde{x}_1) \end{cases} \quad (4.40)$$

Les équations de l'observateur sont données par :

$$\begin{cases} \dot{\hat{\zeta}} = \hat{\tilde{f}}_1(\zeta, \tilde{y}_1, \tilde{y}_2, u) \\ \hat{\tilde{x}}_1 = \hat{\tilde{h}}_1(\zeta, \tilde{y}_1, \tilde{y}_2, u) \end{cases}$$

La sortie estimée du sous-système est donnée par :

$$\hat{\tilde{y}}_1 = \tilde{h}_1 \left( \hat{\tilde{h}}_1(\zeta, \tilde{y}_1, \tilde{y}_2, u) \right) \quad (4.41)$$

Les résidus générés en soustrayant les sorties mesurées aux sorties estimées :

$$e = \tilde{y}_1 - \hat{\tilde{y}}_1 \quad (4.42)$$

seront bien découplés des entrées inconnues et affectés par les défauts. Ils résolvent donc le l-NLPFGR.

La méthode de De Persis and Isidori (DPMI) et la notre sont deux méthodes qui s'inscrivent dans le cadre de la théorie de contrôle géométrique. La méthode de DPMI est étroitement liée à notre approche, cependant le problème fondamental est différent : leur but est la détection et localisation des défauts et le découplage des perturbations. Dans notre approche, on néglige le

problème de découplage de perturbations. Dans le cas d'absence de perturbation notre méthode présente les deux avantages suivants :

- i) Nous ne nous contentons pas de la détection et l'isolation de défaut, mais une identification et reconstruction de son graphe au cours de temps est donnée.
- ii) Nous ne nous limitons pas aux systèmes affines en la commande, mais nous considérons des non linéarités plus générales.

Le deuxième point nécessite plus de développement. Considérons par exemple un défaut capteur additif de la forme  $y(t) = h(x) + d(t)$ . Sans perte de généralité, on peut supposer  $y(x) = x_1 + d$ . Ensuite, si on pose  $x_1 + d = \tilde{x}_1$ , on obtient  $y = \tilde{x}_1$ . Les dynamiques des équations sont non linéaires par rapport à  $d(t)$ , et même en considérant un système affine par rapport à  $d(t)$ .

L'approche DPMI ne s'applique plus.

Si on considère l'exemple de [De Persis and Isidori, 2001], la méthode de DPMI fonctionne normalement mais aussi elle permet de reconstruire le défaut (« dans cet exemple particulier, il est même possible d'identifier la valeur de  $d$  »).

Dans le cas,  $m$ =nombre de commande=3,  $m_d$ =nombre des entrées inconnues =1. En supposant que les commandes sont des constantes connues, alors nous sommes dans le cas générique  $m = 3$  sorties,  $m_d = 1$  = entrée inconnue. En fait, il est facile de voir que le théorème (4.6) suivant s'applique, et que le changement de variables choisi de [De Persis and Isidori, 2001] conduit exactement à la forme normale définie par le théorème (4.6) suivant. Mais dans le cas où les commandes sont variables, il est facile de vérifier que nous obtenons la même forme normale, avec une légère différence ; la partie linéaire devient dépendante du temps à travers les trois commandes. Ainsi, le même observateur à grand gain reste toujours valable, ce qui a été plus au moins suggéré par De Persis and Isidori.

#### 4.2.3. Approche de [Hou et Patton, 1998]

D'un autre côté, les problèmes de détection et localisation de défaut peuvent être reformulés en problème d'observabilité ; les défauts étant juste considérés comme des entrées inconnues. Dans leur article, [Hou et Patton, 1998] ont présenté une méthode d'observabilité et de reconstruction des entrées inconnues. Les entrées peuvent être des défauts (semblable à notre méthode) ou incertitudes.

Cette approche se déroule en deux étapes

- 1) L'étude d'observabilité des entrées inconnues. D'une façon générale l'observabilité des entrées inconnues signifie qu'un changement des entrées du système dynamique entraîne un changement dans les mesures,
- 2) Si les entrées inconnues sont observables, la question qui reste est comment reconstruire ces entrées.

Soit le système linéaire à temps invariant suivant:

$$\begin{cases} \dot{x} = Ax(t) + Bu(t) \\ y(t) = Cx(t) + Du(t) \end{cases} \quad (4.43)$$

**Définition 4.2 [Hou et Patton et, 1998]**

Les vecteurs des entrées  $u(t)$  est dit observable si le vecteur de mesures  $y(t) = 0$  pour tout  $t \geq 0$  implique  $u(t) = 0$  pour tout  $t > 0$ .

Les conditions nécessaires et suffisantes de l'observabilité de ces entrées sont données par le théorème suivant :

**Théorème 4.3**

L'entrée  $u(t)$  du système (4.43) est observable si et seulement si:

$$spe \left( \begin{bmatrix} -\lambda I + A & B \\ C & D \end{bmatrix} \right) = spe \left( \begin{bmatrix} -\lambda I + A \\ C \end{bmatrix} \right)$$

$spe$  est l'ensemble des valeurs propres finies de la matrice système  $\Sigma_{sys}$  et le faisceau d'observabilité  $\Sigma_{AC}$ .

$$\Sigma_{sys} = \begin{bmatrix} A & B \\ C & D \end{bmatrix}, \quad \Sigma_{AC} = \begin{bmatrix} A \\ C \end{bmatrix},$$

Ainsi, si le vecteur d'entrée est observable, une estimation de la forme suivante permet de reconstruire ce vecteur d'entrées :

$$\begin{cases} \dot{z}(t) = F_1 x(t) + F_2 u(t) \\ \hat{u}(t) = G_1 x(t) + \sum_{i=0}^p G_{2,i} y^{(i)}(t) \end{cases} \quad (4.44)$$

Ainsi, nous remarquons que cette construction est réalisée par différentiation des mesures des systèmes linéaires, qui sont les plus entachés par les bruits de mesure. Or, le résultat d'une dérivation est très sensible à de tels signaux. Par conséquent, l'estimation fournie des entrées inconnues est malheureusement fortement noyée dans le bruit amplifié par la dérivation.

Cette méthode est différente de la notre puisqu'elle s'intéresse au système linéaire. Cependant, l'étude de l'observabilité des entrées inconnues, puis la reconstruction de ces entrées constituent les étapes fondamentales de ces deux approches.

Une méthode de reconstruction et d'identification de défaut ne se contente pas de détecter et de localiser un défaut mais aussi elle tente de reconstruire son évolution au cours de temps. Cette approche est très utile pour les défauts graduels et intermittents qui sont difficile à être détectés. En outre, cette méthode est très utile pour la commande tolérante aux défauts (FTC), dans le sens qu'elle ne nécessite plus une reconfiguration de la loi de commande puisque les actionneurs et les capteurs défectueux peuvent être réparés et une simple loi de la commande reste efficace.

Motivé par ces utiles fonctionnalités de la reconstruction et identification de défauts, nous proposons dans le paragraphe suivant une méthodologie générale d'identification et de reconstruction de défauts capteurs et actionneurs des processus dynamiques. Notre application à la détection des défauts capteurs et actionneurs pour une station d'épuration biologique à boues activées (équation 3.9) constitue le cadre académique idéal pour appliquer la théorie : pour cette application (3 sorties-5 états), la théorie s'applique d'une manière générique, et de plus pour le système

mis sous la forme canonique d'observabilité, on peut appliquer n'importe quel type d'observateur grand gain de [Gauthier et Kupka ; 1994].

### 4.3. Observabilité des entrées inconnues (identification des entrées inconnues)

#### 4.3.1. Généralité

Il s'avère que le concept d'observabilité pour les entrées inconnues peut être vu comme une reformulation du concept d'identifiabilité élaboré par [Busvelle et Gauthier 2003 ; 2004 ; 2005]. Ces trois papiers présentent une théorie complète de l'identification d'une seule fonction inconnue sur la base des mesures, conjointement avec la reconstruction des variables d'états non mesurées via un observateur. Dans un contexte de FDI, une entrée inconnue correspond à un seul défaut (de type additif dans notre cas). Si plusieurs défauts se reproduisent simultanément, nous devons considérer, par conséquent, plusieurs entrées inconnues (i.e. exemple des défauts additifs affectant simultanément des capteurs ou actionneurs).

La théorie d'identifiabilité est étroitement liée à la théorie d'observabilité élaborée par [Gauthier et Kupka 1994 ; 1996 ; 2001] et requiert les mêmes méthodes et outils mathématiques. Dans cette section nous énonçons les principaux résultats de la théorie. Bien que les résultats puissent être énoncés de façon intrinsèquement plus simple, nous nous limitons à des caractérisations en termes de formes normales. En plus, nous ignorons certaines difficultés classiques à savoir (Lipshtiz globales...). Pour plus de détails, les lecteurs peuvent se référer à [Busvelle et Gauthier, 2003 ; 2004; 2005].

Le concept de généricité considéré est celui de la topologie différentielle. Puisque dans la plupart des problèmes on considère un espace d'état compact. En pratique, il suffit de considérer la topologie métrique  $C^\infty$ : une fonction est proche de zéro si sa valeur ainsi que toutes ses dérivées sont très petites.

L'idée principale que le lecteur doit garder à l'esprit est la suivante : la propriété d'observabilité (respectivement d'identifiabilité ou d'observabilité des entrées inconnues) est la propriété d'injectivité de l'application :

$$[\text{État initial} \rightarrow \text{sortie en tant que fonction}]$$

Cependant cette propriété est très instable par simple ajout d'une faible fonction ou perturbation. En raison de cette instabilité, il s'avère impossible d'aboutir à des résultats puissants et généraux. Toutefois l'injectivité devient stable si on introduit une propriété supplémentaire qui est « l'injectivité infinitésimale ».

#### 4.3.2. Définitions et systèmes en considération

On considère les systèmes ( $C^w$  ou  $C^\infty$ ) de la forme

$$\sum \begin{cases} \frac{dx}{dt} = f(x, \varphi(t)) \\ y = h(x, \varphi(t)) \end{cases} \quad (4.45)$$

Où

- La variable d'état  $x = x(t)$  appartient à une variété  $X$  de dimension  $n$ ,  $x(0) = x_0$ .
- La variable  $y$  est dans  $\mathbb{R}^{d_y}$ .
- $f$  et  $h$  sont respectivement un champ de vecteur lisse paramétré et une fonction lisse.
- La fonction  $\varphi$  (l'entrée inconnue) est une fonction du temps (dans un contexte d'identification c'est une fonction inconnue d'une partie de l'état).

Pour simplifier, toutes les trajectoires du système (4.45) seront supposées définies dans des intervalles  $[0, T_{x_0, \varphi}]$ , dépendant à la fois des conditions initiales et de la fonction inconnue  $\varphi$ , mais contenant un intervalle de temps fixe  $I = [0, i]$ .

Notre but est donc d'estimer à la fois l'état  $x$  du système et une fonction inconnue  $\varphi: \mathbb{R}^+ \rightarrow \mathbb{R}$ . Dans la partie application de ce chapitre, la fonction  $\varphi$  est notée par  $d$ .

Soit  $X \times L^\infty[I]$ , où  $L^\infty[I]$  est un ensemble des fonctions mesurables et bornées sur tout  $I$ .  $L^\infty[\mathbb{R}^{d_y}]$  est l'ensemble des fonctions mesurables et bornées de  $I$  dans  $\mathbb{R}^{d_y}$ .

On définit l'application entrée/sortie  $P_\Sigma$  par :

$$\begin{aligned} P_\Sigma: \quad \Omega &\rightarrow L^\infty[\mathbb{R}^{d_y}] \\ (x_0, \widehat{\varphi}(\cdot)) &\rightarrow y(\cdot) \end{aligned} \tag{4.46}$$

La définition naturelle de l'observabilité des entrées inconnues est la suivante :

### Définition 4.3

$\Sigma$  a des entrées inconnues observables si  $P_\Sigma$  est injective.

De même pour l'observabilité (voir chapitre 2), la version d'observabilité infinitésimale des entrées inconnues est définie comme suit :

Considérons une variation d'ordre 1 du système (4.45), où  $T_x$  est l'application tangente de  $f$  par rapport à  $x$  et  $d_x$  est le différentiel par rapport à  $x$  :

$$T\Sigma_{x_0, \widehat{\varphi}, \xi_0, \eta} \begin{cases} \frac{dx}{dt} = f(x, \widehat{\varphi}) \\ \frac{d\xi}{dt} = T_x f(x, \widehat{\varphi})\xi + d_\varphi f(x, \widehat{\varphi})\eta \\ \hat{y} = d_x h(x, \widehat{\varphi})\xi + d_\varphi h(x, \widehat{\varphi})\eta \end{cases} \tag{4.47}$$

et l'application entrées/ sorties de  $T\Sigma$  est

$$\begin{aligned} P_{T\Sigma, x_0, \widehat{\varphi}}: \quad T_{x_0} X \times L^\infty[\mathbb{R}] &\rightarrow L^\infty[\mathbb{R}^{d_y}] \\ (\xi_0, \eta(\cdot)) &\rightarrow \hat{y}(\cdot) \end{aligned} \tag{4.48}$$

#### Définition 4.4

$\Sigma$  est dit à entrées inconnues infinitésimalement observables si  $P_{T\Sigma, x_0, \hat{\varphi}}$  est injective pour tout  $(x_0, \hat{\varphi}(\cdot)) \in \Omega$  i.e.  $\text{Ker}(P_{T\Sigma, x_0, \hat{\varphi}}) = \{0\}$  pour tout  $(x_0, \hat{\varphi}(\cdot))$ .

**Remarque:** Il est à signaler que l'observabilité infinitésimale et l'identifiabilité signifie l'injectivité de certaines applications. Il est clair que l'injectivité dépend du domaine (en restreignant le domaine, cette propriété devient plus faible). Par conséquent, il pourrait sembler que ces notions ne sont pas bien définies, car elles dépendent de la régularité des entrées (domaine de  $\hat{\varphi}$ ). En fait, ce n'est plus le cas. En effet, si un système analytique n'a pas d'entrées inconnues observables (ou infinitésimalement observables) dans la classe des fonctions  $L^\infty$  alors il existe une fonction analytique qui rend le système à entrées inconnues non observables.

#### 4.4. Principaux résultats exprimés sous forme normale

L'approche est issue de la théorie d'observabilité déterministe de [Gauthier et Kupka, 2001] : chaque système qui a des entrées inconnues observables peut être mis (suite à un changement de coordonnée) sous l'une des trois formes canoniques énoncées dans les théorèmes (4.4), (4.5), (4.6) ci-dessous.

Pour réaliser la reconstruction de défauts, il suffit de développer un observateur adapté à chacune de ces formes canoniques.

Dans des papiers précédents [Busvelle et Gauthier ; 2003 ; 2004; 2005], les résultats suivants ont été élaborés :

- L'observabilité des entrées inconnues est une propriété générique si et seulement si le nombre des observations est supérieur ou égale à 3. Dans ce cas, le système générique peut être mis sous la forme canonique de théorème (4.6) ci-dessous.
- En revanche la propriété de l'observabilité des entrées inconnues n'est plus générique dans le cas où le nombre de sorties est inférieur ou égale à 2. Dans ce cas, la propriété d'observabilité infinitésimale des entrées inconnues est équivalente aux formes normales présentées dans les théorèmes (4.4) et (4.5) ci-dessous.

#### Théorème 4.4 ( $d_y = 1$ )

Si  $\Sigma$  a des entrées inconnues infinitésimalement observables, alors il existe un sous ensemble sous-analytique fermé  $Z$  de  $X$ , de codimension 1 au moins, tel que pour tout  $x_0 \in X \setminus Z$ , il existe un système de coordonnée  $(x_1, \dots, x_n, V_{x_0}), V_{x_0} \subset X \setminus Z$  dans lequel  $\Sigma$  (restreint à  $V_{x_0}$ ) peut s'écrire:

$$\Sigma_1 \begin{cases} \dot{x}_1 = x_2 \\ \vdots \\ \dot{x}_{n-1} = x_n \\ \dot{x}_n = \psi(x, \varphi) \\ y = x_1 \end{cases} \quad \text{et} \quad \frac{\partial \psi(x, \varphi)}{\partial \varphi} \neq 0 \quad (4.49)$$

**Théorème 4.5 ( $d_y = 2$ )**

Si  $\Sigma$  a des entrées inconnues infinitésimalement observables, alors il existe un semi-analytique ouvert dense  $\tilde{U} \subset X \times \mathbb{R}$  tel que pour tout point  $(x_0, \varphi_0)$  de  $\tilde{U}$ , possède un voisinage  $V_{x_0} \times I_{\varphi_0}$ , et des coordonnées  $x$  dans  $V_{x_0}$  telles que le système  $\Sigma$  restreint à  $V_{x_0} \times I_{\varphi_0}$ , noté  $\Sigma|_{V_{x_0} \times I_{\varphi_0}}$ , admette l'une des formes suivantes :

- **Forme normale type 1 :**

$$\Sigma_{2,1} \begin{cases} y_1 = x_1 & y_2 = x_2 \\ \dot{x}_1 = x_3 & \dot{x}_2 = x_4 \\ \vdots & \vdots \\ \dot{x}_{2k-3} = x_{2k-1} & \dot{x}_{2k-2} = x_{2k} \\ \dot{x}_{2k-1} = f_{2k-1}(x_1, \dots, x_{2k+1}) \\ \dot{x}_{2k} = x_{2k+1} \\ \vdots \\ \dot{x}_{n-1} = x_n \\ \dot{x}_n = f_n(x, \dots, \varphi) \end{cases} \quad (4.50)$$

Avec  $\frac{\partial f_n}{\partial \varphi} \neq 0$

- **Forme normale type 2 :**

$$\Sigma_{2,2} \begin{cases} y_1 = x_1 & y_2 = x_2 \\ \dot{x}_1 = x_3 & \dot{x}_2 = x_4 \\ \vdots & \vdots \\ \dot{x}_{2r-3} = x_{2r-1} & \dot{x}_{2r-2} = x_{2r} \\ \dot{x}_{2r-1} = \psi(x, \varphi) & \dot{x}_{2r} = F_{2r}(x_1, \dots, x_{2r+1}, \psi(x, \varphi)) \\ & \dot{x}_{2r+1} = F_{2r+1}(x_1, \dots, x_{2r+2}, \psi(x, \varphi)) \\ & \vdots \\ & \dot{x}_{n-1} = F_{n-1}(x, \psi(x, \varphi)) \\ & \dot{x}_n = F_n(x, \varphi) \end{cases} \quad (4.51)$$

Avec  $\frac{\partial \psi}{\partial \varphi} \neq 0, \frac{\partial F_{2r}}{\partial x_{2r+1}} \neq 0, \dots, \frac{\partial F_{n-1}}{\partial x_n} \neq 0$

- **Forme normale type 3 :**

$$\Sigma_{2,3} \begin{cases} y_1 = x_1 & y_2 = x_2 \\ \dot{x}_1 = x_3 & \dot{x}_2 = x_4 \\ \vdots & \vdots \\ \dot{x}_{n-3} = x_{n-1} & \dot{x}_{n-2} = x_n \\ \dot{x}_{n-1} = f_{n-1}(x, \varphi) & \dot{x}_n = f_n(x, \varphi) \end{cases} \quad (4.52)$$

Avec  $\frac{\partial(f_{n-1}, f_n)}{\partial \varphi} \neq 0$

Le résultat dans le cas générique est le suivant :

**Théorème 4.6 ( $d_y \geq 3$ )**

Si  $\Sigma$  est un système générique qui a des entrées inconnues observables, alors il existe un sous-espace ouvert et dense  $Z$  de  $X$ , tel que pour tout  $x_0 \in X \setminus Z$ , il existe une fonction  $F$  de classe  $C^\infty$ , et un prolongement  $\Phi_{\check{y}, \dots, \check{y}^{(2n)}}(x)$  dépendant de  $(\check{y}, \check{y}', \dots, \check{y}^{(2n)})$  tel que en dehors de  $Z$ , les trajectoires de  $\Sigma|_{x_0, \varphi}$  soient envoyées par  $\Phi_{\check{y}, \dots, \check{y}^{(2n)}}$  sur les trajectoires du système suivant :



$$\Sigma_{3+} \begin{cases} \dot{z}_1 = z_2 \\ \dot{z}_2 = z_3 \\ \vdots \\ \dot{z}_{2n} = z_{2n+1} \\ \dot{z}_{2n+1} = F(z_1, \dots, z_{2n+1}, \check{y}, \dots, \check{y}^{(2n+1)}) \\ \bar{y} = z_1 \end{cases} \quad (4.53)$$

Où  $z_i, i = 1, \dots, 2n + 1$  est un vecteur de dimension  $p - 1$ , et où

$$\begin{cases} x = \Phi_{\check{y}, \dots, \check{y}^{(2n)}}^{-1}(z) \\ \varphi = \psi(x, \check{y}) \end{cases} \quad (4.54)$$

$\check{y}$  est une certaine sortie sélectionnée parmi les sorties  $y_i$ , par exemple  $y_1$ , et  $\bar{y}$  représente les sorties restantes  $y_2$  et  $y_3$ .

Des résultats plus détaillés de ce cas générique, ainsi que la preuve de ce théorème, peuvent être trouvés dans le papier de [Busvelle et Gauthier, 2004]. Ceci représente le résultat crucial pour notre application.

#### 4.5. Le cas générique 3-5

3-sorties 5-états représente le cas générique le plus simple. De plus il est naturellement sous une certaine forme canonique car les sorties font partie des états.

Nous débutons avec un système de la forme :

$$Y = (y_1, y_2, y_3) = (x_1, x_2, x_3), \quad x = (x_1, \dots, x_5), \quad \dot{x}(t) = f(x)$$

Notre but est de construire un défaut capteur de type additif  $d(t)$  sur la première sortie. En fait  $y_1(t) = x_1(t) + d(t)$ . Soient  $z_1(t) = x_1(t) + d(t)$ ,  $z_2(t) = x_2(t)$ ,  $\dots$ ,  $z_5(t) = x_5(t)$ , on obtient la nouvelle réécriture du système :

$$\begin{aligned} y_1(t) &= z_1(t), \quad y_2(t) = z_2(t), \quad y_3(t) = z_3(t), \\ \dot{z}_1(t) &= f_1(z_1(t) - d(t), z_2(t), \dots, z_5(t)) + \dot{d} \\ \dot{z}_i(t) &= f_i(z_1(t) - d(t), z_2(t), \dots, z_5(t)), \quad i = 2, \dots, 5 \end{aligned} \quad (4.55)$$

Où

$$\dot{z} = g(z, d, \dot{d}) \quad (4.56)$$

Une façon simple de procéder est de supposer  $\dot{d} = 0$ . Ainsi nous obtenons une équation de 6 états de la forme :

$$\dot{z}(t) = g(z_1(t), z_2(t), \dots, z_5(t), d) \quad (4.57)$$

$$\dot{d} = 0$$

Introduisons un changement de variable suivant :  $Z = (z, d)$ ,

$$\dot{Z} = G(Z) \quad (4.58)$$

$$Y = (Z_1, Z_2, Z_3)$$

Ainsi un défaut abrupt  $d$  correspond exactement à un saut de l'état  $Z$  du modèle (4.58). Dans ce cas, un observateur à grand gain est l'observateur idéal pour faire la reconstruction de défaut : il a spécialement la propriété de recouvrir arbitrairement les grandes variations dans les conditions initiales.

En effet, en général (pour tout système générique), la matrice d'ordre  $3 \times 3$  formée par les lignes :

$$\left( \frac{\partial G_i}{\partial z_4}, \frac{\partial G_i}{\partial z_5}, \frac{\partial G_i}{\partial d} \right), i = 1, \dots, 3 \quad (4.59)$$

est inversible, ce qui signifie d'après le théorème des fonctions implicites, qu'en gelant ou en fixant les variables  $z_1, z_2$  et  $z_3$ , l'application  $\tilde{G} = (G_1(z_4, z_5, d), G_2(z_4, z_5, d), G_3(z_4, z_5, d))$  a un inverse  $\tilde{G}_1$ .

Il est clair, ainsi, que le système a des entrées inconnues observables. En connaissant la sortie  $Y(t) = (z_1(t), z_2(t), z_3(t))$  et en différentiant, on obtient  $(\dot{z}_1(t), \dot{z}_2(t), \dot{z}_3(t)) = \tilde{G}(z_4(t), z_5(t), d(t))$  dont nous pouvons inverser pour chaque valeur de  $z_1(t), z_2(t), z_3(t)$  et nous obtenons ainsi une connaissance de  $z_4(t), z_5(t), d(t)$ .

Cela permet de montrer que le système a des entrées inconnues observables et fournit également un moyen pratique de l'observer en utilisant les dérivées approximatives.

Gauthier et Busvelle [Gauthier et Busvelle, 2003; 2004; 2005] ont utilisé une stratégie plus générale pour représenter la fonction  $d(t)$ . Par exemple un simple modèle local  $d^{(k)} = 0$ . La question derrière le choix de cette forme polynomiale n'est pas qu'elle modélise la fonction globalement comme étant une fonction de temps, mais seulement localement, sur des intervalles de temps raisonnables (raisonnable par rapport aux performances requises pour la reconstruction des entrées et de l'état).

Ainsi, nous sommes dans le cas général d'un système à  $6 + k$ -états, 3-sorties. Le fait que le système original (équation 4.58) a des entrées inconnues infinitésimalement observables implique que le système étendu  $6 + k$  états peut être mis sous une certaine forme normale appropriée.

De même, pour cette forme, les dérivées approximatives permettent la reconstruction de l'état.

Il est à signaler que pour toutes les formes normales décrites ci-dessus, un tel modèle polynomial local permet d'utiliser les observateurs à grand gain de [Gauthier et Kupka, 2001] (voir chapitre 2, section 2.3.6). Une explication plus détaillée de la reconstruction des défauts capteurs et actionneurs d'une station d'épuration, pour un modèle simple de défaut de la forme  $\dot{d} = 0$ , fera l'objet de la section suivante.

Mais avant d'aborder la partie applicative une question très intéressante se pose : ***pourquoi est-il nécessaire d'effectuer une telle lourde analyse théorique pour aboutir à une telle conclusion triviale d'utilisation d'observateurs à grand gain ?***

Pour répondre à cette question, nous prenons l'exemple du système linéaire suivant :

$$\Sigma_e \begin{cases} \dot{x}_1 = x_2 - u \\ \dot{x}_2 = u \\ y = x_1 \end{cases} \quad (4.60)$$

Ce système n'a pas d'entrées inconnues observables : en effet, en posant  $X = (x_{10}, x_{20})$ , l'application  $(u(\cdot), X) \rightarrow y(\cdot)$  est linéaire, et non injective ; son noyau  $K$  est l'ensemble de couple de la forme  $(u = e^t x_{20}, X = (0, x_{20}))$ .

Cependant sans analyse d'observabilité et en ajoutant un modèle local de la forme  $u^{(k)} = 0$ , on obtient le système linéaire étendu suivant :

$$\Sigma_{e,1} \begin{cases} \dot{x}_1 = x_2 - u \\ \dot{x}_2 = u \\ \dot{u} = u_1 \\ \vdots \\ \dot{u}_{k-1} = 0 \\ y = x_1 \end{cases} \quad (4.61)$$

Le système obtenu  $(\Sigma_{e,1})$  est observable, et un observateur de Luenberger standard peut assurer une convergence exponentielle des états estimés vers ceux réels. Cependant, ces résultats n'ont aucune signification. En effet, bien que le système ait des entrées inconnues non observables, ces entrées inconnues sont observables dans le cas des systèmes polynomiaux. Bien que le système soit linéaire, il mène à l'utilisation de l'observateur standard de Luenberger. On peut imaginer que dans le cas non linéaire de pires résultats peuvent apparaître. Ainsi l'étude de l'observabilité des entrées inconnues est absolument nécessaire, comme indique l'exemple (4.60).

## 4.6. Choix de l'observateur à grand gain pour le cas des systèmes 3-5

### 4.6.1. Etude préliminaire

Revenons au système (4.58), on considère la matrice  $J$  d'ordre  $3 \times 3$  définie par la formule (4.59) ci-dessus,  $J_{ij} = \frac{\partial G_i}{\partial Z^j}$ ,  $i = 1, \dots, 3; j = 4, \dots, 6$ .

L'inversibilité de cette matrice Jacobéenne caractérise l'observabilité infinitésimale dans le sens de [Gauthier et Kupka, 2001].

Cette forme particulière d'ordre  $3 \times 5$ , est une généralisation de la forme normale d'observabilité des systèmes mono-sortie représentés dans le livre de [Gauthier et Kupka, 2001] (à voir aussi le théorème (2.1) p.22 de Gauthier et Kupka, 2001). En fait, dans le cas des systèmes mono-sortie d'ordre 2 considéré, nous aurions la forme normale suivante :

$$\begin{cases} y = x_1 \\ \dot{x}_1 = f_1(x_1, x_2, u) \\ \dot{x}_2 = f_2(x_1, x_2, u) \end{cases} \quad \text{avec } \frac{\partial f_1}{\partial x_2} \neq 0 \quad (4.62)$$

La condition  $\frac{\partial f_1}{\partial x_2} \neq 0$  de l'observabilité infinitésimale est analogue, dans notre cas à l'inversibilité de la matrice  $J$ .

A ce stade, nous pouvons, suite à un changement de coordonnée, appliquer un filtre de Kalman étendu grand gain. Cependant, une solution plus simple se présente. Une version multi-sorties généralisée élaborée par [Hammouri et Farza, 2003], montre qu'il est plus convenable d'appliquer la version de base d'un observateur grand-gain de Luenberger.

#### 4.6.2. Observateur grand gain de Luenberger multi-sorties

Dans notre cas, nous ne considérons pas les problèmes habituels des observateurs à grand gain, qui consiste à un prolongement des fonctions en dehors du domaine physique en veillant à ce que le prolongement soit Lipchitz. Dans notre cas, cela est plus ou moins trivial.

L'espace physique est défini par :

$$P_s = \{M_1 \geq z_1 - d \geq \varepsilon_1, M_i \geq z_i \geq \varepsilon_i > 0\}, \quad (4.63)$$

pour  $i = 2, \dots, 5$ .

Dans le cas des systèmes 3-sorties 5-états, on se rend compte facilement que la condition d'usage d'un observateur grand gain de Luenberger donné par [Hammouri et Farza, 2003] se réduit à la propriété (P) suivante:

(P) Il existe une matrice  $S$  constante d'ordre  $3 \times 3$  tel que toutes les matrices  $J$  d'ordre  $3 \times 3$  satisfont :  $S^T J + J^T S \leq -a Id$ , où  $a > 0$ .

Soulignons encore une fois que, quand la propriété (P) est vérifiée, il est possible de construire un observateur grand gain de Luenberger à gain constant qui permet une reconstruction rapide de l'état et du défaut (dans notre cas le défaut actionneur ou capteur est de type additif).

#### 4.7. Application et résultats de simulation

Nous avons signalé dans le premier et le troisième chapitre que les normes sur le rejet des eaux usées des stations d'épuration deviennent de plus en plus strictes. La maîtrise de coûts de fonctionnement et des impacts de ces rejets sur le milieu naturel ne s'obtient pas uniquement par une amélioration de la commande pour optimiser le fonctionnement. En effet, tout défaut conduit à la génération de commande qui ne correspond pas à l'état réel du processus, d'où une diminution de fiabilité et des performances. Ainsi, le diagnostic de fonctionnement constitue un élément nécessaire de toute procédure d'automatisation. Après une modification de l'équation (3.9) du modèle d'une station d'épuration biologique on obtient :

$$\begin{aligned} \dot{x}_1 &= - \left( \alpha_1 \frac{K_{O,H}}{K_{O,H} + x_3} \frac{x_1}{K_{NO} + x_1} \right) \tilde{x}_4 + \left( \frac{Q^{in}}{V} (S_{NO}^{in} - x_1) + \alpha_2 \frac{x_2}{K_{NH,A} + x_2} \frac{x_3}{K_{O,A} + x_3} \right) \\ \dot{x}_2 &= - \left( \alpha_3 \frac{x_3}{K_{O,H} + x_3} + \alpha_4 \frac{K_{O,H}}{K_{O,H} + x_3} \frac{x_1}{K_{NO} + x_1} \right) \tilde{x}_4 + \alpha_5 x_5 \\ &\quad + \left( \frac{Q^{in}}{V} (S_{NH}^{in} - x_2) - \alpha_2 \frac{x_2}{K_{NH,A} + x_2} \frac{x_3}{K_{O,A} + x_3} \right) \\ \dot{x}_3 &= - \left( \alpha_6 \frac{x_3}{K_{O,H} + x_3} \right) \tilde{x}_4 - \left( \frac{Q^{in}}{V} x_3 + \alpha_7 \frac{x_2}{K_{NH,A} + x_2} \frac{x_3}{K_{O,A} + x_3} - k_l a (S_O^{sat} - x_3) \right) \end{aligned} \quad (4.64)$$

$$\begin{aligned}\dot{\tilde{x}}_4 &= \frac{\left(\frac{Q^{in}}{V} X_{DCO}^{in} + \alpha_{11}\right)}{K_{DCO}} (1 - \tilde{x}_4)^2 - \frac{Q^{in}}{V} \alpha_8 (1 - \tilde{x}_4) \tilde{x}_4 \\ &\quad - \frac{1}{K_{DCO}} \left( \alpha_9 \frac{x_3}{K_{O,H} + x_3} + \alpha_{10} \frac{K_{O,H}}{K_{O,H} + x_3} \frac{x_1}{K_{NO} + x_1} \right) (1 - \tilde{x}_4)^2 \tilde{x}_4 \\ \dot{x}_5 &= \frac{Q^{in}}{V} (S_{ND}^{in} - x_5) - \alpha_5 x_5 \\ &\quad + \left( \alpha_{12} \frac{x_3}{K_{O,H} + x_3} + \alpha_{13} \frac{K_{O,H}}{K_{O,H} + x_3} \frac{x_1}{K_{NO} + x_1} \right) \frac{\tilde{x}_4 K_{DCO}}{K_{ND} + \tilde{x}_4 (K_{ND} - K_{DCO})}\end{aligned}$$

Avec

$$\begin{aligned}\alpha_1 &= \mu_H X_{B,H} \eta_{NO,g} \frac{1-Y_H}{2.86 Y_H}, \alpha_2 = \frac{\mu_A}{Y_A} X_{B,A}, \alpha_3 = \mu_H X_{B,H} i_{NBM}, \alpha_4 = \mu_H X_{B,H} i_{NBM} \eta_{NO,g}, \alpha_5 = \\ k_a X_{B,H}, \alpha_6 &= \mu_H X_{B,H} \frac{1-Y_H}{Y_H}, \alpha_7 = 4.57 \frac{\mu_A}{Y_A} X_{B,A}, \alpha_8 = \frac{K_S}{K_{DCO}}, \alpha_9 = \frac{\mu_H X_{B,H}}{Y_H}, \alpha_{10} = \frac{\mu_H X_{B,H}}{Y_H} \eta_{NO,g}, \\ \alpha_{11} &= (1 - f_{r_{XI}}) (b_H X_{B,H} + b_A X_{B,A}), \alpha_{12} = k_h \frac{X_{ND}}{X_S} X_{B,H}, \alpha_{13} = k_h \frac{X_{ND}}{X_S} X_{B,H} \eta_{NO,h}.\end{aligned}$$

Dans ce chapitre, nous mènerons plusieurs simulations à l'aide des données générées par l'équipe de modélisation et simulation de Laboratoire de Technologie industrielle de Hudor à Luxembourg, en utilisant le modèle ASM1 et le logiciel SIMBA (<http://www.ensic.inpl-nancy.fr/COSTWWTP/Benchmark>). Les fichiers de données temps sec, temps pluvieux et temps orageux sont recueillis à partir du modèle de référence de Benchmark.

Les concentrations mesurées de cette station d'épuration biologique des eaux usées sont : l'oxygène dissous  $S_O$ , l'azote sous forme d'ammoniaque  $S_{NH}$ , azote sous forme de nitrites et nitrates  $S_{NO}$ .

Les actionneurs du système sont :  $Q^{in}$  le débit d'entrée et  $u$  :  $u = 1$  au cours des périodes d'aération et  $u = 0$  lors de période d'arrêt de l'aérateur.

Ainsi notre but est de reconstruire les défauts capteurs et actionneurs de cette station d'épuration [Methnani et al., 2011 (a)]. Un défaut est représenté par une fonction inconnue qui sera identifiée en ligne. Considérons le système ASM1 réduit décrit par l'équation (4.64), la méthode de reconstruction de défaut appliqué au premier capteur  $S_{NO}$  est donnée en détail. Le reste des défauts capteurs et actionneurs sera traité de la même façon. Dans ce cas, la fonction inconnue  $d$  désigne un défaut additif. Comme expliqué ci-dessus, le vecteur d'état est étendu en ajoutant une variable d'état supplémentaire  $d$ . La fonction est modélisée comme étant un saut dans les conditions initiales  $\dot{d} = 0$ .

Le vecteur  $G(Z)$  est donné par :

$$G(Z) = \begin{pmatrix} D^{in}(S_{NO}^{in} - (z_1 - d)) + \alpha_2 \frac{z_2}{K_{NH,A} + z_2} \frac{z_3}{K_{O,A} + z_3} \\ -\alpha_1 \frac{K_{O,H}}{K_{O,H} + z_3} \frac{(z_1 - d)}{K_{NO} + (z_1 - d)} z_4, \\ D^{in}(S_{NH}^{in} - z_2) - \alpha_2 \frac{z_2}{K_{NH,A} + z_2} \frac{z_3}{K_{O,A} + z_3} + \alpha_5 z_5 \\ - \left( \alpha_3 \frac{z_3}{K_{O,H} + z_3} + \alpha_4 \frac{K_{O,H}}{K_{O,H} + z_3} \frac{(z_1 - d)}{K_{NO} + (z_1 - d)} \right) z_4, \\ -D^{in} z_3 - \alpha_7 \frac{z_2}{K_{NH,A} + z_2} \frac{z_3}{K_{O,A} + z_3} + k_l a (S_O^{sat} - z_3) - \alpha_6 \frac{z_3}{K_{O,H} + z_3} z_4, \\ \frac{(D^{in} X_{DCO}^{in} + \alpha_{11})}{K_{DCO}} (1 - z_4)^2 - D^{in} \alpha_8 (1 - z_4) z_4 \\ - \frac{1}{K_{DCO}} \left( \alpha_9 \frac{z_3}{K_{O,H} + z_3} + \alpha_{10} \frac{K_{O,H}}{K_{O,H} + z_3} \frac{(z_1 - d)}{K_{NO} + (z_1 - d)} \right) (1 - z_4)^2 z_4, \\ + \left( \alpha_{12} \frac{z_3}{K_{O,H} + z_3} + \alpha_{13} \frac{K_{O,H}}{K_{O,H} + z_3} \frac{(z_1 - d)}{K_{NO} + (z_1 - d)} \right) \frac{z_4 K_{DCO}}{K_{ND} + z_4 (K_{ND} - K_{DCO})}, \\ 0 \end{pmatrix}$$

Ici,  $z_6 = d$ .

L'équation standard d'un observateur grand gain de Luenberger est donnée par :

$$\dot{\hat{X}}(t) = G(\hat{X}) - K_\theta(C\hat{X} - y) \quad (4.65)$$

Où  $K_\theta = \Delta_\theta K$ , pour  $\theta > 1$ , où  $\theta$  est un paramètre supposé grand et :

- $\Delta_\theta$  est une matrice diagonale par bloc,  $\Delta_\theta = BD(\theta I_3, \theta^2 I_3)$  avec  $I_3$  est la matrice d'identité d'ordre 3.
- $K$  est un certain gain constant qui satisfait :  $(\tilde{G}^*(\hat{X}) - KC)' L - L(\tilde{G}^*(\hat{X}) - KC) \leq -aId, a > 0$  où  $L$  est une matrice constante symétrique définie positive.

Ici,  $\tilde{G}^*(X)$  désigne la matrice Jacobienne de  $\tilde{G}(X)$  par rapport à  $X$  ( $\tilde{G}(X)$  est définie dans la section (4.5)).

Pour le cas des systèmes mono-sortie, l'existence de  $K$  est prouvé par [Gauthier et Kupka, 1994]. Cependant, dans le cas des systèmes multi-entrées, multi-sorties, la situation est beaucoup plus compliquée. Elle a été étudiée plus en détail par [Hammouri et Franza, 2003].

Dans notre cas, l'existence de  $K$  est garantie par la propriété ( $P$ ) définie dans la section (4.6.2) ci-dessus. Pour vérifier que la propriété  $P$  est vraie dans notre cas, il suffit de remarquer que la matrice Jacobienne  $J$  a la forme suivante dans l'espace physique  $P_s$ :

$$J = \begin{pmatrix} -a & 0 & f \\ -b & \alpha & e \\ -c & 0 & 0 \end{pmatrix}, \text{ où } a, b, c, f, e, \alpha \text{ sont des constantes strictement positives.}$$

Le lemme technique suivant démontre la propriété ( $P$ ) .

### Lemme technique

Soit  $C$  un sous-ensemble compact contenu dans l'ensemble des matrices de la forme :

$$A = \begin{pmatrix} -a & 0 & f \\ -b & \alpha & e \\ -c & 0 & 0 \end{pmatrix}, \text{ avec } a, b, c, f, e, \alpha > 0$$

$N$  est une autre matrice de la forme

$$N = \begin{pmatrix} 0 & 0 & -r \\ 0 & -1 & 0 \\ rs & 0 & 0 \end{pmatrix},$$

Alors, pour  $r, s > 0$  suffisamment grand

$$N'A + A'N < -\beta Id, \beta > 0 \forall A \in C$$

**Preuve**

$$N'A = \begin{pmatrix} -crs & 0 & 0 \\ b & -\alpha & -e \\ ar & 0 & -dr \end{pmatrix}$$

$$X = \begin{pmatrix} x \\ y \\ z \end{pmatrix}$$

$$X'N'AX = -crsx^2 - \alpha y^2 - drz^2 + bxy - eyz + arxz$$

$$-\alpha y^2 + bxy - eyz = -\left(\alpha y^2 - 2\sqrt{\alpha}y \frac{bx - ez}{2\sqrt{\alpha}} + \left(\frac{bx - ez}{2\sqrt{\alpha}}\right)^2\right) + \frac{(bx - ez)^2}{4\alpha^2}$$

$$-\alpha y^2 + bxy - eyz = -\left(\sqrt{\alpha}y - \frac{bx - ez}{2\sqrt{\alpha}}\right)^2 + \frac{b^2x^2}{4\alpha^2} + \frac{e^2z^2}{4\alpha^2} - \frac{bezx}{2\alpha^2}$$

$$X'N'AX = -\left(\sqrt{\alpha}y - \frac{bx - ez}{2\sqrt{\alpha}}\right)^2 + \left(\left(\frac{b^2}{4\alpha^2} - crs\right)x^2 + \left(\frac{e^2}{4\alpha^2} - dr\right)z^2 + \left(ar - \frac{be}{2\alpha^2}\right)xz\right)$$

Ici, nous n'avons pas utilisé la construction explicite de gain  $K$  proposée par [Hammouri et Farza, 2003], mais nous proposons une reconstruction heuristique qui donne des bons résultats pratiques.  $K = L^{-1}C'$ , où  $L$  est la solution de l'équation de Ricatti suivante :

$$-G'L - LG + C'C - LQL = 0 \quad (4.66)$$

Avec  $Q = \text{diag}(10^{-3}, 10^{-3}, 10^{-3}, 10^{-3}, 10^{-3}, 10^{-1})$ , et

$$G = \begin{pmatrix} 0 & 0 & 0 & \frac{\partial g_1(x)}{\partial x_4} & \frac{\partial g_1(x)}{\partial x_5} & \frac{\partial g_1(x)}{\partial d} \\ 0 & 0 & 0 & \frac{\partial g_2(x)}{\partial x_4} & \frac{\partial g_2(x)}{\partial x_5} & \frac{\partial g_2(x)}{\partial d} \\ 0 & 0 & 0 & \frac{\partial g_3(x)}{\partial x_4} & \frac{\partial g_3(x)}{\partial x_5} & \frac{\partial g_3(x)}{\partial d} \\ 0 & 0 & 0 & 0 & 0 & 0 \\ 0 & 0 & 0 & 0 & 0 & 0 \\ 0 & 0 & 0 & 0 & 0 & 0 \end{pmatrix}, \text{ en un point } x.$$

Nous obtenons, ainsi, le gain  $K$  suivant :

$$K = \begin{pmatrix} 3.73 & 1.43 \times 10^{-2} & 5 \times 10^{-3} \\ 1.43 \times 10^{-2} & 5.69 \times 10^{-1} & 4.255 \times 10^{-1} \\ 5 \times 10^{-3} & 4.255 \times 10^{-1} & 2.9189 \\ 0 & -2 \times 10^{-4} & -10^{-3} \\ 0 & 10^{-3} & -2 \times 10^{-4} \\ 10^{-1} & 3 \times 10^{-4} & -5 \times 10^{-4} \end{pmatrix}$$

Les trois sorties du système sont corrompues d'un bruit coloré additif. Ce bruit est obtenu en simulant un processus d'Ornstein-Uhlenbeck (Uhlenbeck et Ornstein, 1930). Pour bien comprendre la simulation, il est nécessaire de donner quelques définitions :

Un processus stochastique représente les états du système qui dépendent à la fois du temps et des variables aléatoires. Il est exprimé par un ensemble de variables aléatoires indexées par le temps  $\{X_t: t \geq 0\}$

#### Définition 4.5

Un processus de Wiener ou mouvement brownien de variance  $\sigma^2$  à  $t = 0$ , est un processus stochastique  $\{B_t: t \geq 0\}$  à valeur dans  $\mathbb{R}$  et vérifiant :

1.  $B_0 = 0$ ,
2. Pour tout  $t_1 < t_2 < \dots < t_n$ , les variables  $B_{t_1}, B_{t_2} - B_{t_1}, \dots, B_{t_n} - B_{t_{n-1}}$  sont indépendantes,
3. Pour tout  $s < t$ , l'accroissement  $B_t - B_s$  est une variable aléatoire normale de moyenne nulle et de variance  $(t - s)\sigma^2$ ,
4. la fonction  $t \rightarrow B_t$  est continue

Enfin nous pouvons définir un processus d'Ornstein-Uhlenbeck comme étant un processus stochastique décrit par l'équation différentielle stochastique suivante :

$$dX_t = -\rho X_t dt + \alpha dB_t, \quad (4.67)$$

où  $B_t$  est le mouvement brownien,  $\rho$  et  $\alpha$  sont deux constantes positives. L'équation (4.67) peut être réécrite :

$d[e^{\rho t} X_t] = \alpha e^{\rho t} dB_t$ . Ainsi,  $X_t = e^{-\rho t} \left[ X_0 + \int_0^t \alpha e^{\rho s} dB_s \right]$ . Le processus stochastique  $X_t$  est tel que :

1. Si  $X_0$  est une variable gaussienne de moyenne nulle et de variance égale à  $\frac{\alpha^2}{2\rho}$ , alors  $X_t$  est gaussien et stationnaire de covariance :  $\mathbb{E}[X(t)X(s+t)] = \frac{\alpha^2}{2\rho} e^{-\rho|s|}$ ,
2.  $X(t)$  est un processus markovien,
3. quand  $X(0) = c$ , la loi stochastique de  $X(t)$  est une loi normale de moyenne  $e^{-\rho t} c$  et de variance  $\frac{\alpha^2}{2\rho} (1 - e^{-2\rho t})$ .

D'après [Gillespie, 1996], pour un temps d'échantillonnage  $\Delta t$ , l'équation de mise à jour d'un processus d'Ornstein-Uhlenbeck est donnée par :

$$X(t + \Delta t) = X(t)\mu + \gamma z_n, \quad (4.68)$$



où :

- $\mu = e^{-\rho\Delta t}$ ,
- $\gamma^2 = (1 - e^{-2\rho\Delta t}) \left( \frac{\alpha^2}{2\mu} \right)$ ,
- $z_n$  est distribution gaussienne standard  $\mathcal{N}(0,1)$ .

$dX_t = -\beta X_t dt + \sigma\sqrt{2\beta}dB_t$ , où  $\beta$  et  $\sigma$  sont deux constantes positives. Ainsi, si  $X(0) = 0$ , la valeur moyenne de  $X_t$  est nulle et sa variance  $\frac{\alpha^2}{2\rho}$  devient  $\sigma^2$ .

Pour simuler le processus d'Ornstein-Uhlenbeck, nous considérons l'équation (4.68) et remplaçons :

- $\alpha$  par  $\sigma\sqrt{2\beta}$ ,
- $\rho$  par  $\beta$ .

Par conséquent l'équation devient :  $X(t + \Delta t) = X(t)\mu + \sigma(1 - \mu^2)z_n$ .

Le schéma suivant résume le diagramme de bruit coloré avec  $X(0) = 0$ ,  $\mu \in [0,1]$  et  $\sigma > 0$ .

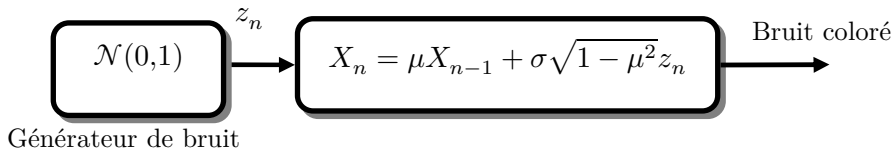


Figure 4.1. Simulation de bruit coloré

En simulant ce diagramme nous obtenons un bruit réaliste.

Les paramètres cinétiques et stœchiométriques sont ceux définis pour le modèle ASM1. Les autres paramètres sont définies dans le tableau (3.5).

#### 4.7.1. Défauts capteurs

*défauts abrupt*

A  $t=2$  jours un défaut est appliqué au 1<sup>er</sup> capteur  $S_{NO}$  (figure 4.2). L'amplitude du défaut est égale à  $(1 \text{ mg/l})$  (comparée à une valeur moyenne de  $(6 \text{ mg/l})$ ). Les résultats de simulation donnés par les figures (4.3), (4.4) et (4.5) affichent les sorties d'observateur  $d$ ,  $X_{DCO}$  et  $S_{ND}$ .

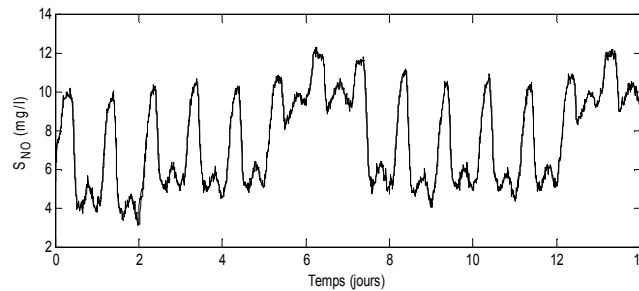


Figure 4.2. Capteur  $S_{NO}$  en défaut (défaut abrupt).

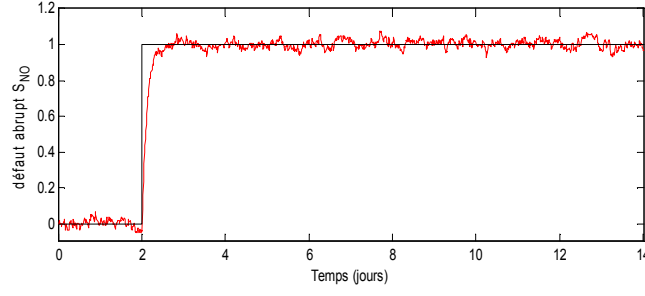


Figure 4.3. Différence entre un défaut abrupt appliqué sur le capteur  $S_{NO}$  et celui reconstruit.

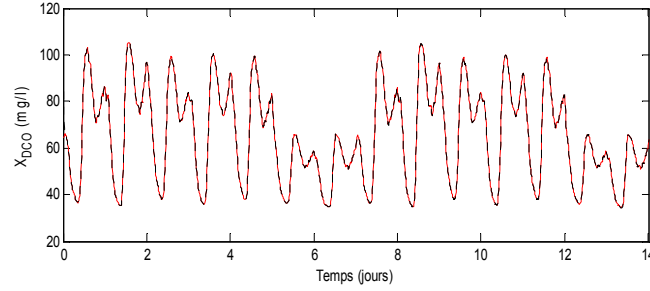


Figure 4.4. Différence entre l'état  $X_{DCO}$  réel et celui estimé pour un défaut abrupt sur  $S_{NO}$ .

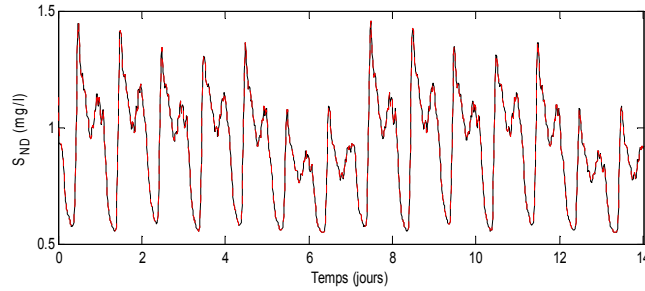


Figure 4.5. Différence entre l'état  $S_{ND}$  réel et celui estimé pour un défaut abrupt sur  $S_{NO}$ .

Ces résultats démontrent l'efficacité de la méthode proposée pour l'estimation d'états et la reconstruction simultanée des défauts capteurs, même pour des systèmes soumis à des mesures bruitées.

De même, les résultats de simulation de l'application d'un défaut abrupt sur le deuxième et troisième capteur ( $S_{NH}$  et  $S_O$ ) sont donnés respectivement par les figures (4.6), (4.7) et les figures (4.8), (4.9).

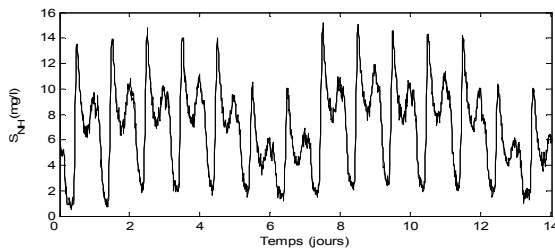


Figure 4.6. Capteur  $S_{NH}$  en défaut (défaut abrupt).

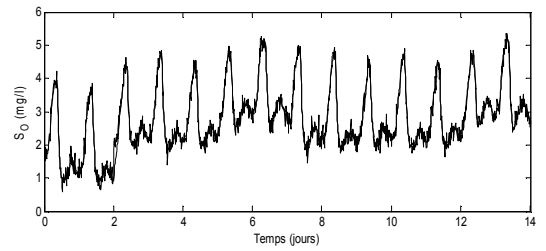


Figure 4.8. Capteur  $S_O$  en défaut (défaut abrupt).

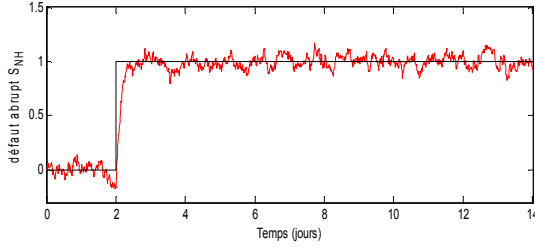


Figure 4.7. Différence entre un défaut abrupt appliqué sur le capteur  $S_{NH}$  et celui reconstruit.

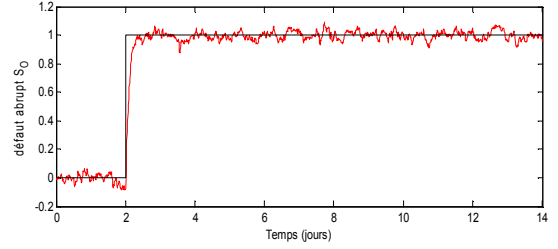


Figure 4.9. Différence entre un défaut abrupt appliqué sur le capteur  $S_O$  et celui reconstruit.

Bien que nous reconstruisions simultanément les variables d'états inconnues  $X_{DCO}$  et  $S_{ND}$ , le but principal est de reconstruire les défauts capteurs  $d$ .

La variable  $d$  schématisée par les figures (4.3) , (4.7) et (4.9) est presque nulle avant l'application du défaut (avant  $t = 2$  jours), tandis qu'elle atteint rapidement la valeur de  $1 \text{ mg/l}$  , lorsque un défaut survient.

*Défaut graduel de faible pente et défaut intermittent*

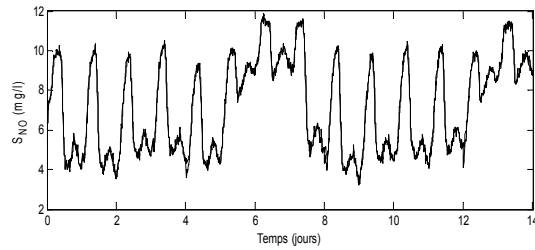


Figure 4.10. Capteur  $S_{NO}$  en défaut (défaut intermittent).

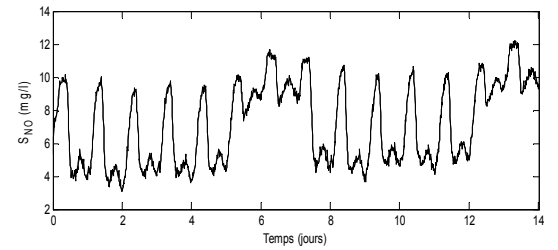


Figure 4.14. Capteur  $S_{NO}$  en défaut (défaut graduel).

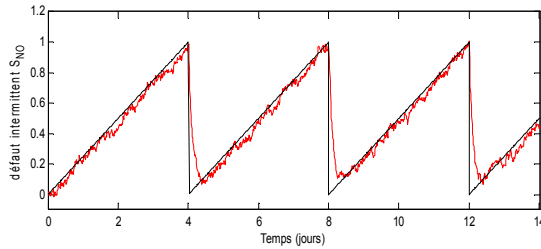


Figure 4.11. Différence entre un défaut intermittent appliqué sur le capteur  $S_{NO}$  et celui reconstruit.

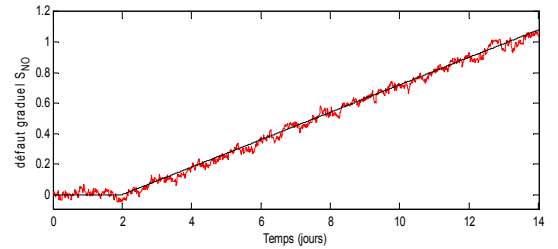


Figure 4.15. Différence entre un défaut graduel appliqué sur le capteur  $S_{NO}$  et celui reconstruit.

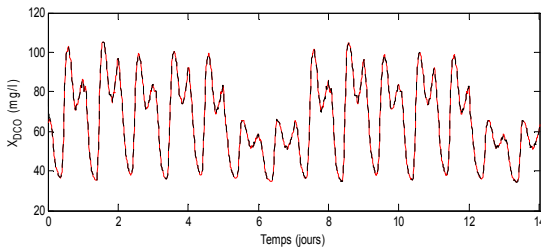


Figure 4.12. Différence entre l'état  $X_{DCO}$  réel et celui estimé pour un défaut intermittent sur  $S_{NO}$ .

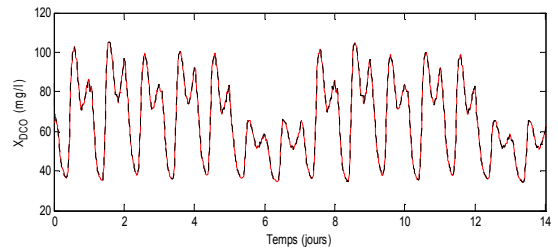


Figure 4.16. Différence entre l'état  $X_{DCO}$  réel et celui estimé pour un défaut graduel sur  $S_{NO}$ .

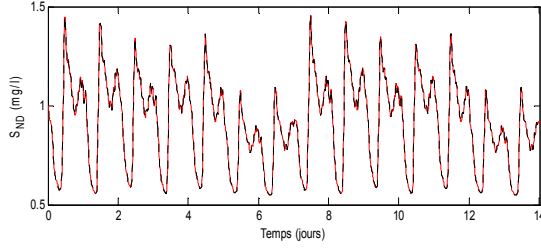


Figure 4.13. Différence entre l'état  $S_{ND}$  réel et celui estimé pour un défaut intermittent sur  $S_{NO}$ .

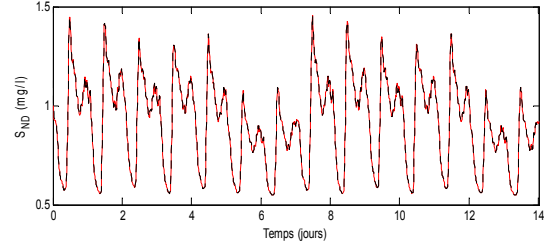


Figure 4.17. Différence entre l'état  $S_{ND}$  réel et celui estimé pour un défaut graduel sur  $S_{NO}$ .

Pour s'assurer de l'efficacité de la méthode proposée, il s'avère intéressant de considérer d'autres types de défauts que l'abrupt : des défauts difficiles à être détectés tel que les défauts intermittents et les défauts graduels. Les résultats de simulation correspondants pour les trois capteurs sont présentés par les figures (4.10 à 4.13), figures (4.14 à 4.17) et figures (4.18 à 4.21).

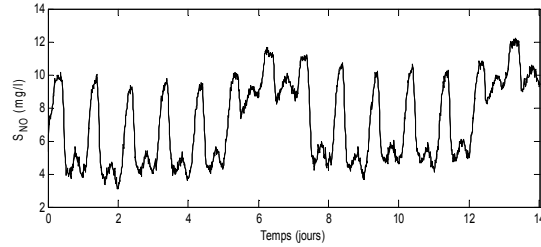


Figure 4.18. Capteur  $S_{NH}$  en défaut (défaut intermittent).

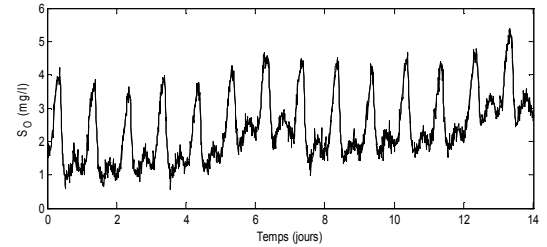


Figure 4.20. Capteur  $S_O$  en défaut (défaut graduel).

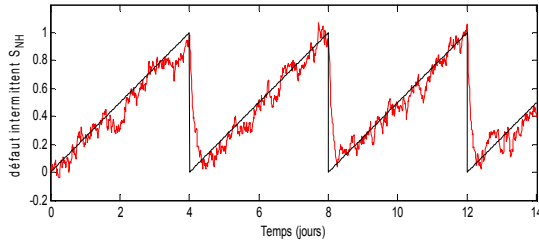


Figure 4.19. Différence entre un défaut intermittent appliqué sur le capteur  $S_{NH}$  et celui reconstruit.

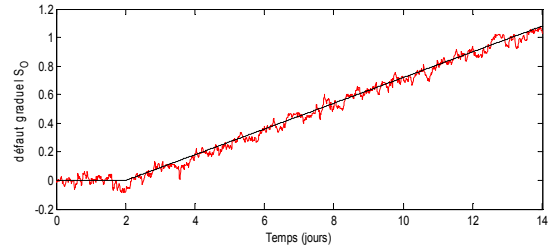


Figure 4.21. Différence entre un défaut graduel appliqué sur le capteur  $S_O$  et celui reconstruit.

Il est apparent, d'après les figures précédentes, que la méthode proposée préserve la forme et l'amplitude de défaut avec une grande fidélité, et même en présence des mesures bruitées.

#### 4.7.2. Défauts actionneurs

##### Défaut abrupt

La même méthode est appliquée pour la reconstruction des défauts actionneurs additifs et l'estimation simultanée des variables d'états inconnues. Les défauts de type abrupt sont appliqués au 1<sup>er</sup> actionneur  $Q^{in}$  et au deuxième  $u$ . Les figures (4.22) à (4.25) montrent la capacité de l'observateur à grand gain de Luenberger de reconstruire rapidement les graphes de défauts.

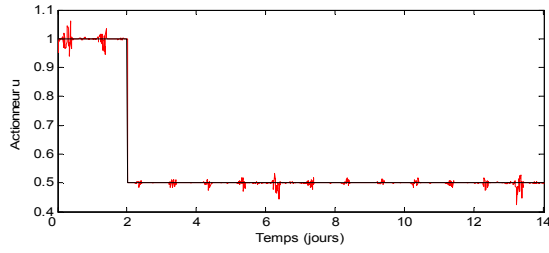


Figure 4.22. 1<sup>er</sup> actionneur  $u$  en défaut (défaut abrupt).

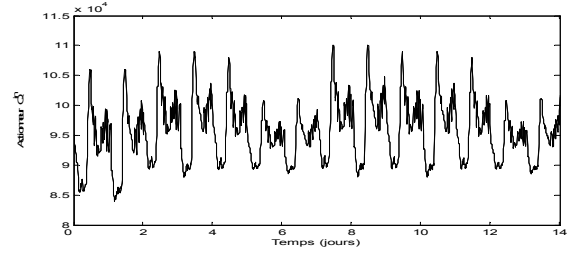


Figure 4.24. 2<sup>ème</sup> actionneur  $Q^{in}$  en défaut (défaut abrupt).

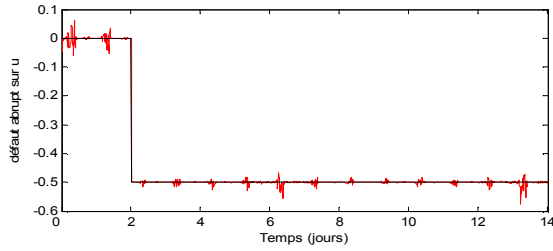


Figure 4.23. Différence entre un défaut abrupt appliqué sur le 1<sup>er</sup> actionneur  $u$  et celui reconstruit.

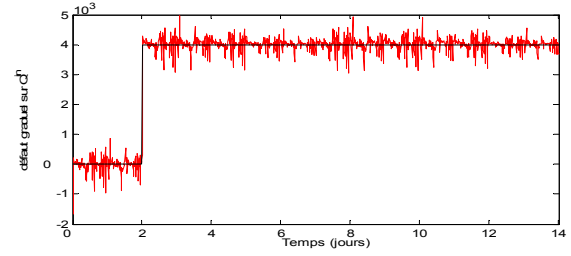


Figure 4.25. Différence entre un défaut abrupt appliqué sur le 2<sup>ème</sup> actionneur  $Q^{in}$  et celui reconstruit.

Défaut intermittent et défaut graduel de faible pente

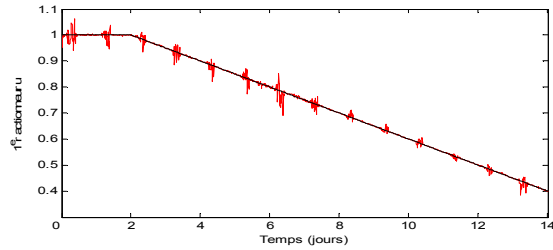


Figure 4.26. 1<sup>er</sup> actionneur  $u$  en défaut (défaut graduel).

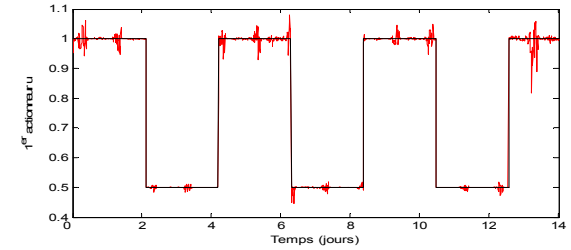


Figure 4.28. 1<sup>er</sup> actionneur  $u$  en défaut (défaut intermittent).

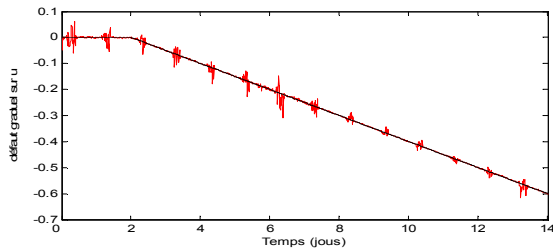


Figure 4.27. Différence entre un défaut graduel appliqué sur le 1<sup>er</sup> actionneur  $u$  et celui reconstruit.

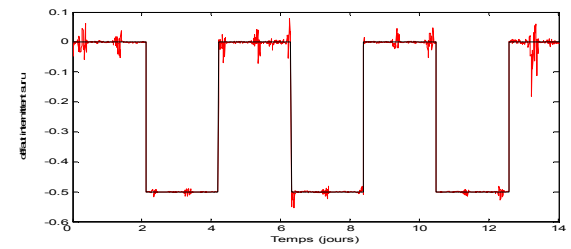


Figure 4.29. Différence entre un défaut intermittent appliqué sur le 1<sup>er</sup> actionneur  $u$  et celui reconstruit.

Les défauts graduels et intermittents sont souvent difficiles à être détectés à cause de leur évolution temporelle qui peut être confondue à une variation paramétrique représentant la non stationnarité du processus. Les résultats de simulation pour ces types de défauts appliqués au 1<sup>er</sup> actionneur  $u$  sont représentés respectivement par les figures (4.26) à (4.29).

Les méthodes existantes de détection et de localisation de défauts dans la littérature prêtent peu d'attention à l'identification des défauts ; les méthodes basées sur la théorie géométrique différentielle et les méthodes basées sur la théorie de l'espace de parité ne fournissent pas l'estimation des défauts.

Bien que les méthodes basées sur les observateurs adaptatifs fournissent une estimation des défauts (en général, cas des défauts composants ou paramétriques), mais la vitesse d'isolation et d'identification n'est pas idéale. Dans les parties précédentes, nous avons présenté une méthode d'identification et de reconstruction des défauts à base d'observateur. Cette approche identifie et reconstruit des défauts abrupts, des défauts intermittents et graduels de faible pente, en préservant leurs amplitudes et leurs évolutions temporelles, en dépit de la présence des bruits de mesures. Un autre avantage de la méthode proposée est que l'étude théorique de l'observabilité des entrées inconnues mène à une utilisation des observateurs grand gain de Luenberger. Ce type d'observateur est le prototype idéal pour la reconstruction des défauts, puisqu'il représente un outil excellent avec une réponse rapide aux perturbations aux erreurs initiales (propriété de convergence exponentielle).

## 4.8. Schémas de détection et isolation des défauts

Avec l'automatisation des boucles de contrôle, les systèmes industriels sont devenus de plus en plus complexes. Ainsi un fort intérêt s'est donc manifesté à propos de détection et d'isolation des défauts. L'objectif principal de ces méthodes de diagnostic est d'améliorer la sécurité et la fiabilité des processus en considération.

Il existe dans la littérature une large variété de méthodes de détection et localisation des défauts à base de modèles : méthodes par espace de parité, méthodes d'estimation paramétriques et les plus populaires sont les méthodes à base d'observateurs (chapitre 2, section (2.2.2)).

Quelque soit la méthode, une étape commune est de calculer les résidus qui représentent la différence entre le comportement actuel du système et son comportement souhaité. Ainsi, chaque résidu est conçu pour être sensible à un ensemble de défaut et robuste vis-à-vis du reste. Idéalement, si le seuil (adaptatif ou fixe) est dépassé, un défaut est détecté. L'ensemble de ces signaux génère une table de signature qui constitue l'outil d'isolation des défauts.

La détérioration progressive des ressources d'eau et la grande quantité d'eau polluée produite donne une importance fondamentale au processus de traitement des eaux usées. Néanmoins, dans les stations d'épuration biologiques, les défauts capteurs et actionneurs conduisent souvent à une baisse de performances ou à une augmentation de consommation et probablement à une panne de processus. Par conséquent différents méthode de FDI ont été proposée pour les stations de traitement des eaux usées :

- Des méthodes basées sur des données heuristiques telles que les réseaux de neurones [Olsson, 2006]
- Méthodes statistiques [Yoo et al., 2007].
- Méthodes à base du modèle (le cas de la méthode proposée).

L'objectif de cette partie est de concevoir une méthode de FDI des défauts capteurs et actionneurs à base d'observateurs. En effet cette partie constitue la suite de la méthode présentée dans la section (4.6) de ce chapitre. Nous considérons la même théorie générale d'observabilité d'une seule entrée inconnue évoquée précédemment.

Via la méthode de reconstruction des défauts capteurs et actionneurs mentionnée précédemment, il est possible de retrouver la forme, l'amplitude des défauts abrupts et même des défauts de faible pente, qui sont difficiles à être détectés. Dans la suite, un banc d'observateurs, est conçu afin de détecter et localiser les défauts capteurs et actionneurs. Ce banc est composé d'un ensemble d'observateur grand-gain de Luenberger. Parmi les méthodes les plus récentes et les plus semblables à notre approche, il existe la méthode de [Fragkoulis et al., 2011]. Une description détaillée de cette méthode ainsi qu'une comparaison avec la notre fera l'objet du paragraphe suivant.

#### 4.8.1. Méthode de FDI par banc d'observateurs de [Fragkoulis et al., 2011].

[Fragkoulis et al., 2011] ont proposé une méthode de détection et isolation de défauts d'une station d'épuration des eaux usées. La méthode est basée sur la création d'une banque d'observateurs adaptatifs. Dans une première étape, ils ont considéré les défauts actionneurs. Cette approche est composée principalement de deux étapes :

- la détection des défauts à l'aide d'observateurs adaptatifs,
- l'isolation des défauts à l'aide d'une banque d'observateurs adaptatifs.

La classe des systèmes considérée dans leur article est de la forme :

$$\begin{cases} \dot{x} = f(x) + g(x)u(t) \\ y(t) = Cx(t) \end{cases} \quad (4.69)$$

Ils ont traité seulement des défauts abrupts  $d_{aj}$ , c'est-à-dire  $u_j^f = u_j + d_{aj} = \theta_{aj}$ , pour  $t \geq t_f, j \in 1, 2, \dots, m$  et  $\lim_{t \rightarrow \infty} |u_j(t) - \theta_{aj}| \neq 0$ , où  $d_{aj}$  est une constante et  $u_j^f$  est la sortie du  $j^{\text{ème}}$  actionneur en défaut, tandis que  $u_j(t)$  est la sortie lorsque cet actionneur ne présente pas de défaut. En présence d'un défaut  $d_{al}$  sur l'entrée  $l$ , le système devient :

$$\begin{cases} \dot{x} = f(x) + \sum_{j \neq l} g_j(x)u_j + g_l(x)u_l^f \\ y = Cx \end{cases} \quad (4.70)$$

Ainsi pour détecter la présence de ces défauts, ils ont construit un ensemble d'observateurs adaptatifs. Le nombre d'observateurs est égale au nombre des actionneurs  $m$  à surveiller.

La forme de l'observateur adaptatif proposée pour la détection et localisation de défaut est :

$$1 \leq i \leq m \begin{cases} \dot{\hat{x}} = f(x) + \sum_{j \neq i} g_j(x) u_j + g_i(x) \hat{\theta}_{ai} + H_i(\hat{x}_i - x) \\ \dot{\hat{\theta}}_{ai} = -2\gamma(\hat{x}_i - x)^T P_i g_i(x) \\ \hat{y}_i = C \hat{x}_i \end{cases} \quad (4.71)$$

Où  $H$  est une matrice de Hurwitz qui peut être choisie de telle sorte que l'observateur ait une dynamique plus rapide que le système,  $\gamma$  est une constante de conception et  $P$  est une matrice définie positive solution de l'équation de Lyapunov suivante :

$$H'P + PH = -Q$$

Où la matrice  $Q$  est aussi une matrice définie positive, qui peut être choisie librement. La matrice  $H$  est la matrice de gain de l'observateur qui assure la stabilité de l'observateur.

Pour l'évaluation des résidus, ils ont opté pour la norme 2 de la différence entre le vecteur de sortie estimé et le vecteur de la sortie mesuré. Ces résidus sont construits de telle façon qu'ils sont insensibles au défaut provenant d'un actionneur et sensibles aux défauts des autres actionneurs. Cependant dans le cas de défauts multiples, la procédure reste la même sauf que dans le cas d'isolation, on a besoin de  $m$  banques de  $m$  observateurs. La deuxième utilisation de ce type d'algorithme est la FDI des défauts capteurs ; pour la réaliser une reformulation des équations de l'observateur est nécessaire.

Bien qu'elle soit heuristique et aucune démonstration n'existe, cette méthode semble raisonnable. L'efficacité de cette méthode a été mise en œuvre (par simulation) dans le cas des défauts simple et multiple. Le principal inconvénient de cette méthode est le nombre d'observateurs requis pour la détection des défauts multiples. Dans ce même contexte, nous proposons une méthode de détection et isolation des défauts par banc d'observateurs. Elle permet non seulement la détection et l'isolation mais aussi l'identification des défauts abrupts, intermittents et graduels [Methnani et al., 2011 (c)].

#### 4.8.2. Méthode de FDI et résultats de simulation

Dans la plupart des méthodes de diagnostic à base de modèles trois étapes sont requises. La première étape est la génération des résidus. Ces derniers sont fonction de l'erreur d'estimation. La deuxième étape est la détection de défaut. Elle permet de déterminer la présence ou non d'un défaut. La troisième étape est la localisation d'un défaut. Elle détermine l'élément défectueux dans le système. La distinction d'un défaut d'un autre requiert un ensemble de résidus. Une méthode fondamentale pour la génération des résidus est de concevoir une banque d'observateurs.

Rares sont les méthodes de FDI qui sont suivies par une quatrième étape qui est l'identification de défauts. Ces méthodes s'intéressent particulièrement aux défauts composants. Dans notre cas on s'intéresse aux défauts capteurs et actionneurs.

Dans le but de détecter des défauts capteurs et actionneurs, nous avons choisi d'implémenter  $m$ -Multi-entrées Multi-sorties observateurs à grand gain ( $m$  indique le nombre de capteurs et actionneurs à surveiller) (figure 4.30). Chaque observateur est consacré à un seul défaut. Cela signifie qu'on ne considère pas des défauts qui surviennent simultanément. Basé sur les signaux de sortie de cette banque d'observateurs, une table de signature est construite.



## a. Génération des résidus

La première étape de méthode de FDI est la génération des résidus. Il existe dans la littérature différentes méthodes pour la génération des résidus. Parmi ces méthodes, les observateurs non linéaires ont reçu un intérêt particulier ces dernières années. Dans ces approches, les résidus sont des quantités qui reflètent l'incohérence entre les mesures issues du processus et les estimées en utilisant un modèle mathématique du système (pour plus de détail voir chapitre 2 section 2.2.3).

Ici nous appliquons la méthode de détection et isolation des défauts à une station d'épuration des eaux usées par boues activées représentée par les équations (3.9). Un défaut peut se produire soit sur les trois capteurs  $S_{NO}$ ,  $S_{NH}$  et  $S_O$  ou sur les deux actionneurs du système  $Q^{in}$  et  $u$ .

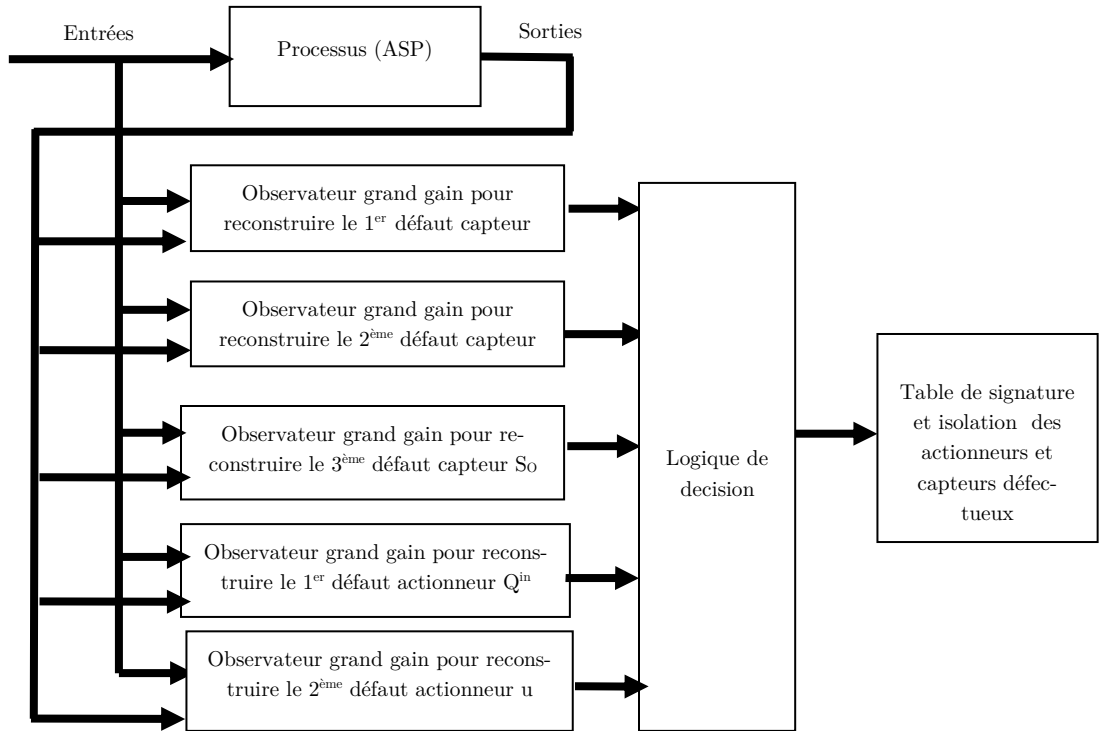


Figure 4.30. Banc d'observateurs grand gain pour la détection et localisation des défauts capteurs et actionneurs.

Pour tous les types de défauts actionneurs ou capteurs la même procédure, expliquée dans la section (4.6) de ce chapitre, est appliquée pour reconstruire le défaut. Le défaut est considéré comme étant une entrée inconnue appliqué successivement au variable  $S_{NO}$ ,  $S_{NH}$ ,  $S_O$ ,  $Q^{in}$  et  $u$ . Ainsi la première étape est de construire les 5 observateurs grand gain de Luenberger et leur gain respectif  $K_i = 1, \dots, 5$ .

$$K_1 = \begin{bmatrix} 3.73 & 1.43 \times 10^{-2} & 5 \times 10^{-3} \\ 1.43 \times 10^{-2} & 5.69 \times 10^{-1} & 4.255 \times 10^{-1} \\ 5 \times 10^{-3} & 4.255 \times 10^{-1} & 2.9189 \\ 0 & -2 \times 10^{-4} & -10^{-3} \\ 0 & 10^{-3} & -2 \times 10^{-4} \\ 10^{-1} & 3 \times 10^{-4} & -5 \times 10^{-4} \end{bmatrix}, K_2 = \begin{bmatrix} 2.5 \times 10^{-1} & -4.5 \times 10^{-1} & -1.3 \times 10^{-2} \\ -4.5 \times 10^{-1} & 3.65 & 9.1 \times 10^{-1} \\ 1.34 \times 10^{-2} & 9.1 \times 10^{-1} & 3.23 \\ -10^{-4} & 3 \times 10^{-4} & -10^{-3} \\ 10^{-3} & 2 \times 10^{-4} & 0 \\ -1.4 \times 10^{-2} & 9.4 \times 10^{-2} & 3.06 \times 10^{-2} \end{bmatrix}$$

$$K_3 = \begin{bmatrix} 1.11 & 1.5 \times 10^{-1} & -1.34 \\ 1.5 \times 10^{-1} & 7.2 \times 10^{-1} & 1.14 \\ -1.34 & 1.14 & 12.8 \\ -9 \times 10^{-4} & -4 \times 10^{-4} & -10^{-4} \\ -4 \times 10^{-4} & 9 \times 10^{-4} & -10^{-4} \\ 1.52 \times 10^{-2} & 7.2 \times 10^{-3} & 9.8 \times 10^{-2} \end{bmatrix}, \quad K_4 = \begin{bmatrix} 1.1 \times 10^{-1} & -1.1 \times 10^{-1} & 5.3 \times 10^{-3} \\ -1.1 \times 10^{-1} & 2.2 \times 10^{-1} & 4.27 \times 10^{-2} \\ 5.3 \times 10^{-3} & 4.27 \times 10^{-2} & 2.9 \times 10^{-2} \\ 0 & -10^{-4} & 0 \\ -10^{-4} & 0 & 0 \\ -5.5 & 8.3 & 8.5 \times 10^{-1} \end{bmatrix},$$

$$K_5 = \begin{bmatrix} 1.4 \times 10^{-2} & 8 \times 10^{-3} & 0 \\ 8 \times 10^{-3} & 1.2 \times 10^{-1} & 2 \times 10^{-4} \\ 0 & 2 \times 10^{-4} & 1.98 \\ 0 & 0 & -10^{-4} \\ -10^{-4} & 0 & -10^{-4} \\ 0 & 0 & 10^{-3} \end{bmatrix}$$

Les mêmes fichiers de données pour un temps sec sont utilisés pour la simulation. De même les trois sorties du processus sont corrompues par un bruit blanc coloré ayant les mêmes caractéristiques décrites précédemment. La seule différence par rapport à l'approche décrite dans la section (4.7) est que nous avons introduit des incertitudes sur les paramètres cinétiques du modèle.

D'un point de vue modélisation des stations d'épuration des eaux usées, quelque soit les objectifs visés et les efforts consacrés, il est illusoire de vouloir reproduire intégralement la réalité sous forme d'équations mathématiques. Une représentation théorique d'un processus réel, éventuellement complexe, restera une application plus au moins précise, entachée inévitablement d'erreurs. La quantification des grandeurs incertaines est évidemment une opération périlleuse, souvent négligée. Bien qu'il soit impossible de connaître exactement les différentes perturbations inconnues susceptibles d'intervenir, il est toutefois possible, moyennant la disponibilité d'un minimum d'informations, d'esquisser une description qualitative de ces incertitudes. Par conséquent, les paramètres  $[K_{NO}, K_{O,H}, K_{O,A}, K_S]$  peuvent être adaptés en tenant compte de l'effet d'incertitude. Ici, on a choisi d'ajouter à chacun de ces paramètres une fonction de la forme :

$$\Delta(t) = A \sin(wt + \varphi)$$

Où  $A$  est l'amplitude de variation de ces paramètres par rapport à leur valeur nominale.  $A$  prend les valeurs suivantes  $[\mp 10\%, \mp 10\%, \mp 10\%, \mp 5\%]$ . La variable  $w$  est choisie de façon à obtenir 3 périodes tout au long du temps de simulation (14 jours).  $\varphi$  est fixé comme suit :  $[\frac{\pi}{3}, \pi, \frac{\pi}{3}, \pi]$ . Les perturbations simultanées mais asynchrones sont vraisemblablement bien plus importantes que ce qui peut apparaître dans la pratique.

#### b. Détection de défaut

Après la génération des résidus, la deuxième étape d'une procédure de FDI est la détection de défaut et l'évaluation des résidus. En absence d'incertitude et de perturbations, le résidu est supposé nul quand il n'y a pas de défaut. Toutefois, en pratique, cette situation idéale n'est jamais atteinte et le résidu s'écarte de zéro, même en absence de défaut.

L'évaluation des résidus se compose de deux étages : le choix de la méthode d'évaluation et la sélection du seuil. Selon [Frank et Ding, 1997], le choix de la méthode d'évaluation de résidus joue un rôle important dans la procédure de FDI, puisqu'elle influence sur les performances de la procédure de détection de défaut. Principalement il existe deux méthodes fondamentales pour l'évaluation des résidus. La première s'appuie sur les stratégies d'évaluation de la norme des résidus. Le premier travail basée sur l'évaluation de la norme de résidu a été développée par [Ema-

mi-Naeini et al., 1988]. Ils ont appliqué la moyenne quadratique (RMS) pour évaluer les résidus des systèmes dynamiques en présence d'incertitude de modélisation et des perturbations. Depuis, d'autres fonctions d'évaluation ont été proposées à savoir : la norme  $L_2$ , la valeur crête à crête, la valeur moyenne (voir section (2.2.3) chapitre 2). La deuxième approche d'évaluation se base sur des approches statistiques. Dans [Basseville et Nikiforov, 1993], les lecteurs peuvent trouver des méthodes plus complexes d'évaluation des résidus.

Une fois la fonction d'évaluation déterminée, un seuil peut être sélectionné. Un peu d'attention a été accordé au calcul de seuil pour les systèmes non linéaires [Seliger et Frank, 2000]. Une exigence majeure sur le choix de seuil est d'éviter les fausses alarmes.

Soit  $r_{ij}$  les résidus calculés à partir de la différence entre l' $i^{\text{ème}}$  sortie du système et l' $i^{\text{ème}}$  sortie estimée avec l'observateur  $j$

Pour détecter la présence ou non d'un défaut, une comparaison entre une fonction d'évaluation de résidu  $r_i(t) = J(r_{ij}(t), j = 1 \dots n)$  et un seuil fixe adaptatif est réalisé. D'une manière booléenne nous pouvons représenter le vecteur code de défaut de la façon suivante :

$$\begin{aligned} r_i(t) &= 0 \text{ pour } r_i(t) \leq T(t) \\ r_i(t) &= 1 \text{ pour } r_i(t) > T(t) \end{aligned}$$

L'ensemble de ces vecteurs forment une table de signature. Dans notre application,  $r_i(t) = J(r_{ij}(t), j = 1 \dots n)$  est choisi comme étant la norme 2 du vecteur des résidus, et une constante positive est utilisée pour  $T(t)$ .

#### *c. Isolation des défauts (ou localisation)*

Pour pouvoir localiser un défaut plusieurs résidus (ou vecteurs de résidus) sont souvent indispensables. Pour se faire, on construit une banque de  $m$  observateurs (dans notre cas  $m = 5$ ) nombre de capteurs et actionneurs à surveiller, figure (4.30).

#### *d. Résultats de simulation*

L'application d'un module de diagnostic à base d'observateurs dépend de l'observabilité du modèle ASM1 réduit. L'étude menée au chapitre précédent, montre que l'observabilité de ce modèle varie selon les conditions d'aération du réacteur.

- En condition de fonctionnement aérobie, le modèle est observable via la seule mesure de la concentration en oxygène dissous.
- En condition de fonctionnement anoxie, le système n'est plus observable, en raison de l'absence d'oxygène dissous dans le réacteur, on a besoin d'une mesure supplémentaire pour rendre le système observable. Cette mesure c'est la concentration en ammoniacque.
- En condition d'anaérobie, le système n'est pas observable.

Le travail de détection et localisation des défauts capteurs et actionneurs sera consacré aux deux modes de fonctionnement possibles dans le traitement par voie biologique : les opérations aérobie et anaérobie.

### d.1. cas de fonctionnement aérobie

Les performances de la méthode de détection et localisation de défaut proposée sont illustrées pour deux scenarios de défaut : défauts capteurs et défauts actionneurs.

#### Défauts capteurs $S_{NO}$ , $S_{NH}$ et $S_O$

Un défaut additif de 5% sur  $S_{NO}$ , de 5% sur  $S_{NH}$  et 10%  $S_O$  au temps  $t=2$  jours. Les figures (4.31), (4.32) et (4.33) représentent les différents résidus simulés. La ligne en rouge schématise le seuil qui est choisi comme étant une constante par rapport au bruit. Par exemple, nous remarquons que pour un défaut sur  $S_{NH}$  les résidus  $r_2$  et  $r_5$  sont affectés, alors que les résidus  $r_1$ ,  $r_3$  et  $r_4$  restent insensibles.

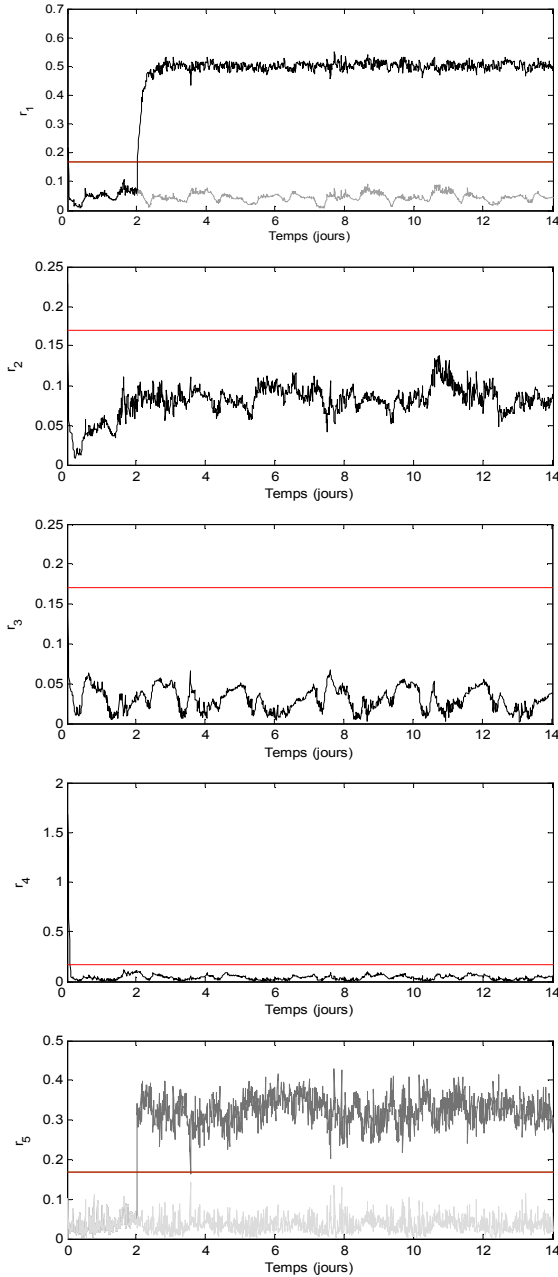


Figure 4.31. Résidus en présence d'un défaut sur le 1<sup>er</sup> capteur  $S_{NO}$  (condition aérobie)

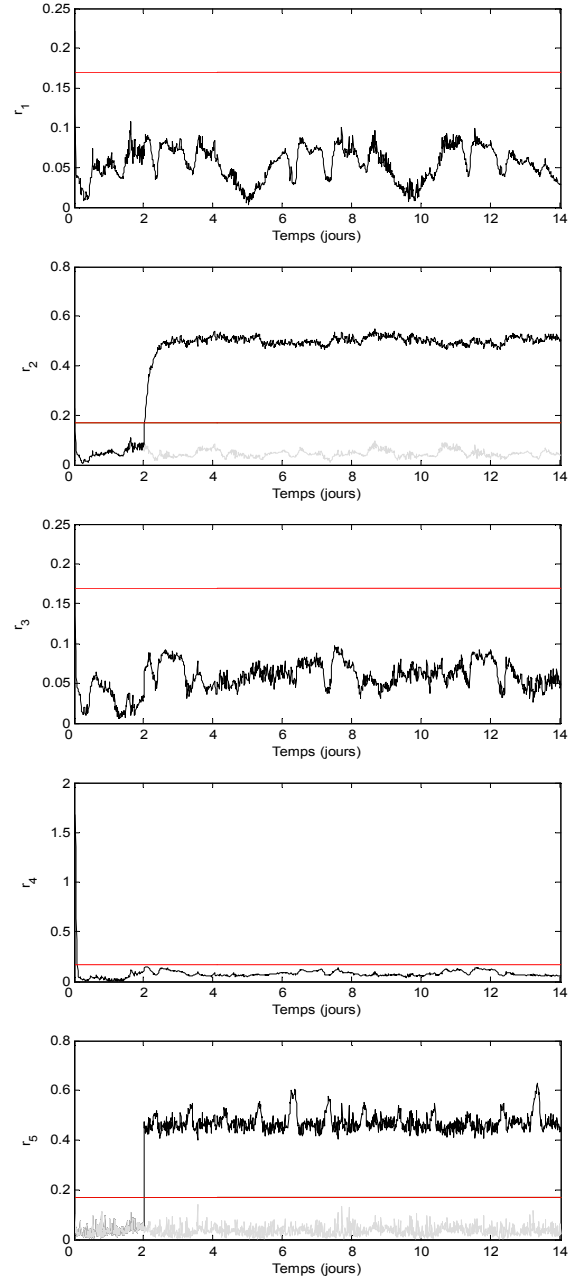


Figure 4.32. Résidus en présence d'un défaut sur le 2<sup>ème</sup> capteur  $S_{NH}$  (condition aérobie)

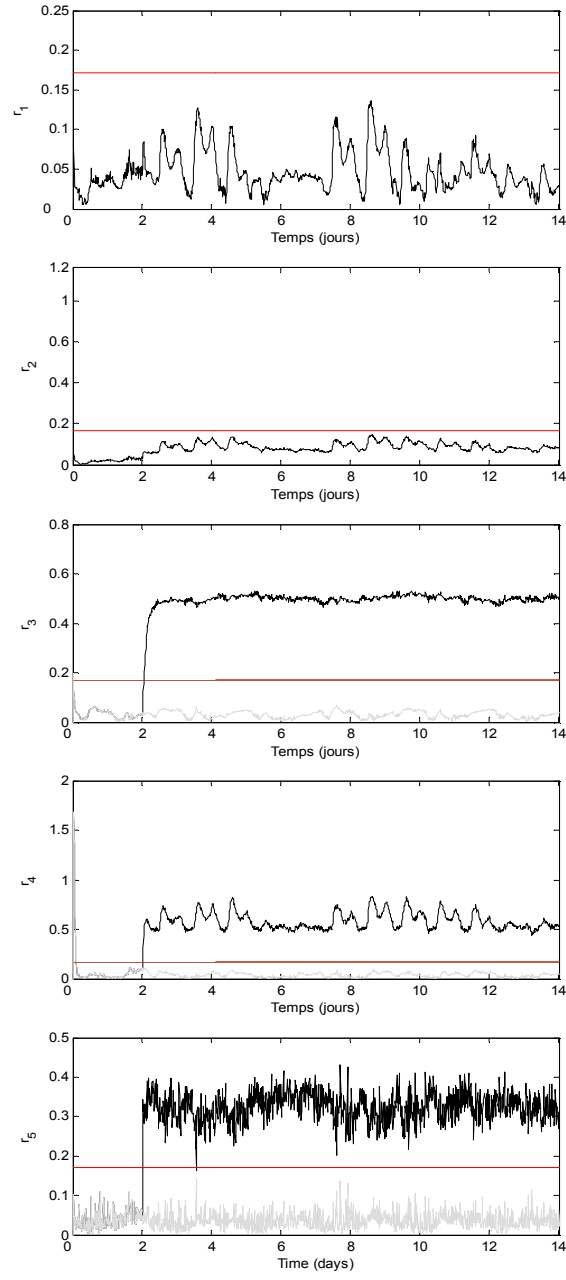
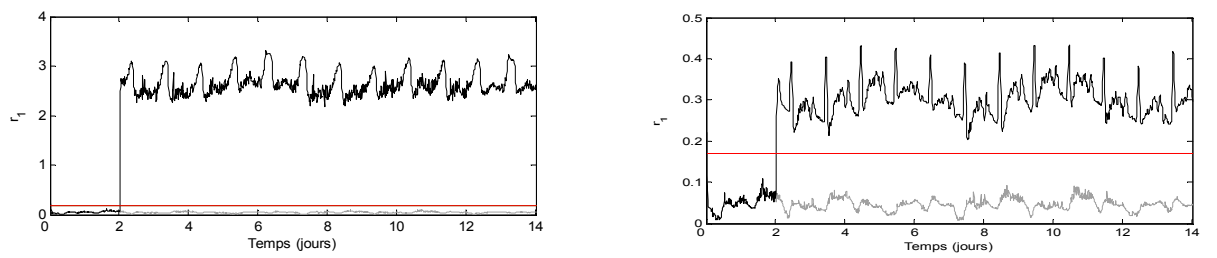


Figure 4.33. Résidus en présence d'un défaut sur le 3<sup>ème</sup> capteur  $S_O$  (condition aérobie)

Défaut actionneur  $u$  et  $Q^{in}$



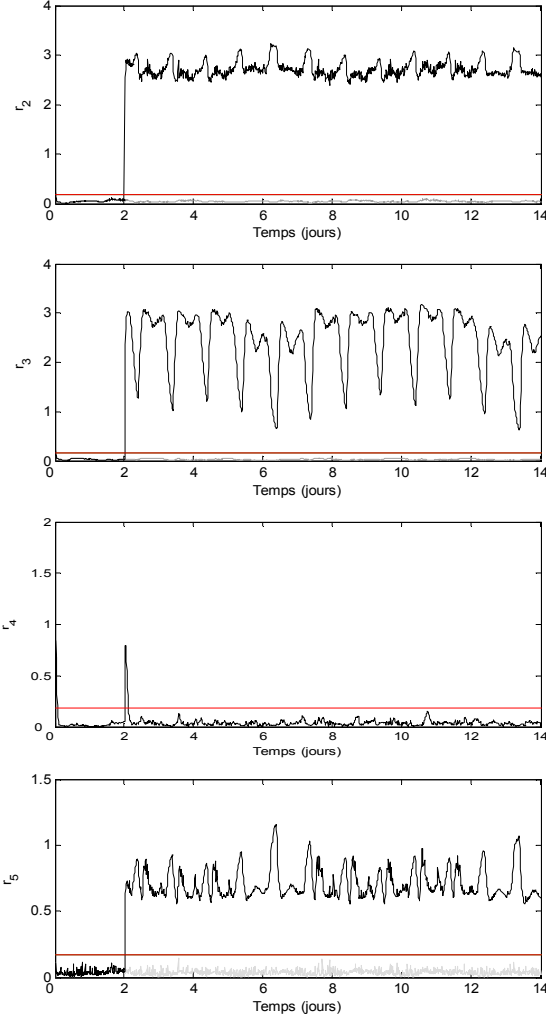


Figure 4.34. Résidus en présence d'un défaut sur le 1<sup>er</sup> actionneur  $u$  (condition aérobie)

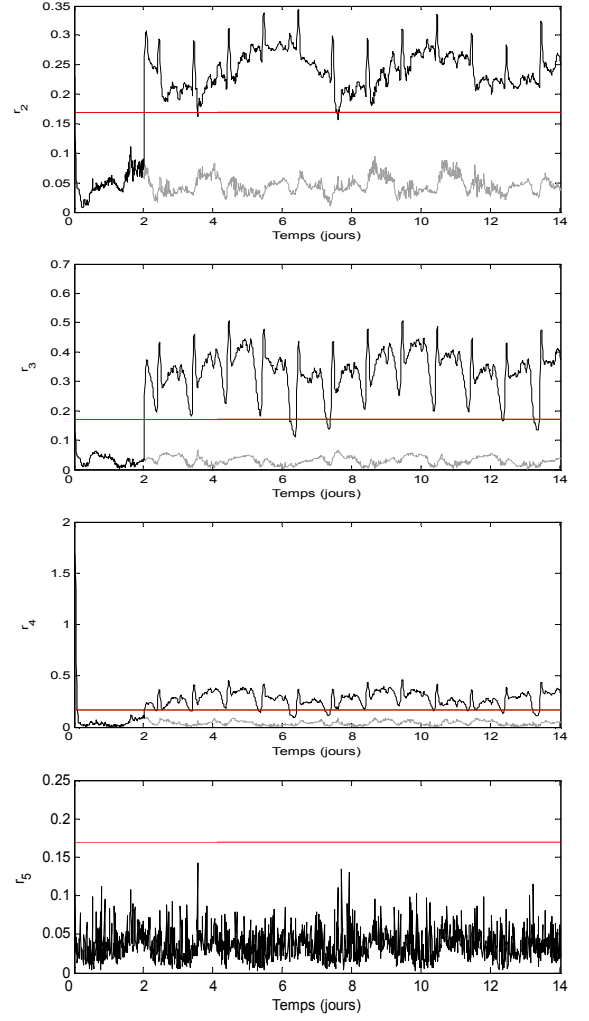


Figure 4.35. Résidus en présence d'un défaut sur le 2<sup>ème</sup> actionneur  $Q^{in}$  (condition aérobie)

Un défaut abrupt d'amplitude +10% sur  $Q^{in}$  et -50% sur  $u$  au temps  $t=2$  jours a été simulé également. Les résultats de simulation sont donnés par les figures (4.34) et (4.35). On peut voir sur la figure (4.35) que seul le résidu  $r_5$  reste insensible au défaut, alors que le reste des résidus  $r_1, r_2, r_3$  et  $r_4$  dépassent le seuil fixé pour indiquer la présence d'un défaut sur  $Q^{in}$ .

Le tableau de signature (tableau 4.1) résume les capacités de cette méthode de FDI, dans le cas d'un seul défaut de type additif, survenant éventuellement sur chaque actionneur ou capteur.

	1 <sup>er</sup> capteur $S_{NO}$	2 <sup>ème</sup> capteur $S_{NH}$	3 <sup>ème</sup> capteur $S_O$	1 <sup>er</sup> actionneur $u$	2 <sup>ème</sup> actionneur $Q^{in}$
$r_1$	1	0	0	1	1
$r_2$	0	1	0	1	1
$r_3$	0	0	1	1	1
$r_4$	0	0	1	0	1
$r_5$	1	1	1	1	0

Tableau 4.1. Table de signature

Les résidus affectés par le défaut sont représentés par « 1 » sur le table de signature, un « 0 » reflète le fait qu'un résidu est insensible à la présence de ce défaut. La table de signature est fortement localisante (voir chap.2 section 2.2.3).

Le temps de détection joue un grand rôle dans une approche de FDI : par exemple afin de gérer les commandes tolérantes aux défauts, il est important de détecter et isoler les défauts rapidement.

Défaut	Temps d'occurrence de défaut $t_0$	Amplitude	$\theta$ (grand-gain)	Temps de détection $t_d$
Capteur $S_{NO}$	$t_0 = 2$ jours	0.5	2	2.82
			6	2.11
			10	2.08
capteur $S_{NH}$	$t_0 = 2$ jours	0.5	2	2.73
			6	2.15
			10	2.05
Capteur $S_O$	$t_0 = 2$ jours	0.5	2	3.02
			6	2.18
			10	2.08
Actionneur $Q^{in}$	$t_0 = 2$ jours	$9 \times 10^3$	200	2.18
			400	2.10
			1000	2.02
Actionneur $u$	$t_0 = 2$ jours	0.5	20	2.19
			60	2.11
			100	2.02

Tableau 4.2. Temps de détection des défauts capteurs et actionneurs pour différents valeurs de grand gain  $\theta$ .

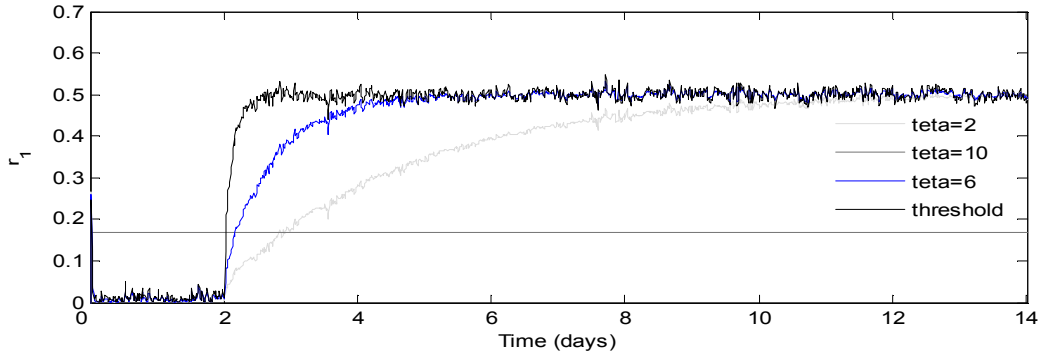


Figure 4.36. Résidus pour la localisation d'un défaut sur le 1<sup>er</sup> capteur  $S_{NO}$  pour différentes valeurs de  $\theta$ .

Comme le montre la figure (4.36), l'observateur à grand gain a la propriété de récupérer arbitrairement vite le défaut capteur sur  $S_{NO}$ . Il est clair aussi, d'après le tableau (4.2), qu'un gain élevé entraîne une amplification de bruit. Le choix de gain  $\theta$  doit donc satisfaire un compromis entre une détection rapide de défaut et une réduction du bruit de mesure.

### d.2. cas de fonctionnement anaérobie

Dans ce qui suit nous représentons les résultats de simulation dans le cas d'une commande qui varie entre  $u = 1$  et  $u = 0$  (figure 4.37).

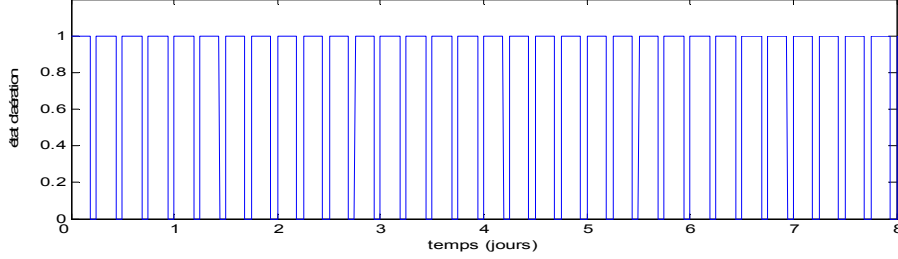


Figure 4.37. Etat d'aérateur.

Dans le cas où la commande  $u = 1$ , le système est observable donc nous pouvons appliquer le module de diagnostic proposé dans la section (4.8.2). Dans le cas contraire (commande  $u = 0$ ), le système n'est plus observable donc nous forçons les résidus à zéro (figure 4.38).

### Défauts capteurs $S_{NO}$ , $S_{NH}$ et $S_O$

Un défaut additif de 5% sur  $S_{NO}$ , de 5% sur  $S_{NH}$  et 10% sur  $S_O$  au temps  $t=2$  jours. Les figures (4.39), (4.40) et (4.41) représentent les différents résidus simulés.

Pour interpréter l'évolution des résidus, on considère seulement les intervalles de temps dans le cas où la commande est égale  $u = 1$  et on néglige ceux où le système est inobservable. Par exemple, nous remarquons que pour un défaut sur  $S_{NH}$  les résidus  $r_2$  et  $r_5$  sont affectés, alors que les résidus  $r_1$ ,  $r_3$  et  $r_4$  restent insensibles.

### Défaut actionneur $u$ et $Q^{in}$

Un défaut abrupt d'amplitude +10% sur  $Q^{in}$  et -50% sur  $u$  au temps  $t=2$  jours. Les résultats de simulation sont donnés par les figures (4.42) et (4.43). En utilisant la même méthode expliquée précédemment, on peut voir sur la figure (4.43) que seul le résidu  $r_5$  reste insensible au défaut, alors que le reste des résidus  $r_1, r_2, r_3$  et  $r_4$  dépassent le seuil fixé pour indiquer la présence d'un défaut sur  $Q^{in}$ .

Finalement, nous obtenons une table de signature identique à celle de fonctionnement aérobie. Ainsi, nous pouvons conclure que la méthode suivie pour dépasser le problème d'inobservabilité du modèle dans le cas du fonctionnement anaérobie permet de conduire à une table de signatures fortement localisante permettant de détecter l'origine d'un défaut.



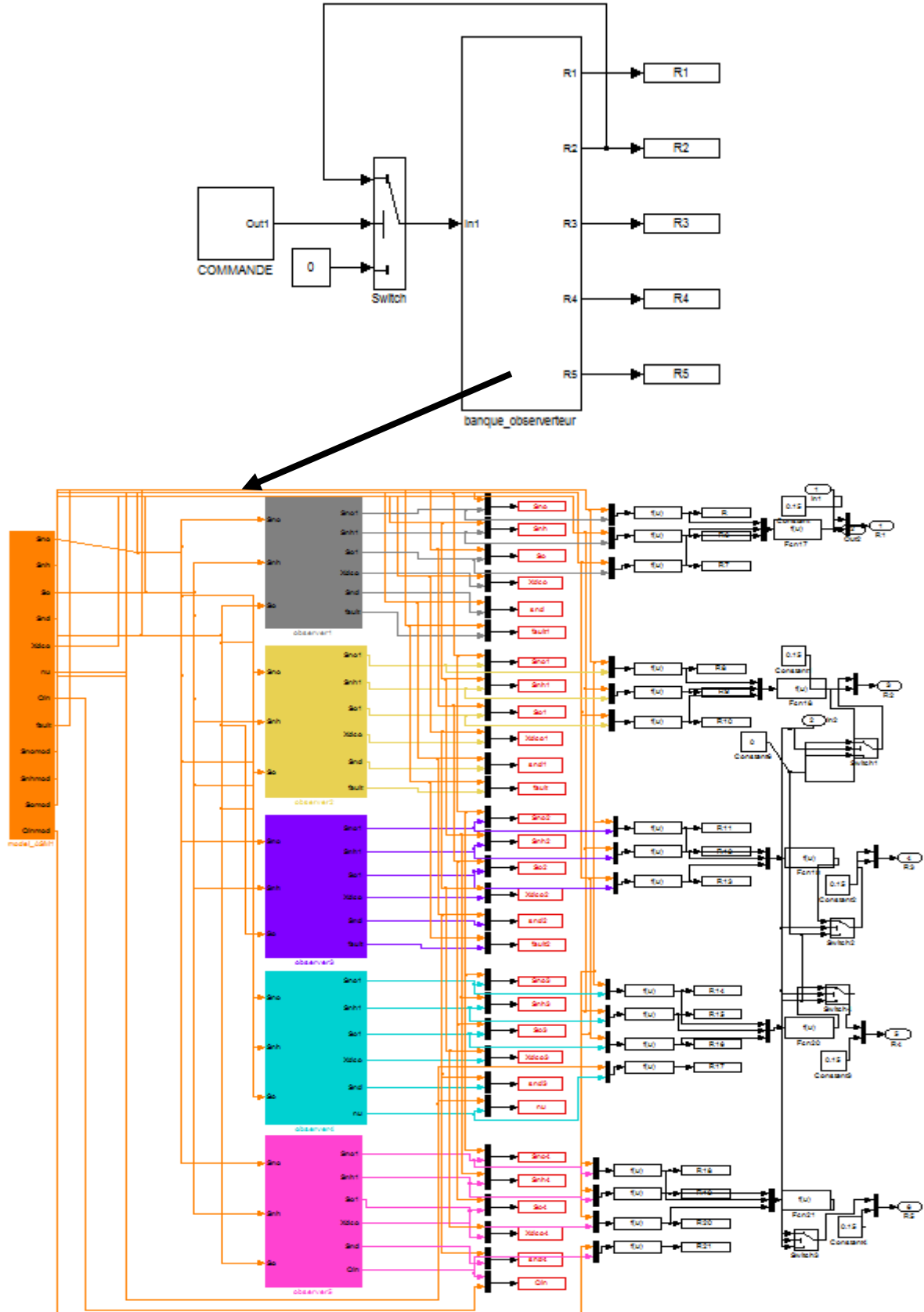


Figure 4.38. Diagramme Simulink de FDI dans le cas où la commande commute entre  $u = 1$  et  $u = 0$ .

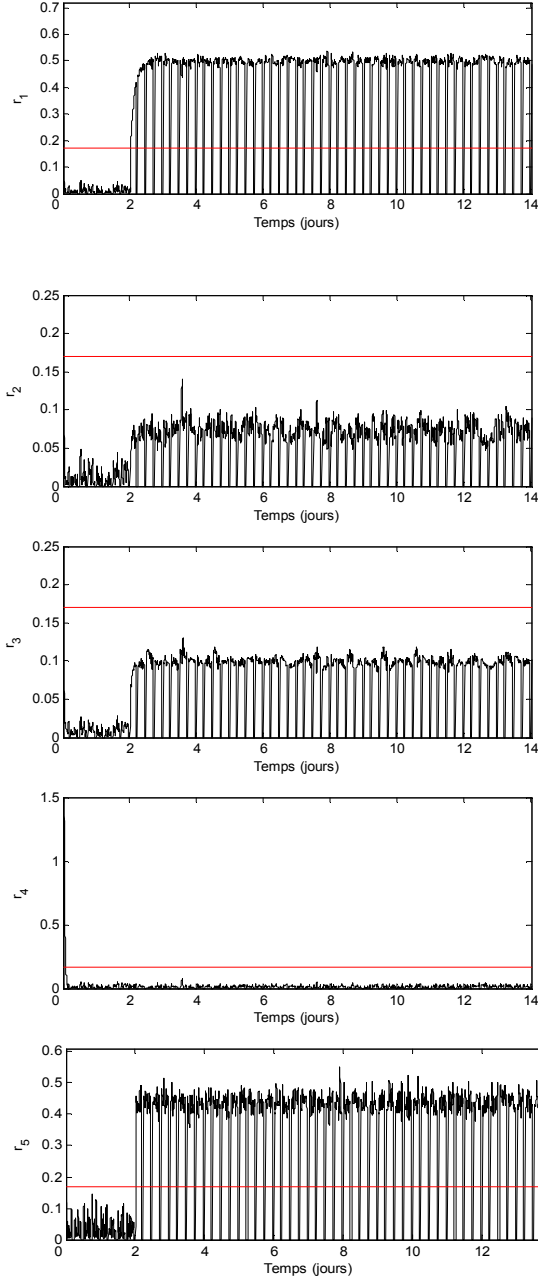


Figure 4.39. Résidus en présence d'un défaut sur le 1<sup>er</sup> capteur  $S_{NO}$  (condition anaérobie)

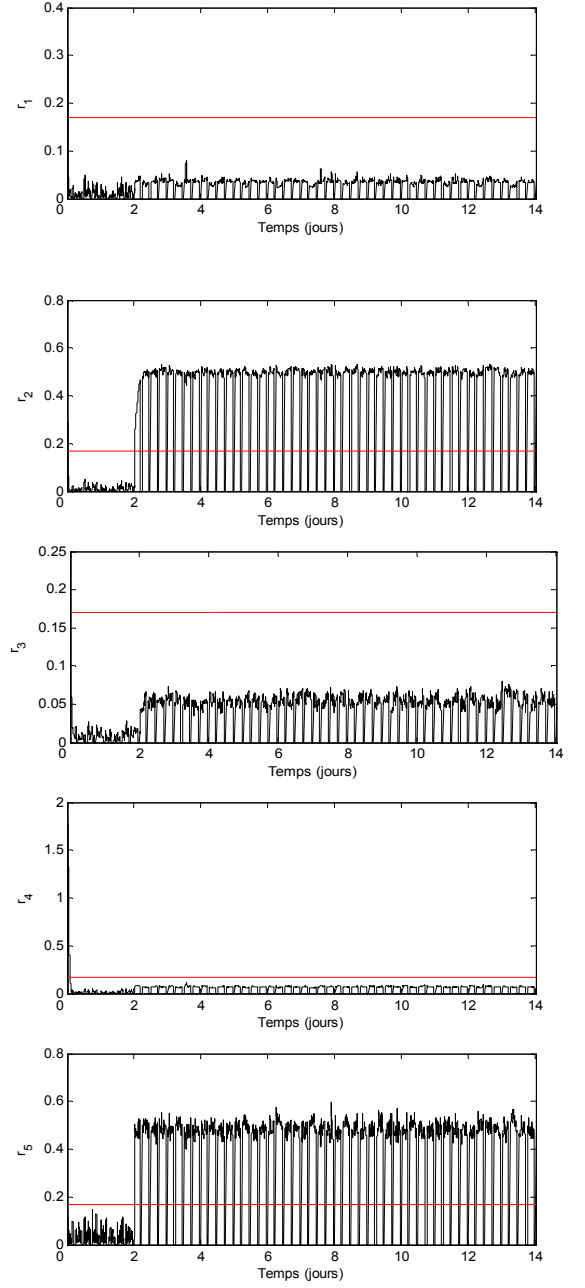
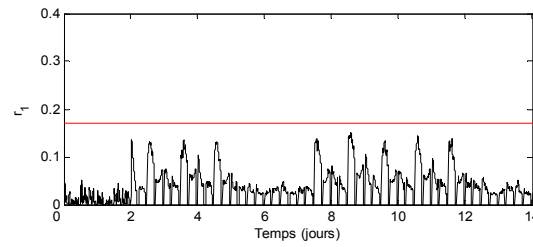


Figure 4.40. Résidus en présence d'un défaut sur le 2<sup>ème</sup> capteur  $S_{NH}$  (condition anaérobie)



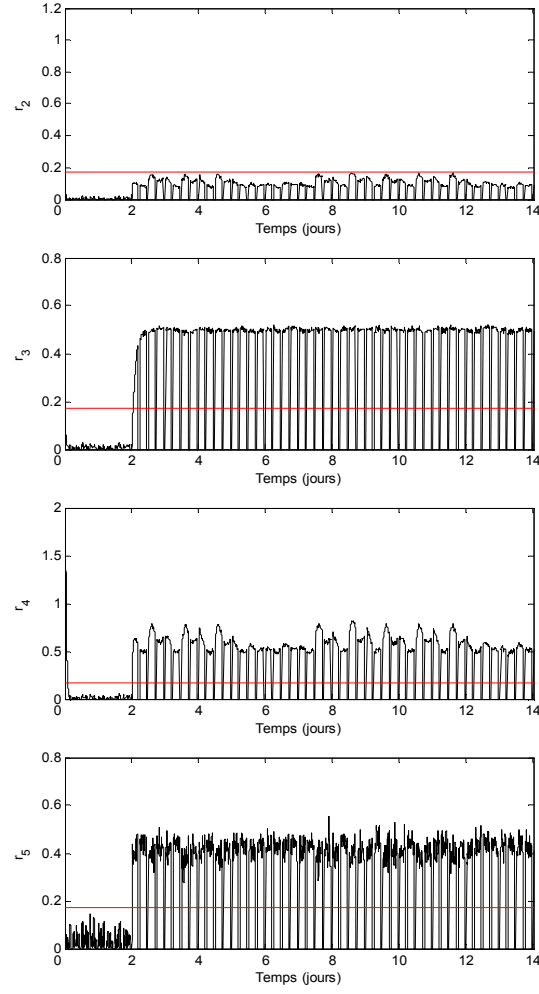
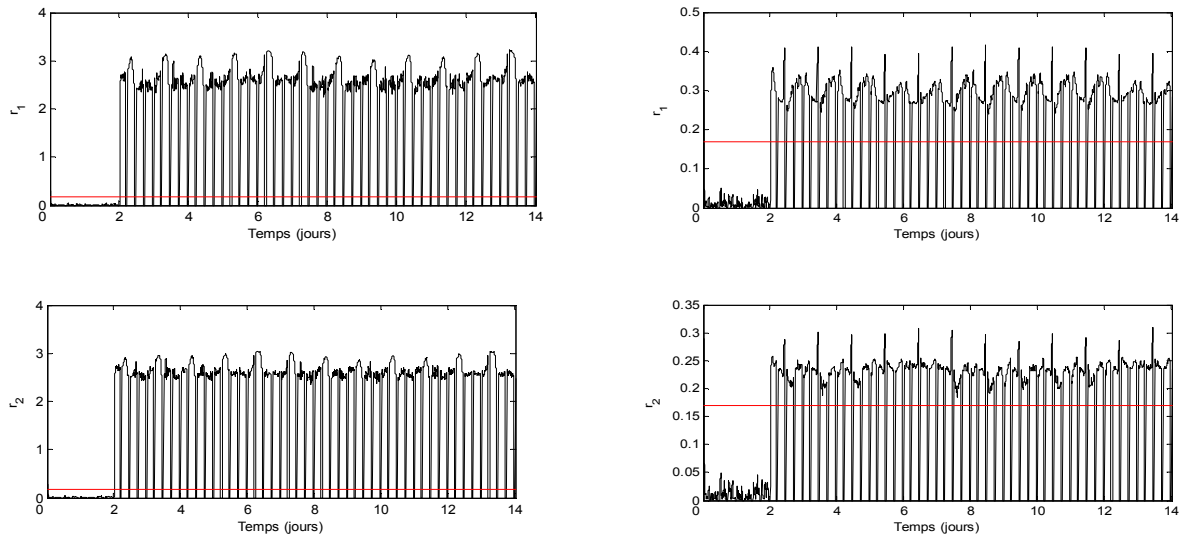


Figure 4.41. Résidus en présence d'un défaut sur le 3<sup>ème</sup> capteur  $S_o$  (condition anaérobie)



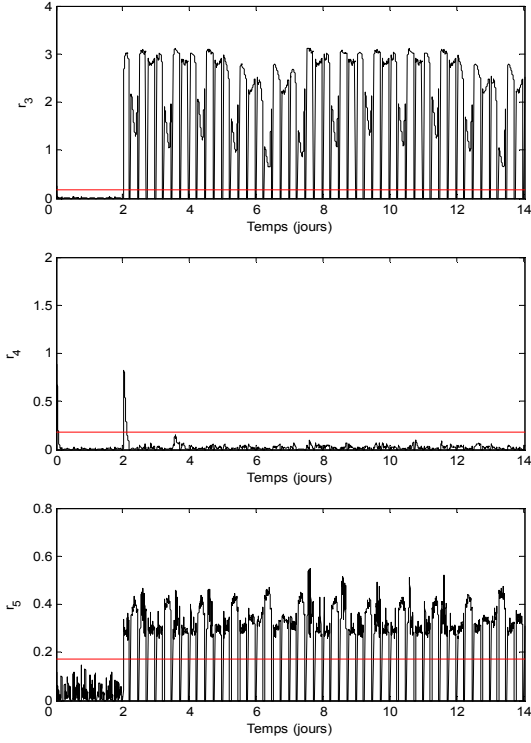


Figure 4.42. Résidus en présence d'un défaut sur le 1<sup>er</sup> actionneur  $u$  (condition anaérobie)

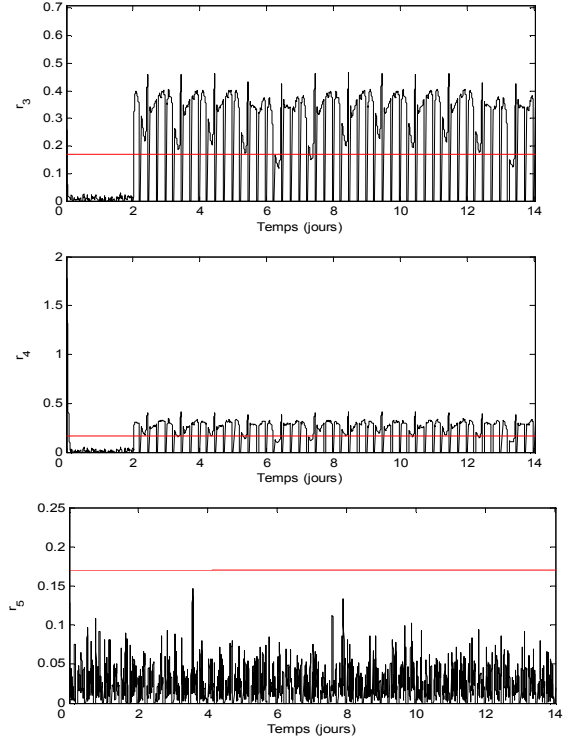


Figure 4.43. Résidus en présence d'un défaut sur le 2<sup>ème</sup> actionneur  $Q^{in}$  (condition anaérobie)

#### 4.10. Conclusion

Une méthode d'identification et de reconstruction des défauts pour une classe des systèmes non linéaires a été proposée dans la première partie de ce chapitre. Cette approche est basée sur la théorie d'observabilité des entrées inconnues. Les défauts capteurs et actionneurs sont considérés comme des entrées inconnues. Notre théorie, conduit naturellement à l'utilisation d'un observateur grand gain de Luenberger. Un modèle ASM1 réduit fournit l'étude du cas idéal. Les résultats de simulation sur une station d'épuration biologique montre l'efficacité de cette méthode et sa capacité à reconstruire les défauts avec une grande précision, même en présence de bruit.

Basée sur la théorie d'observabilité des entrées inconnues, la deuxième partie de ce chapitre est consacrée à la présentation d'une méthode de détection et d'isolation de défauts. Le schéma de FDI est basé sur une banque d'observateurs à grand gain de Luenberger. En mettant en œuvre cette banque d'observateurs, il est possible de calculer différents vecteurs résidus qui sont comparés par la suite à un certain seuil fixe et permettant ainsi de détecter l'existence ou non d'un défaut capteur ou actionneur et de localiser l'organe défectueux. L'implémentation de cette méthode de FDI au même modèle ASM1 réduit, en présence de bruit de mesures et d'incertitudes sur les paramètres cinétiques conduit à une table de signature fortement localisante.

# Conclusion générale

---

<b>5.1. Conclusion générale.....</b>	<b>141</b>
<b>5.2. Perspectives.....</b>	<b>143</b>

---

## 5.1. Conclusion générale

L'urbanisation et l'industrialisation de nos sociétés modernes, ainsi que les normes européennes de rejets de traitement des eaux usées qui deviennent de plus en plus strictes, imposent des traitements de la dépollution et exigent aujourd'hui des procédés de plus en plus performants. Nous avons tenté dans un premier temps de situer les problématiques posées et de les formaliser.

La première partie de ce manuscrit était consacrée à une mise en relief des principaux concepts de traitement des eaux usées par boues activées en abordant brièvement des thèmes comme la pollution, les différents étapes de traitement des eaux usées et les problèmes liés au manque d'instrumentation des stations. L'étape suivante consistait à représenter les modèles mathématiques qui transcrivent les processus qui interagissent dans le système. Un intérêt particulier a été accordé au modèle ASM1, ainsi qu'au modèle ASM1 réduit élaboré par (Chachuat et al., 2001). Cependant l'efficacité d'une conduite automatisée est non seulement étroitement liée à la pertinence de la description théorique et mathématique des phénomènes intervenant au cours de dégradations biologiques, mais dépend aussi de l'information disponible sur l'état du système et la sûreté de fonctionnement.

Ces deux points ont fait l'objet de notre étude.

- Un outil performant de l'automatique permet d'estimer le comportement dynamique de certaines variables indisponibles à la mesure.
- Le diagnostic de fonctionnement constitue un élément essentiel de toute procédure d'automatisation qui permet d'assurer la fiabilité et le bon fonctionnement du processus surveillé.

Le procédé de traitement des eaux usées à boues activées que nous avons considéré combine deux compartiments :

- Un bassin d'aération, siège des réactions biochimiques de dégradation des substrats polluants par des populations bactériennes.
- Un bassin de sédimentation, lieu de séparation des phases solides et liquides par décantation.

A ce procédé nous avons appliqué un observateur d'estimation d'états et une méthode de reconstruction et identification de défauts ainsi qu'une approche de détection et localisation des défauts capteurs et actionneurs.

Nous avons consacré une grande partie de deuxième chapitre pour établir un état de l'art sur les méthodes de diagnostic afin de justifier l'approche retenue. Ces méthodes se distinguent par le type de connaissances qu'elles exploitent. On peut les regrouper en deux grandes familles :

- Des méthodes nécessitant une connaissance approfondie de système physique ; ce sont des méthodes à base de modèles. Nous pouvons citer l'espace de parité, méthode à base d'observateur, méthode d'estimation paramétrique...
- Les méthodes qui ne nécessitent pas de connaissances accrues du système physique mais qui utilisent des connaissances basées sur les expériences passées. On distingue alors des méthodes quantitatives et qualitatives.

Une grande variété des méthodes de détection et localisation des défauts à base de modèles existe dans la littérature. Les méthodes à base d'observateurs non linéaires ont reçu un intérêt particulier ces dernières années. Cependant une rapide vue sur la littérature existante révèle que la tâche d'identification de défaut est rarement abordée puisque en général cette tâche est plus complexe que la détection et la localisation. En plus la majorité des travaux présentés s'intéresse particulièrement aux défauts composants. L'approche d'identification et de reconstruction de défauts peut être supposée comme une extension aux méthodes de détection et localisation de défauts standards. Elle offre les avantages suivant :

- La détection et la reconstruction des défauts intermittents et graduels (de faible pente) qui sont difficiles à être détectés
- La connaissance précise de la nature et des caractéristiques de défauts permet l'implémentation de schémas de commande tolérante aux défauts.

Motivés par ces avantages, nous avons proposé dans la dernière partie de ce manuscrit, une méthode d'identification et reconstruction de défaut à base d'observateurs à grand gain. La méthode proposée est issue de la théorie générale d'identification des défauts établie par [Busvelle et Gauthier, 2003; 2004; 2005]. En effet, plusieurs méthodes de diagnostic sont formalisées comme étant un problème d'observabilité à entrées inconnues. Après une analyse d'observabilité d'entrée inconnue (dans notre cas, un seul défaut), il est possible de concevoir un observateur grand gain de Luenberger pour identifier des défauts capteurs et actionneurs. Le modèle ASM1 réduit de la station d'épuration biologique constitue le cas idéal pour l'application de cette théorie (3 sorties-5 états). Les défauts capteurs et actionneurs identifiés et reconstruits avec une grande précision, même en présence de bruit, démontrent la pertinence de l'approche proposée.

En se basant sur cette méthodologie d'observabilité des entrées inconnues, une approche standard de détection et localisation de défaut est proposée. Le schéma de FDI est basé sur un nombre  $m$  d'observateurs grand gain de Luenberger. La mise en œuvre de schémas de FDI, permet une génération de  $m$  résidus. Ces derniers sont comparés à un certain seuil fixe. Une représentation d'un  $m$  vecteurs code de défaut de manière booléenne a été définie. L'ensemble de ces  $m$  vecteurs code de défaut forme une table de signature fortement localisante.

Avant d'aborder les problèmes de détection, isolation et identification des défauts évoqués ci-dessus, le premier point considéré dans cette thèse est l'application d'un filtre de Kalman étendu grand gain adaptatif à une station d'épuration biologique. Cet observateur a été développé par [Boizot et al 2010]. C'est une amélioration du filtre de Kalman étendu grand gain proposé par [Busvelle et Gauthier, 2002]. La nouveauté de cet observateur par rapport à l'observateur de base est la stratégie d'adaptation. Cette stratégie est composée de deux éléments principaux :

1. Calcul de l'innovation,
2. Le choix de l'équation d'adaptation.

En effet, d'un côté, bien que les observateurs à grand gain nous permettent de prouver la convergence de l'algorithme d'estimation dans un cas déterministe, ils se caractérisent par une grande sensibilité au bruit dans le cas stochastique. De l'autre côté, l'observateur de Kalman étendu ne présente aucune preuve de convergence (sauf locale). Ainsi, l'observateur appliqué commute entre deux configurations : une permet un lissage du bruit et l'autre permet de minimiser l'erreur d'estimation suite à une large variation des entrées (dans notre application c'est la variation de la concentration entrante  $X_{DCO}^{in}$  à cause des conditions climatiques).

N'oublions pas que le cadre général de notre étude est l'observabilité. Ainsi avant d'implémenter cet observateur adaptatif, un rappel de la théorie d'observabilité déterministe élaborée par Gauthier et Kupka [Gauthier et Kupka, 2001] a été présenté. Par la suite le filtre de Kalman étendu grand gain adaptatif a été appliqué au modèle ASM1 réduit d'une station d'épuration biologique.

Pour prouver la pertinence et les performances de cet observateur, nous avons mené une étude comparative entre les trois observateurs (FKE, OKE grand gain et filtre de Kalman étendu grand gain adaptatif), en présence d'une large variation de la concentration entrante  $X_{DCO}^{in}$  et en présence de mesures bruitées.

## 5.2. Perspectives

Dans la continuité de ce travail les perspectives sont nombreuses. Plusieurs points mériteront d'autres investigations plus poussées :

- La théorie d'observabilité des entrées inconnues traite seulement le cas d'un seul défaut. D'un point de vue théorique, il nous semble qu'il est maintenant nécessaire de compléter notre théorie dans le cas de défauts simultanées. Bien que cela soit assez clair sur la manière de procéder, la tâche n'est pas techniquement si évidente.
- L'utilisation d'autres méthodes existantes de reconstruction et d'identification des défauts et la comparaison avec les résultats obtenus dans cette thèse devront nous permettre une meilleure évaluation de ce travail.
- D'un point de vue pratique, nous commençons à appliquer la méthode à une station d'épuration biologique à boues activées. Comme d'habitude, c'est le début d'une longue histoire.
- Un point important à aborder concerne la mise au point d'une stratégie de commande en particulier la commande tolérante au défaut FTC. Comme la méthode développée isole les éléments défectueux assez rapidement, et reconstruit et identifie le graphe de défaut très précisément, elle peut nous donner des résultats de FTC intéressants.

- Une technique d'estimation non linéaire par un filtre de Kalman étendu grand gain adaptatif a été introduite mais d'autres investigations restent encore à faire, à savoir :
  - La prise en compte des incertitudes sur les dynamiques non linéaires des processus de traitement des eaux usées (cinétiques biologiques, vitesse de sédimentations...)
  - Dans cette thèse, nous avons pris en compte un bruit de mesure en ajoutant un bruit colorée (un processus d'Ornstein-Uhlenbeck) et nous avons vu que l'utilisation d'un observateur grand gain provoque une amplification du bruit. L'amélioration de cette estimation par l'utilisation d'un filtre pourrait nous donner des résultats plus précis.



# ANNEXES

# Annexe A. Eléments de mathématiques

Dans cette annexe, les notions les plus importantes concernant l'algèbre différentielle sont rappelées. Des développements plus approfondis pourront être trouvés dans les ouvrages (Isidori, 1995 ; Wonham, 1985). L'algèbre différentielle est utilisée pour l'étude de l'observabilité des systèmes non linéaires (chapitre 2 et chapitre 4).

## A.1. Quelques définitions générales

$A$  désigne un sous-ensemble ouvert de  $\mathbb{R}^n$  ( $A \subseteq \mathbb{R}^n$ ),  $f$  est une fonction définie de  $A$  sur  $\mathbb{R}$ . La valeur de  $f$  au point  $x = (x_1, x_2, \dots, x_n)$  sera notée  $f(x)$ .

### Définition a.1

Une fonction  $f$  est dite de classe  $C^\infty$  (ou simplement  $C^\infty$  ou encore lisse) si ses dérivées partielles par rapport à  $x_1, x_2, \dots, x_n$ , pour tout ordre existent.

### Définition a.2

Une fonction  $f$  est dite analytique si pour chaque point  $x^\circ \in A$  il existe un voisinage  $U$  de  $x^\circ$ , tel que le développement en série de Taylor de  $f$  en  $x^\circ$  converge vers  $f(x)$  pour tout  $x \in U$ .

### Définition a.3

Une application  $F: A \rightarrow \mathbb{R}^m$  est une collection (une famille) de fonctions  $f_i: A \rightarrow \mathbb{R}$ . Une application  $F$  sera dite de classe  $C^\infty$  si toutes les fonctions  $f_i$  qui la constituent sont de classe  $C^\infty$ . Considérons maintenant  $U \subseteq \mathbb{R}^n$  et  $V \subseteq \mathbb{R}^n$  deux ensembles ouverts et une application  $F: U \rightarrow V$ . La matrice jacobienne de l'application  $F$  au point  $x$  est la matrice de dimension  $n \times n$  définie de la manière suivante :

$$\frac{\partial F}{\partial x} = \begin{pmatrix} \frac{\partial f_1}{\partial x_1} & \dots & \frac{\partial f_1}{\partial x_n} \\ \vdots & \dots & \vdots \\ \frac{\partial f_n}{\partial x_1} & \dots & \frac{\partial f_n}{\partial x_n} \end{pmatrix} \quad (\text{A.1})$$

La valeur de  $\frac{\partial F}{\partial x}$  au point  $x = x^\circ$  est notée  $\left[\frac{\partial F}{\partial x}\right]_{x^\circ}$ .

### Définition a.4

Soit  $U \subseteq \mathbb{R}^n$  et  $V \subseteq \mathbb{R}^n$  deux ensembles ouverts. Une application  $F: U \rightarrow V$  est un difféomorphisme de classe  $C^\infty$  si les 3 conditions suivantes sont respectées :

- $F$  est bijective
- $F$  est de classe  $C^\infty$
- $F^{-1}$  est de classe  $C^\infty$

***Théorème a.1 (théorèmes des fonctions implicites)***

Soit  $A \subset \mathbb{R}^n$  et  $B \subset \mathbb{R}^n$  deux ensembles ouverts, une application  $F$  de classe  $C^\infty$  définie de  $A \times B$  sur  $\mathbb{R}^n$  et  $(x_1, \dots, x_n, y_1, \dots, y_n)$ , un élément de  $A \times B$

Supposons qu'il existe des points  $(x_0, y_0) \in A \times B$  tels que :

$$F(x_0, y_0) = 0$$

Supposons de plus que la matrice :

$$\frac{\partial F}{\partial y} = \begin{pmatrix} \frac{\partial f_1}{\partial y_1} & \cdots & \frac{\partial f_1}{\partial y_n} \\ \vdots & & \vdots \\ \frac{\partial f_n}{\partial y_1} & & \frac{\partial f_n}{\partial y_n} \end{pmatrix}$$

est non singulière en  $(x_0, y_0)$ . Alors il existe un voisinage ouvert  $A_0$  de  $x_0$  dans  $A$  et  $B_0$  de  $y_0$  dans  $B$  est une application unique  $G: A_0 \rightarrow B_0$  de classe  $C^\infty$  telle que :

$$F(x, G(x)) = 0$$

Pour tout  $x \in A_0$ .

**A.2. Quelques notions de topologie**

Dans cette section, quelques définitions classiques de topologie seront présentées de manière à pouvoir introduire les notions de variétés différentielles et les champs de vecteurs. Ces opérations sur les champs de vecteurs sont très largement utilisées pour l'étude d'observabilités des systèmes non linéaires.

**A.2.1. Généralités*****Définition a.5. Topologie***

Soit  $X$  un ensemble quelconque. Une topologie est une partie  $S(X)$  de  $P(X)$  (i.e. une famille de sous-ensembles de  $X$ ) vérifiant les conditions suivantes :

- i. l'ensemble vide  $\emptyset$  et  $X$  appartiennent à  $S(X)$
- ii. si  $Y$  et  $Z$  appartiennent à  $S(X)$  alors leur intersection  $X \cap Y$  appartient à  $S(X)$
- iii. si on considère une famille de sous-ensembles de  $X$  appartenant à  $S(X)$  alors la réunion de tous ces sous-ensembles appartiennent encore à  $S(X)$ .

***Définition a.6. Espace topologique***

On dit que  $X$  est un espace topologique si on a défini sur  $X$  une topologie, autrement dit, si on a donné un ensemble  $S(X)$  de sous-ensembles de  $X$  vérifiant les trois propriétés ci-dessus.

- i. l'ensemble vide  $\emptyset$  et  $X$  sont des ouverts
- ii. une intersection finie d'ouverts est un ouvert
- iii. une réunion quelconque d'ouverts est un ouvert.

**Définition a.7. Ouvert, fermé.**

Un élément de la topologie (i.e. un sous-ensemble de  $X$  appartenant à  $S(X)$ ) est appelé un ouvert de  $X$ .

Un sous-ensemble de  $X$  est dit fermé s'il est le complémentaire d'un ouvert de  $X$  i.e.  $G$  est un fermé de  $X$  signifie il existe  $A$  appartenant à  $S(X)$  tel que  $G$  soit formé des éléments de  $X$  n'appartenant pas à  $A$ .

**Définition a.8. Sous-ensemble dense**

Soit  $X$  un espace topologique et  $Y$  un sous-ensemble de  $X$ . On dit que  $Y$  est dense dans  $X$  (ou est un sous-ensemble dense de  $X$ ), si tout ouvert non vide de  $X$  contient au moins un point de  $Y$  i.e. aucun élément de  $S(X)$  n'est disjoint avec  $Y$ .

**Définition a. 9. Homéomorphisme.**

Une fonction bijective  $h$  définie d'un espace topologique  $X$  dans un espace topologique  $Y$  est un homéomorphisme si elle est continue et si sa réciproque  $h^{-1}$  est également continue.

**Définition a.10. Espace topologique séparé**

Soit  $X$  un espace topologique de topologie  $S(X)$ . On dit que  $X$  est séparé si pour tous éléments distincts  $x \in X$  et  $y \in X$ , il existe deux ouverts  $U$  et  $V$  d'intersection vide avec  $x \in U$  et  $y \in V$ .

Considérons l'espace  $\mathbb{R}^n$  qui est l'ensemble des suites ordonnées de  $n$  nombres réels  $(x_1, x_2, \dots, x_n)$ . Pour munir  $\mathbb{R}^n$  d'une structure topologique il suffit de définir les ouverts comme étant la réunion de pavés ouverts. Un pavé ouvert étant soit défini par  $a_i < x_i < b_i$  ( $i = 1, \dots, n$  et  $a_i$  et  $b_i$  deux nombres réels), soit l'ensemble vide.

Dans les espaces topologiques, les notions de voisinage et de continuité sont définies comme suit :

- un voisinage d'un point  $p$  d'un espace topologique  $E$  est tout sous-ensemble de  $E$  contenant un ouvert contenant  $p$ .
- Soient  $X_1$  et  $X_2$  deux espaces topologiques et  $F$  une application  $F: X_1 \rightarrow X_2$ . L'application  $F$  est dite continue en  $x \in X_1$  si pour tout voisinage  $V$  de  $F(x)$  il existe un voisinage  $U$  tel que  $F(U) \subset V$ .  $F$  est dite continue sur  $X_1$  si elle est continue en tout point de  $x \in X_1$ .
- Un espace topologique est dit séparé (ou Hausdorff) si deux points quelconques possèdent des voisinages disjoints.

**A.2.2. Variétés et champs de vecteurs****Définition a.11**

$M$  est une variété topologique si

- $M$  est un espace topologique séparé
- Pour tout  $p \in M$ , il existe un ouvert  $U$  de  $M$  contenant  $p$ , et un homéomorphisme  $\phi: U \rightarrow W \subset \mathbb{R}^n$  où  $W$  est un ouvert de  $\mathbb{R}^n$ .

Nous dirons que  $n$  est la dimension de  $M$ . Le couple  $(U, \phi)$  est une carte locale de  $M$ .

### Définition a.12

Soit  $N$  une variété de dimension  $n$  et  $C^\infty(p)$  l'ensemble de toutes les fonctions  $C^\infty$  du voisinage d'un point  $p$ . Un vecteur tangent  $v$  en  $p \in N$  est une application  $v : C^\infty(p) \rightarrow \mathbb{R}^n$  ayant les propriétés suivantes :

- règle de Leibniz :  $v(\lambda\gamma) = \gamma(p)v(\lambda) + \lambda(p)v(\gamma)$  pour tout  $\gamma, \lambda \in C^\infty(p)$
- linéarité :  $v(a\lambda + b\gamma) = av(\lambda) + bv(\gamma)$  pour tout  $a, b \in \mathbb{R}$  et  $\gamma, \lambda \in C^\infty(p)$

### Calculs sur les variétés

#### Définition a.13. Applications différentiables

Soient  $M$  et  $N$  deux variétés différentiables de dimension  $m$  et  $n$  resp.

Une application  $f : M \rightarrow N$  est dite différentiable (resp. de classe  $C^\infty$ ) si, pour toute carte locale  $(U, \phi)$  sur  $M$  et toute carte locale  $(V, \psi)$  sur  $N$ , l'application composée  $\psi \circ f \circ \phi^{-1} : \mathbb{R}^m \rightarrow \mathbb{R}^n$  est différentiable (resp. de classe  $C^\infty$ )

Le rang de la composée  $\psi \circ f \circ \phi^{-1}$  ne dépend pas des cartes locales considérées sur  $M$  et sur  $N$ . Le rang de  $f$  est alors défini comme étant le rang de la composée  $\psi \circ f \circ \phi^{-1}$ .

#### Définition a.14. Difféomorphisme

L'application  $f$  est appelée un difféomorphisme si  $\psi \circ f \circ \phi^{-1}$  est un difféomorphisme, pour toute carte locale  $(U, \phi)$  sur  $M$  et toute carte locale  $(V, \psi)$  sur  $N$ .

### Immersions, submersions, plongements

Soient  $M$  et  $N$  deux variétés différentiables de dimension  $m$  et  $n$  resp.

#### Définition a.15. Immersion

Une application différentiable  $f : M \rightarrow N$  est appelée une immersion si sa différentielle en tout point de  $M$  est de rang  $m$  (c'est-à-dire injective) ; ce qui implique  $m \leq n$ .

#### Définition a.16. Submersion

L'application  $f$  sera appelée une submersion si sa différentielle en tout point de  $M$  est de rang  $n$  (c'est-à-dire surjective) ; ce qui implique  $m \geq n$ .

#### Définition a.17. Plongement

On dira que  $f$  est un plongement si elle est une immersion injective réalisant un homéomorphisme de  $M$  sur  $f(M)$  (muni de la topologie induite par celle de  $N$ ).

#### Définition a.18

L'espace tangent à  $N$  en  $p$ , noté  $T_p N$ , est l'ensemble de tous les vecteurs tangents en  $p$ .

Soit  $N$  une variété de dimension  $n$ , un champ de vecteurs sur  $N$  est défini par :

**Définition a.19**

Un champ de vecteurs  $f$  sur  $N$  est une application assignant à chaque point  $p \in N$  un vecteur tangent  $f(p)$  dans  $T_p N$ .

**Définition a.20**

Un champ de vecteurs est dit lisse si pour chaque point  $p \in N$ , il existe une carte locale  $(U, \varphi)$  et  $n$  fonctions  $f_1, f_2, \dots, f_n$ , lisses à valeurs réelles définies sur  $U$  telles que pour tout  $q \in U$

$$f(q) = \sum_{i=1}^n f_i(q) \left( \frac{\partial}{\partial \varphi_i} \right)_q \quad (\text{A.2})$$

**Définition a.21**

Une courbe intégrale du champ de vecteurs  $f$  est une solution locale de l'équation différentielle  $\dot{x} = f(x)$

Les courbes intégrales de  $f$  existent et sont uniques si  $f$  est de classe  $C^k$  (c'est-à-dire localement lipschitzienne). Rappelons qu'une fonction  $f: \mathbb{R}^n \rightarrow \mathbb{R}^n$  est localement lipschitzienne si et seulement si

$$\forall U \subset \mathbb{R}^n, \forall x_1, x_2 \in U, \exists K : \|f(x_1) - f(x_2)\| \leq K \|x_1 - x_2\| \quad (\text{A.3})$$

L'équation différentielle  $\dot{x} = f(x)$  avec  $f$  localement lipschitzienne admet au voisinage de tout point  $x_0$  une courbe intégrale passant par  $x_0$  pour  $t = 0$ .

**Définition a.22**

La dérivée de Lie est la dérivée d'une fonction  $\lambda$  sur un champ de vecteurs  $f$ . Elle est notée  $L_f \lambda(x)$  et est définie par :

$$L_f \lambda(x) = \frac{\partial \lambda}{\partial x} f(x) = \sum_{i=1}^n \frac{\partial \lambda}{\partial x_i} f_i(x) \quad (\text{A.4})$$

pour chaque  $x \in U$ .

Il est possible de dériver la fonction  $\lambda(x)$  le long de plusieurs champs de vecteurs ou plusieurs fois le long d'un même champ de vecteurs. La dérivée de  $\lambda(x)$  le long d'un champ de vecteurs  $f$  et le long d'un champ de vecteurs  $g$  est défini par :

$$L_g L_f \lambda(x) = \frac{\partial (L_f \lambda)}{\partial x} g(x) \quad (\text{A.5})$$

**Définition a.23**

Le crochet (ou produit) de Lie de deux champs de vecteurs  $f$  et  $g$ , noté  $[f, g](x)$ , est défini par :

$$[f, g](x) = \frac{\partial g}{\partial x} f(x) - \frac{\partial f}{\partial x} g(x) \quad (\text{A.6})$$

Pour tout  $x$  de  $U$ .

Il est évidemment possible de répéter plusieurs fois l'opération du crochet de Lie d'un champ de vecteur  $g$  avec le même champ de vecteurs  $f$ :  $[f, [f, \dots [f, g]]](x)$ . Pour éviter cette notation relativement lourde, il est préférable d'utiliser l'opérateur  $ad_f^k g(x)$  qui est défini de manière récursive :

$$ad_f^k g(x) = [f, ad_f^{k-1} g(x)], \quad ad_f^0 g(x) = g(x) \quad (\text{A.7})$$

### A.3. géométrie différentielle

Les notations introduites dans cette section sont inspirées de celles utilisées par Isidori (1995).

L'image d'une application  $B$ , notée  $Im B = \mathcal{B}$  est l'espace vectoriel défini par :

$$Im B = \mathcal{B} = \{y \text{ tel que } y = Bx, \forall x \in \chi\} \quad (\text{A.8})$$

Le noyau d'une application  $C$ , noté  $ker C$  est l'espace vectoriel défini par :

$$ker C = \{x \text{ tel que } Cx = 0, \forall x \in \chi\} \quad (\text{A.9})$$

L'image d'un sous-espace vectoriel  $\mathcal{S}$  par une application  $A$  est notée  $A\mathcal{S}$ .

#### Définition a.24

Une application  $\varphi: \chi \rightarrow Y$  est :

- injective lorsque  $\varphi(v) = \varphi(u) \Rightarrow v = u$  ou de manière équivalente,  $ker \varphi = \{0\}$ .
- Surjective lorsque  $Im \varphi = \mathcal{Y}$

#### Définition a.25

Un sous-espace  $\mathcal{S} \subseteq \chi$  est dit  $A$ -invariant si  $A\mathcal{S} \subseteq \mathcal{S}$ .

Un champ de vecteurs lisses  $f$ , défini sur un ensemble ouvert  $U$  de  $\mathbb{R}^n$ , peut être interprété comme une application lisse qui assigne le vecteur  $f(x)$  de dimension  $n$  à chaque point  $x \in U$ . Supposons maintenant que nous ayons  $d$  champs de vecteurs lisses  $f_1, \dots, f_d(x)$  définissent un espace vectoriel. Ces espaces vectoriels dépendent de  $x$  et sont notés  $\Delta(x)$  :

$$\Delta(x) \triangleq span\{f_1(x), \dots, f_d(x)\} \quad (\text{A.10})$$

#### Définition a.26

Une distribution  $\Delta$  est définie comme étant l'ensemble de tous les espaces vectoriels  $\Delta(x)$  pour  $x \in U$ .

Si  $D$  est matrice ayant  $n$  lignes et  $d$  colonnes dont les éléments sont des fonctions lisses en  $x$  alors cette matrice identifie une distribution qui sera définie par l'espace engendré par ses colonnes en ce point. La valeur d'une telle distribution à un point  $x$  sera égale à l'image de la matrice :

$$\Delta(x) = Im(F(x)) \quad (\text{A.11})$$

**Définition a.27**

Une distribution  $\Delta$  est dite involutive si le crochet de Lie  $[f_1, f_2]$  de toute paire de champs de vecteurs  $f_1$  et  $f_2$  appartenant à  $\Delta$  appartient aussi à  $\Delta$ .

La notion de distribution peut être intuitivement perçue comme une extension de la notion d'espace. De la même manière, nous définissons une codistribution comme étant l'objet dual, défini dans  $(\mathbb{R}^n)^*$ , à la distribution, définie dans  $\mathbb{R}^n$ . En quelque sorte, la codistribution est une extension de la notion d'espace tangent.

Une codistribution  $\Omega$  peut être construite à partir d'une distribution  $\Delta$  (et inversement) en utilisant l'annulateur de  $\Delta$ . Un annulateur, noté  $\Delta^\perp$  est l'ensemble de tous les vecteurs orthogonaux aux vecteurs de  $\Delta(x)$ :

$$\Delta^\perp = \{w^* \subseteq (R^n)^* \text{ tel que } \langle w^*, v \rangle = 0 \text{ pour tout } v \in \Delta(x)\} \quad (\text{A.12})$$

Où  $\langle ., . \rangle$  est l'opérateur désignant le produit scalaire entre deux vecteurs.



# Annexe B. Modèle ASM1 complet et réduit

Dans la première partie de cette annexe, nous proposons une description détaillée du modèle ASM1 complet. Une spécification des simplifications qui ont été mené, afin d'obtenir un modèle réduit, font l'objet de la deuxième partie.

## B. 1. Les équations du modèle ASM1 complet

### Liste des variables du modèle complet

1)  $S_I$ ; 2)  $S_S$ ; 3)  $X_I$ ; 4)  $X_S$ ; 5)  $X_{B,H}$ ; 6)  $X_{B,A}$ ; 7)  $X_P$ ; 8)  $S_O$ ; 9)  $S_{NO}$ ; 10)  $S_{NH}$ ; 11)  $S_{ND}$ ; 12)  $X_{ND}$ ; 13)  $S_{ALK}$

### Liste des processus

$$\rho_1 = \mu_H \left( \frac{S_S}{K_S + S_S} \right) \left( \frac{S_O}{K_{O,H} + S_O} \right) X_{B,H} \quad (\text{B.1})$$

$$\rho_2 = \mu_H \left( \frac{S_S}{K_S + S_S} \right) \left( \frac{K_{O,H}}{K_{O,H} + S_O} \right) \left( \frac{S_{NO}}{K_{NO} + S_{NO}} \right) \eta_{NO,g} X_{B,H} \quad (\text{B.2})$$

$$\rho_3 = \mu_A \left( \frac{S_{NH}}{K_{NH,A} + S_{NH}} \right) \left( \frac{S_O}{K_{O,A} + S_O} \right) X_{B,A} \quad (\text{B.3})$$

$$\rho_4 = b_H X_{B,H} \quad (\text{B.4})$$

$$\rho_5 = b_A X_{B,A} \quad (\text{B.5})$$

$$\rho_6 = k_a S_{ND} X_{B,H} \quad (\text{B.6})$$

$$\rho_7 = k_h \left( \frac{X_S/X_{B,H}}{K_X + (X_S/X_{B,H})} \right) \left[ \left( \frac{S_O}{K_{O,H} + S_O} \right) + \eta_{NO,h} \left( \frac{K_{O,H}}{K_{O,H} + S_O} \right) \left( \frac{S_{NO}}{K_{NO} + S_{NO}} \right) \right] X_{B,H} \quad (\text{B.7})$$

$$\rho_8 = k_h \left( \frac{X_S/X_{B,H}}{K_X + (X_S/X_{B,H})} \right) \left[ \left( \frac{S_O}{K_{O,H} + S_O} \right) + \eta_{NO,h} \left( \frac{K_{O,H}}{K_{O,H} + S_O} \right) \left( \frac{S_{NO}}{K_{NO} + S_{NO}} \right) \right] X_{B,H} (X_{ND}/X_S) \quad (\text{B.8})$$

### Les taux de conversion

$$S_I(i=1); r_1 = 0 \quad (\text{B.9})$$

$$S_S(i=2); r_2 = -\frac{1}{Y_H} \rho_1 + \frac{1}{Y_H} \rho_2 + \rho_7 \quad (\text{B.10})$$

$$X_I(i=3); r_3 = 0 \quad (\text{B.11})$$

$$X_S(i=4); r_4 = (1 - f_{r_{XI}}) \rho_4 + (1 - f_{r_{XI}}) \rho_5 - \rho_7 \quad (\text{B.12})$$

$$X_{B,H}(i=5); r_5 = \rho_1 + \rho_2 - \rho_4 \quad (\text{B.13})$$

$$X_{B,A}(i = 6); r_6 = \rho_3 - \rho_5 \quad (\text{B.14})$$

$$X_P(i = 7); r_7 = f_{r_{XI}}\rho_4 + f_{r_{XI}}\rho_5 \quad (\text{B.15})$$

$$S_O(i = 8); r_8 = -\frac{1-Y_H}{Y_H}\rho_1 + \frac{4.57-Y_A}{Y_A}\rho_3 \quad (\text{B.16})$$

$$S_{NO}(i = 9); r_9 = -\frac{1-Y_H}{2.86Y_H}\rho_2 + \frac{1}{Y_A}\rho_3 \quad (\text{B.17})$$

$$S_{NH}(i = 10); r_{10} = -i_{NBM}\rho_1 - i_{NBM}\rho_2 - \left(i_{NBM} + \frac{1}{Y_A}\right)\rho_3 + \rho_6 \quad (\text{B.18})$$

$$S_{ND}(i = 11); r_{11} = -\rho_6 + \rho_8 \quad (\text{B.19})$$

$$X_{ND}(i = 12); r_{12} = (i_{NBM} - f_{r_{XI}}i_{NXI})\rho_4 + (i_{NBM} - f_{r_{XI}}i_{NXI})\rho_5 - \rho_8 \quad (\text{B.20})$$

$$S_{ALK}(i = 13); r_{13} = -\frac{i_{NBM}}{14}\rho_1 + \left(\frac{1-Y_H}{14 \times 2.86Y_H} - \frac{i_{NBM}}{14}\right)\rho_2 - \left(\frac{i_{NBM}}{14} + \frac{1}{7Y_A}\right)\rho_3 + \frac{1}{14}\rho_6 \quad (\text{B.21})$$

- $x$  désigne l'état du système,
- $Q$  est relatif aux différents débits,
- les exposants (où indice selon le cas) <sup>in</sup>, <sup>rec</sup>, et <sup>purg</sup> sont utilisés pour désigner les grandeurs respectivement associées à l'influent, au recyclage des boues, et à l'extraction.

Les équations du modèle ASM1 sont données par

$$\dot{x} = f(x) \quad (\text{B.22})$$

Avec  $f$  est comme suit :

Pour les composants solubles ( $i = 1, 2, 9, 10, 11, 13$ )

Les équations du modèle sont données par

$$f_i(x) = \frac{Q^{in}}{V}(x_i^{in} - x_i) + r_i(x) \quad (\text{B.23})$$

Pour les composants particulières ( $i = 3, 4, 5, 6, 7, 12$ )

$$f_i(x) = \frac{1}{V} \left[ Q^{in}(x_i^{in} - x_i) + Q^{rec} \frac{Q^{in} - Q^{purg}}{Q^{rec} + Q^{purg}} x_i \right] + r_i(x) \quad (\text{B.24})$$

Pour la concentration en oxygène dissous ( $i = 8$ )

$$f_i(x) = \frac{1}{V} Q^{in}(x_8^{in} - x_8) + r_8(x) + uk_L a(S_O^{max} - S_O) \quad (\text{B.25})$$

En détails les équations s'écrivent :

Pour les composants solubles ( $i = 1, 2, 9, 10, 11, 13$ )

$$\dot{S}_I = \frac{Q^{in}}{V}(S_I^{in} - x(1)) + r_1 \quad (\text{B.26})$$

$$\dot{S}_S = \frac{Q^{in}}{V}(S_S^{in} - x(2)) + r_2 \quad (\text{B.27})$$

$$\dot{S}_{NO} = \frac{Q^{in}}{V}(S_{NO}^{in} - x(9)) + r_9 \quad (\text{B.28})$$

$$\dot{S}_{NH} = \frac{Q^{in}}{V}(S_{NH}^{in} - x(10)) + r_{10} \quad (\text{B.29})$$

$$\dot{S}_{ND} = \frac{Q^{in}}{V} (S_{ND}^{in} - x(11)) + r_{11} \quad (\text{B.30})$$

$$\dot{S}_{ALK} = \frac{Q^{in}}{V} (S_{ALK}^{in} - x(12)) + r_{12} \quad (\text{B.31})$$

Pour les composants particulières ( $i = 3, 4, 5, 6, 7, 12$ )

$$\dot{X}_I = \frac{1}{V} \left[ Q^{in} (X_I^{in} - x(3)) + Q^{rec} \frac{Q^{in} - Q^{purg}}{Q^{rec} + Q^{purg}} x(3) \right] + r_3 \quad (\text{B.32})$$

$$\dot{X}_S = \frac{1}{V} \left[ Q^{in} (X_S^{in} - x(4)) + Q^{rec} \frac{Q^{in} - Q^{purg}}{Q^{rec} + Q^{purg}} x(4) \right] + r_4 \quad (\text{B.33})$$

$$\dot{X}_{B,H} = \frac{1}{V} \left[ Q^{in} (X_{B,H}^{in} - x(5)) + Q^{rec} \frac{Q^{in} - Q^{purg}}{Q^{in} + Q^{purg}} x(5) \right] + r_5 \quad (\text{B.34})$$

$$\dot{X}_{B,A} = \frac{1}{V} \left[ Q^{in} (X_{B,A}^{in} - x(6)) + Q^{rec} \frac{Q^{in} - Q^{purg}}{Q^{rec} + Q^{purg}} x(6) \right] + r_6 \quad (\text{B.35})$$

$$\dot{X}_P = \frac{1}{V} \left[ Q^{in} (X_P^{in} - x(7)) + Q^{rec} \frac{Q^{in} - Q^{purg}}{Q^{rec} + Q^{purg}} x(7) \right] + r_7 \quad (\text{B.36})$$

$$\dot{X}_{ND} = \frac{1}{V} \left[ Q^{in} (X_{ND}^{in} - x(12)) + Q^{rec} \frac{Q^{in} - Q^{purg}}{Q^{rec} + Q^{purg}} x(12) \right] + r_{12} \quad (\text{B.37})$$

Pour la concentration en oxygène dissous ( $i = 8$ )

$$\dot{S}_O = \frac{1}{V} Q^{in} (S_O^{in} - x_8) + r_8 + uk_L a (S_O^{max} - S_O) \quad (\text{B.38})$$

## B. 2. Le Modèle ASM1 réduit

L'utilisation de la simulation dynamique, basée sur le modèle ASM1, a montré son efficacité. Ce modèle rigoureux permet de mieux appréhender le comportement dynamique des stations d'épuration biologiques par boues activées. En contrepartie, le nombre de variables d'états et de paramètres qu'il comporte est important. Cette complexité est problématique dans certains domaines d'application, comme la commande et l'estimation, et l'utilisation de modèles plus simples, de faibles dimensions, est plus souvent nécessaire.

Dans cette thèse nous avons opté pour le modèle ASM1 réduit proposée par B. Chachuat (Chachuat et al., 2003). Les différentes étapes de simplification effectuées pour obtenir le modèle réduit sont les suivantes :

### Simplification classique

Deux simplifications classiques sont apportées au modèle original:

- L'alcalinité  $S_{ALK}$  est omise puisqu'elle n'intervient pas dans les dynamiques des autres variables du modèle ;
- les composés particuliers internes  $X_P$  ne sont pas distingués.

### Simplification des dynamiques lentes

En appliquant la théorie des perturbations singulières, une séparation entre les dynamiques lentes et rapides des procédés de traitement des eaux usées par boues activées est faite. Les résul-

tats obtenus indiquent clairement que les dynamiques des composés organiques particulaire inerte ( $X_I$ ) et des biomasses hétérotrophes ( $X_{B,H}$ ) sont nettement plus lentes que celles des autres composés du système, et ceci tout au long du cycle de fonctionnement. Ainsi, nous pouvons considérer que la concentration en composés organiques solubles inertes ( $S_I$ ) est omise des autres composés. Finalement, le nombre de variables d'état se réduit de 11 à 7.

On obtient ainsi le modèle suivant :

$$\dot{S}_S = \frac{Q^{in}}{V}(S_S^{in} - x(2)) + r_2 \quad (\text{B.39})$$

$$\dot{S}_{NO} = \frac{Q^{in}}{V}(S_{NO}^{in} - x(9)) + r_9 \quad (\text{B.40})$$

$$\dot{S}_{NH} = \frac{Q^{in}}{V}(S_{NH}^{in} - x(10)) + r_{10} \quad (\text{B.41})$$

$$\dot{S}_{ND} = \frac{Q^{in}}{V}(S_{ND}^{in} - x(11)) + r_{11} \quad (\text{B.42})$$

$$\dot{X}_S = \frac{1}{V} \left[ Q^{in}(X_S^{in} - x(4)) + Q^{rec} \frac{Q^{in} - Q^{purg}}{Q^{rec} + Q^{purg}} x(4) \right] + r_4 \quad (\text{B.43})$$

$$\dot{X}_{ND} = \frac{1}{V} \left[ Q^{in}(X_{ND}^{in} - x(12)) + Q^{rec} \frac{Q^{in} - Q^{purg}}{Q^{rec} + Q^{purg}} x(12) \right] + r_{12} \quad (\text{B.44})$$

$$\dot{S}_O = \frac{1}{V} Q^{in}(S_O^{in} - x_8) + r_8 + uk_L a(S_O^{max} - S_O) \quad (\text{B.45})$$

### Simplification des composés organiques

Pour représenter les composés organiques, 2 variables d'état sont utilisées dans le modèle ASM1 : les composés biodégradable soluble ( $S_S$ ), supposé directement assimilable par les micro-organismes, et particulaire ( $X_S$ ), qui doit être hydrolysé en composés solubles pour pouvoir être assimilés. Les variables d'états ( $S_S$ ) et ( $X_S$ ), vont être rassemblées sous une unique variables  $X_{DCO}$  telle que  $X_{DCO} = X_S + S_S$

Ainsi, la dynamique de ce nouveau composé s'obtient en sommant les dynamiques (B.43) et (B.39).

$$\dot{X}_{DCO} = \frac{Q^{in}}{V}(S_S^{in} + X_S^{in}) - \frac{Q^{in}}{V} S_S + \left( \frac{Q^{rec}}{V} \frac{Q^{in} - Q^{purg}}{Q^{rec} + Q^{purg}} - \frac{Q^{in}}{V} \right) X_S + r_4 + r_2 \quad (\text{B.46})$$

$D^{in} = \frac{Q^{in}}{V}$ ,  $D^{rec} = \frac{Q^{rec}}{V}$  et  $D^{purg} = \frac{Q^{purg}}{V}$  désignent respectivement les taux de dilution relatifs aux débits incident, de recyclage et d'extraction des boues. Ainsi l'équation (B.46) devient :

$$\dot{X}_{DCO} = D^{in} X_{DCO}^{in} - D^{in} S_S - D^{purg} \left( \frac{D^{in} + D^{rec}}{D^{rec} + D^{purg}} \right) X_S + r_4 + r_2 \quad (\text{B.47})$$

En remarquant que le taux de purge  $\tau^{purg} = \frac{D^{purg}}{D^{rec} + D^{purg}}$  est faible  $\tau^{purg} \ll 1$  et en définissant la fraction soluble des composés organiques par  $f_{SS} = \frac{X_{DCO}}{S_S} = \frac{K_S}{K_{DCO}}$ , on obtient finalement :

$$\dot{X}_{DCO} = D^{in} \left( X_{DCO}^{in} - \frac{K_S}{K_{DCO}} X_{DCO} \right) - \frac{1}{Y_H} (\rho_1 + \rho_2) + (1 - f_{r_{XI}}) (\rho_4 + \rho_5) \quad (\text{B.48})$$

On obtient ainsi les 6 équations suivantes :

$$\dot{S}_{NO} = \frac{Q^{in}}{V}(S_{NO}^{in} - x(9)) + r_9 \quad (\text{B.49})$$

$$\dot{S}_{NH} = \frac{Q^{in}}{V} (S_{NH}^{in} - x(10)) + r_{10} \quad (\text{B.50})$$

$$\dot{S}_{ND} = \frac{Q^{in}}{V} (S_{ND}^{in} - x(11)) + r_{11} \quad (\text{B.51})$$

$$\dot{X}_{ND} = \frac{1}{V} \left[ Q^{in} (X_{ND}^{in} - x(12)) + Q^{rec} \frac{Q^{in} - Q^{purg}}{Q^{rec} + Q^{purg}} x(12) \right] + r_{12} \quad (\text{B.52})$$

$$\dot{S}_O = \frac{1}{V} Q^{in} (S_O^{in} - x_8) + r_8 + uk_L a (S_O^{max} - S_O) \quad (\text{B.53})$$

$$\dot{X}_{DCO} = D^{in} \left( X_{DCO}^{in} - \frac{K_S}{K_{DCO}} X_{DCO} \right) - \frac{1}{Y_H} (\rho_1 + \rho_2) + (1 - f_{r_{XI}}) (\rho_4 + \rho_5) \quad (\text{B.54})$$

### Simplification des composés azotés

Pour représenter les composés azotés, quatre variables d'état sont utilisées :  $S_{NO}$ ,  $S_{NH}$ ,  $S_{ND}$  et  $X_{ND}$ . Les concentrations en azote ammoniacal  $S_{NH}$  et en nitrite/nitrates  $S_{NO}$ , s'avèrent indispensables dans l'expression du modèle réduit puisqu'elles constituent l'essentiel de rejets de l'azote et sont mesurables en ligne. En revanche, les deux fractions d'azote organique soluble  $S_{ND}$  et particulaire  $X_{ND}$ , dont le rôle est de décrire la formation interne de  $S_{NH}$  par les processus d'hydrolyse et d'ammonification, ne constituent qu'une faible partie de rejet d'azote. La simplification appliquée ici est de développer les dynamiques des composés  $S_{NH}$  et  $S_{ND}$  en simplifiant la cinétique d'ammonification  $\rho_6$ , de sorte qu'il ne soit plus nécessaire de décrire les mécanismes de formation interne d'ammoniaque :

$$\dot{S}_{NO} = \frac{Q^{in}}{V} (S_{NO}^{in} - S_{NO}) - \frac{1-Y_H}{2.86Y_H} \rho_2 + \frac{1}{Y_A} \rho_3 \quad (\text{B.55})$$

$$\dot{S}_{NH} = \frac{Q^{in}}{V} (S_{NH}^{in} - S_{NH}) - i_{NBM} \rho_1 - i_{NBM} \rho_2 - \left( i_{NBM} + \frac{1}{Y_A} \right) \rho_3 + \rho_6 \quad (\text{B.56})$$

$$\dot{S}_{ND} = \frac{Q^{in}}{V} (S_{ND}^{in} - S_{ND}) - \rho_6 + \rho_8 \quad (\text{B.57})$$

$$\dot{S}_O = \frac{Q^{in}}{V} (S_O^{in} - S_O) - \frac{1-Y_H}{Y_H} \rho_1 + \frac{4.57-Y_A}{Y_A} \rho_3 + uk_L a (S_O^{max} - S_O) \quad (\text{B.58})$$

$$\dot{X}_{DCO} = \frac{Q^{in}}{V} \left( X_{DCO}^{in} - \frac{K_S}{K_{DCO}} X_{DCO} \right) - \frac{1}{Y_H} (\rho_1 + \rho_2) + \theta_2 \quad (\text{B.59})$$

Avec

$$\rho_1 = \theta_1 \left( \frac{X_{DCO}}{K_{DCO} + X_{DCO}} \right) \left( \frac{S_O}{K_{O,H} + S_O} \right) \quad (\text{B.60})$$

$$\rho_2 = \theta_1 \eta_{NO,g} \left( \frac{X_{DCO}}{K_{DCO} + X_{DCO}} \right) \left( \frac{K_{O,H}}{K_{O,H} + S_O} \right) \left( \frac{S_{NO}}{K_{NO} + S_{NO}} \right) \quad (\text{B.61})$$

$$\rho_3 = Y_A \theta_3 \left( \frac{S_{NH}}{K_{NH} + S_{NH}} \right) \left( \frac{S_O}{K_{O,A} + S_O} \right) \quad (\text{B.62})$$

$$\rho_4 = b_H X_{B,H} \quad (\text{B.63})$$

$$\rho_5 = b_A X_{B,A} \quad (\text{B.64})$$

$$\rho_6 = \theta_4 S_{ND} \quad (\text{B.65})$$

$$\rho_7 = \theta_5 \left( \frac{X_{DCO}}{K_{DCO} + X_{DCO}} \right) \left[ \left( \frac{S_O}{K_{O,H} + S_O} \right) + \eta_{NO,h} \left( \frac{K_{O,H}}{K_{O,H} + S_O} \right) \left( \frac{S_{NO}}{K_{NO} + S_{NO}} \right) \right] \quad (\text{B.66})$$

Les constantes

$$\theta_1 = \mu_H X_{B,H} \tag{B.67}$$

$$\theta_2 = (1 - f_{r_{XI}}) (b_H X_{B,H} + b_A X_{B,A}) \tag{B.68}$$

$$\theta_3 = \frac{\mu_A}{Y_A} X_{B,A} \tag{B.69}$$

$$\theta_4 = k_a X_{B,H} \tag{B.70}$$

$$\theta_5 = k_h \frac{X_{ND}}{X_S} X_{B,H} \tag{B.71}$$

$$K_{DCO} = K_S \frac{X_{DCO}}{S_S} \tag{B.72}$$

$$K_{ND} = K_X \frac{X_{DCO}}{X_S} X_{B,H} \tag{B.73}$$

# Annexe C : la pollution des eaux

La vie de tous les êtres vivants sur la terre (micro-organismes, animaux, plantes et être humains) dépend étroitement de l'eau. Bien que le volume total de l'eau contenu sur la terre est estimé à 1.4 milliards de  $km^3$ , une estimation d'après le système mondial d'observation de cycle hydrologique (WHYCOS), montre que seulement 2.8 % du total des eaux sont des eaux douces. En Russie, le lac Baïkal renferme à lui seul 10.2 % du volume des eaux douces superficielles de la planète. Ceci signifie que l'eau représente l'une des ressources les plus mal réparties sur la planète.

En effet, cette faible quantité d'eau est devenue de plus en plus sollicitée à cause de la croissance démographique. L'industrialisation et l'urbanisation, par ailleurs, ont aggravé les problèmes de pollution. Le volume journalier des eaux usées produits dans la communauté européenne était de l'ordre de 40 millions de mètres-cube au début des années 90 [Lens et Verstraete, 1992] et ne cesse de s'accroître. Cette augmentation a entraîné à son tour l'accroissement des charges polluantes dans le milieu récepteur. Les écosystèmes naturels étaient largement asphyxiés au point que la vie aquatique était sérieusement menacée.

Afin de permettre au lecteur d'avoir une connaissance de l'étendue de ce grave problème, quelques aspects liés à la pollution (ses origines, classification des polluants, les mesures de la pollution...) feront l'objet de cet annexe.

## C.1. Les sources de pollution

La pollution se définit comme la présence dans l'eau d'agents physiques, biologiques ou chimiques, qui perturbent les écosystèmes aquatiques et la rendent impropres pour l'homme.

La pollution des eaux arrivant au niveau des stations d'épurations peut avoir des multiples origines :

- *La pollution domestique* : les rejets urbains regroupent les eaux « ménagères » (eaux de cuisine et de salle de bain) et les eaux des « vannes » (sanitaires). Ils peuvent être considérés comme la plus importante industrie en terme de masse matériaux bruts à traiter. En France, la consommation moyenne journalière par habitant est estimée à 150 litres en zone rurale et elle peut atteindre 250 litres en zone urbaine.
- *La pollution industrielle* : elle représente 10% de rejets arrivant aux stations d'épuration. Ce type de pollution peut avoir un effet toxique sur les organismes vivants (métaux, pesticides, radioactivités...).
- *La pollution agricole* : le problème de pollution agricole est du essentiellement aux cultures (pesticides et engrais) et déjections d'élevage (lisiers et purins).

- *La pollution d'origine naturelle* : c'est la pollution causée par d'autres agents autre que l'homme à savoir (ruissellement des eaux de pluie, contact de l'eau avec des gaz, des papiers, des débris...).

## C.2. Classification des polluants

Diverses classifications des polluants sont représentées dans la littérature :

La première classification consiste à répertorier les polluants en fonction de leur taille (tableau C.1).

Classification	Diamètre des particules ( $\mu m$ )	caractéristique	Exemple de composé
Soluble	< 0.08		Carbohydrates simples, acides aminés, acides gras volatils, protéines, polysaccharides (amidon, cellulose), ...
Colloïdale	0.08 – 1	Limite entre phase solide et soluble	Graisses, bactéries libres, débris cellulaires, ...
Supra-colloïdale	1 – 100	Matières fines en suspension, visibles à l'œil nu ; Contribue à la turbidité de l'eau	Fibres cellulosiques, agrégats lipidiques, floccs bactériens, macroprotéines,...
Particulaire	> 100	Composés grossiers	

Tableau C.1. Classification des composés de l'effluent suivant leur taille (Source : [Sperandio, 1998]).

La deuxième classification proposée par [Ekma et al., 1986 ; Perrier et Dochain, 1993], est basée sur le pouvoir de dégradation des déchets polluants. On distingue deux catégories principales :

- **Matières biodégradables** : elles sont soumises à plusieurs processus biochimiques de conversion par les micro-organismes. Cette fraction biodégradable peut être regroupée en deux classes :
  - **Matières aisément dégradables** : ce sont des composés solubles qui ont la caractéristique d'être directement assimilés par les microorganismes [Mamais et al., 1993].
  - **Matières lentement dégradables** : ces composés sont un mélange des substances organiques, colloïdales, solubles et solides. Afin d'être absorbées par les microorganismes, elles sont soumises à des processus intermédiaires [Kappeler et Gujer, 1992].



- ***Matières non-biodégradables*** : ce sont les substances qui ne subissent aucun phénomène biologique de transformation [Orhon et al., 1989]. On peut citer comme exemple les métaux lourds ou les composés issus des phénomènes de mortalité des micro-organismes.

La troisième classification dépend de la structure chimique. On distingue deux catégories principales :

- ***Matières organiques*** : elles caractérisent les composés qui possèdent au moins un atome de carbone. Ils fournissent l'énergie nécessaire pour la croissance des micro-organismes.
- ***Matières inorganiques*** : elles ne contiennent pas de carbone. L'azote ammoniacal, les nitrates, les nitrites sont les principales matières inorganiques présentes dans les eaux résiduaires.

### C.3. Les mesures globales de la pollution

D'après la section précédente, l'effluent est un liquide de composition hétérogène, chargé des matières organiques ou minérales, solubles ou en suspension. L'élaboration et la définition de ces paramètres qualitatifs de pollution ont conduit à élaborer les mesures globales de la pollution :

- ***Demande chimique en oxygène*** : c'est une procédure utilisée afin d'estimer la charge organique des eaux polluées. On désigne par  $DCO_p$  la mesure des composés organiques particuliers,  $DCO_s$  la mesure des composés organiques solubles et  $DCO$  l'ensemble de ces deux derniers composés.
- ***Demande biochimique en oxygène (DBO)*** : c'est une mesure de la pollution organique. Elle quantifie la consommation de l'oxygène (en  $mg\ O_2/l$ ) résultant de la métabolisation de la pollution organique par la biomasse. La  $DBO$  est souvent mesurée après 5 jours, la notation utilisée dans ce cas est généralement  $(DBO_5)$ .
- ***Demande théorique en oxygène (DThO)*** : c'est la valeur de l'oxygène utilisée dans l'oxydation complète des matières organiques et elle peut être calculée théoriquement, si la formule chimique de la substance organique est connue.
- ***Azote global (NGL)*** : c'est l'azote total (exprimé en  $mg\ N/l$ ) qui est la somme de l'azote Kjeldahl (azote organique et minéral), et des nitrates et nitrites (les formes minérales oxydées de l'azote).
- ***Les matières en suspension (MES)*** : cette fraction représente les matières solides organiques ou minérales.
- ***Matières volatile sèches (MVS)*** : c'est la partie organique des MES.

# Annexe D. Terminologie

En parcourant la littérature, on se rend compte immédiatement que la terminologie dans le domaine du diagnostic n'est pas cohérente. De nombreuses définitions d'un même mot sont trouvées. On peut citer par exemple le terme diagnostic, qui présente plusieurs définitions, différentes selon le domaine d'application considérée:

- En finance, le diagnostic est un outil d'analyse dynamique permettant l'élaboration de divers documents d'anticipation des besoins de financement futurs de l'association, de l'établissement ou du service.
- En médecine le diagnostic désigne la démarche suivie pour déterminer l'infection. Il repose sur la recherche des causes et des symptômes de l'infection.
- En automatique, le diagnostic est un système d'aide à la décision qui permet de localiser les composants ou les organes défectueux d'un système et éventuellement de déterminer ses causes.

Cette incohérence rend les tâches de comparaison des différentes approches, ainsi que la précision de contribution et des objectifs des travaux dans ce domaine difficile à cerner. Afin d'enlever ces ambiguïtés, le comité technique SAFPROCESS de l'IFAC (International Federation of Automatic Control), ont discuté de ce problème et ils ont essayé de standardiser ces définitions. Dans ce contexte, il nous semble primordial de rappeler la terminologie utilisée dans ce rapport. Ces définitions reposent sur les travaux du comité technique de SAFPROCESS [Zwingelstein, 1995 ; Isermann et Balle, 1997 ; Isermann et Phalle, 2000].

- *un défaut (fault)*: c'est une dérive inadmissible d'au moins une propriété caractéristique ou d'une variable ou d'un écart du comportement du système par rapport à son comportement standard (habituel) acceptable. Il n'entraîne pas un dysfonctionnement du système mais laisse envisager une probable défaillance.
- *une défaillance (failure)*: elle peut être une conséquence d'un défaut. C'est une altération ou interruption avérée des performances d'une des fonctionnalités d'un appareil.
- *une panne (break-down)*: elle représente les conséquences d'une défaillance dans la réalisation d'un fonctionnement nominal d'un processus. En d'autres termes, c'est un état de non fonctionnement ou dysfonctionnement, matériel ou logiciel au sens où une unité est incapable d'accomplir une fonction requise, à la suite d'une défaillance. Une panne peut être considérée comme permanente ou intermittente:
  - une panne permanente: c'est un mauvais fonctionnement d'un composant qui doit être changé ou réparé. Elle peut être la conséquence du changement progressif des caractéristiques d'un composant, comme le vieillissement par exemple, ou un changement brutal comme une casse matériel.
  - Une panne intermittente: elle peut permettre un retour du procédé dans sa dynamique de fonctionnement. Ces pannes entraînent très souvent une panne permanente suite à une dégradation progressive des performances du système.

- *une dégradation*: c'est une baisse des performances d'une des fonctionnalités d'un appareil.
- *un pronostic*: prévision de l'évolution des défauts et de leurs conséquences.
- *le mode de fonctionnement*: c'est un terme utilisé pour décrire les différentes situations de fonctionnement d'un processus. On distingue trois modes de fonctionnement normal, dégradé et défaillant:
  - le mode de fonctionnement est normal, lorsque le système accomplit ses fonctions sans diminution de ses performances.
  - le mode de fonctionnement est dégradé si le système accomplit partiellement ses fonctions ou que ses performances sont amoindries.
  - le mode de fonctionnement est défaillant lorsque le système n'est plus apte à accomplir ses fonctions ou que ses performances sont fortement amoindries.
- *la surveillance*: elle consiste en la détermination de l'état du système et en l'indication des anomalies du comportement.
- *le diagnostic*: c'est la détermination de type, de la taille, de la localisation et de l'instant de l'occurrence d'un défaut à l'aide d'un raisonnement logique basé sur les symptômes et les observations du système.
- *détection d'un défaut*: la détection consiste à décider si le système est en fonctionnement normal ou non.
- *localisation de défaut*: la localisation consiste à déterminer les causes fonctionnelles ou physiques d'un défaut, en s'appuyant sur les symptômes révélés lors de la phase de détection.
- *l'identification de défaut*: c'est la dernière phase de la procédure de diagnostic; elle permet de déterminer l'amplitude et l'évolution probable au cours du temps du défaut.
- *le résidu*: c'est l'indicateur de présence ou non d'un défaut. C'est la différence entre le comportement du système observé et le comportement attendu à l'aide d'un modèle de référence.
- *tolérance aux fautes*: c'est le fait que le système continue à accomplir les missions souhaitées, ou dans le cas échéant d'atteindre des nouveaux objectifs afin d'éviter des trajectoires catastrophiques, même en présence d'un ou plusieurs défauts. Elle s'appuie sur deux approches la configuration et l'accommodation:
  - *la reconfiguration*: c'est la fonction consistant à changer la commande du système ou les dispositions matérielles du système, de telle sorte que les composants non-défaillants permettent de délivrer un service acceptable.
  - *l'accommodation*: c'est la reconfiguration du système sans remettre en cause ses objectifs ou sa structure. Elle consiste à corriger ou d'annuler les effets d'un défaut soit par une procédure de reprise soit par compensation des erreurs.
- *la reprise*: elle consiste à trouver le remède de la panne (exemple: remplacement de l'élément défaillant).
- *la maintenance*: consiste à remplacer ou réparer les équipements usagers ou défaillants. Deux types de maintenance peuvent se présenter:

- *maintenance préventive*: elle peut être systématique ou conditionnelle (elle intervient lors de la prédiction d'une future défaillance du système physique).
- *maintenance corrective*: elle est effectuée après la défaillance. Elle est soit palliative (une solution de secours provisoire permettant au composant défaillant d'assurer au moins une partie de ses fonctionnalités), soit curative (elle correspond à un remplacement du composant défectueux, ainsi une remise à l'état initial du système).

## Références bibliographiques

- Adjallah, K., Kratz, F., Maquin, D. Fault detection in nonlinear systems, *International Conference on Systems, Man and Cybernetics*, 1993.
- Adjallah, K., Maquin, D., Ragot, J. Non-linear observer-based fault detection. In *Proceedings of the Third IEEE Conference on Control Applications*, pages 1115-1120, Glasgow, UK, 1994.
- Aeyels, D. On the number of samples necessary to achieve observability. *Systems & Control Letters*, volume 1, number 2, pages: 92-94, 1981.
- Ahrens, J. H., Khalil, H. K. High-gain observers in the presence of measurement noise: A switched-gain approach. *Automatica*, 45:936-943, 2009.
- Alamir, M. *Nonlinear Observers and Applications*, volume 363 of LNCIS, chapter Non-linear Moving Horizon Observers: Theory and Real-Time Implementation. Springer, 2007.
- Aldeen, M., Sharma, R. Estimation of states, fault and unknown disturbances in non-linear systems, *International Journal of Control* 81 (8):1195-1201, 2008.
- Alex, J., Beteau, J.F., Copp, J.B., Hellinga, C., Jeppsson, U., Marsili-Libelli, S. , Pons, M.N., Spanjers, H., Vanhooren, H. Benchmark for evaluating control strategies in wastewater treatment plants. In *European Control Conference 1999, ECC'99*, Karlsruhe, Germany, 1999.
- Andrews, J. F. Dynamic models and control strategies for wastewater treatment process. *Water Research* 8, 261-289, 1974.
- Andrieu, V., Praly, L., Astolfi, A. High-gain observers with updated gain and homogeneous correction terms. *Automatica*, 45(2), 2009.
- Ardern, E., Lockett, W. Experiments on the oxidation of sewage without the aid of filters. *Journal of the Society of Chemical Industries*. 33, 523, 1914.
- Basseville, M. Detecting changes in signals and systems -A survey. *Automatica*, vol. 24 (3), pp. 309-326, 1988.
- Basseville, M. Model-based statistical signal processing and decision theoretical approach to monitoring. In *Proc. IFAC Symposium on Fault Detection, Supervision and Safety of Technical Processes*, pages: 1-12, Washington, USA, 2003.
- Basseville, M. Information criteria for residual generation and fault detection and isolation. *Automatica*, vol. 33 (5), pp. 783-803, 1997.
- Basseville, M., Nikiforov, I. V. *Detection of Abrupt Changes: Theory and Application*. Prentice-Hall Inc, 1993
- Bastin, G., and Dochain, D. On-line Estimation and adaptive Control of Bioreactors. *Elsevier*, Amsterdam, 1990.
- Beard, R.V. Failure accomodation in linear systems through self-reorganization, *Rapport technique, Man. Vehicle Lab*, MIT, 1971.
- Benefield, L. D., Randall, C. W. *Biological Process Design for Wastewater*. Prentice-Hall, New York, 1980.

- Berthouex, P.M., Fan, R. Evaluation of treatment plant performance: cause, frequency and duration of upsets. *Journal of Water Pollution Control*. 58, 368-375, 1986.
- Berthouex, P. M., Hunter, W. G., Pallesen, L. Dynamic behavior of an activated sludge plant. *Water Research* 12, 957-972, 1978.
- Blanke M., Kinnaert M., Lunze J., Staroswiecki M. Diagnosis and fault-tolerant control. *Springer*, 2006.
- Boizot, N., Busvelle, E., Gauthier, J. P. An Adaptive high-Gain observer for nonlinear system. *Automatica*. 2010.
- Boizot, N., Busvelle, E., Gauthier J. P. Adaptive-gain Extended Kalman Filter: Extension to the Continuous-discrete Case, *proceedings of the European Control Conference*, Hungary, 2009.
- Boizot, N., Busvelle, E., Gauthier, J.P., Sachau, J. Adaptive-Gain Extended Kalman Filter: Application to a Series-Connected DC Motor. In *Conference on Systems and Control*, Marrakech, 2007 (a).
- Boizot, N., Busvelle, E., Gauthier, J.P. Adaptive-gain Observers and Applications in Nonlinear Observers and Applications, Lecture Notes in *Control and Information Sciences*, Springer, 2007 (b).
- Bourdant, J., Corrieu, G., Coulet, P., Eds. *Capteurs et mesures en biotechnologie*. Technique et Documentatio-Lavoisier, 1994.
- Boutayeb, M., Aubry, D., Darouach, M. Robust observers design for a class of nonlinear discrete-time systems. In *Proceedings of the 4th European Control Conference*, Belgique, 1997.
- Boutayeb, M., Aubry, D. A strong tracking extended Kalman observer for nonlinear discrete-time systems. *IEEE Trans. on Automatic Control*, 44(8) :1550-1556, 1999.
- Boutin, P. *Éléments pour une histoire des procédés de traitement des eaux résiduaires*. Ministère de L'agriculture and Cemagref. Etude No. 23, 1985.
- Bradshaw, K. J., Reid, I. D. , Murray, D. W. The active recovery of 3d motion trajectories and their use in prediction. *IEEE Transactions on Pattern Analysis and Machine Intelligence*, 19(3):219-233, 1997.
- Bullinger, E., Allgower, F. An adaptive high-gain observer for nonlinear systems. In *Proceedings of the 36th Conference on Decision and Control*, 1997.
- Busby, J. B., Andrews, J.F. Dynamic modeling and control strategies for the activated sludge process. *J. Wat. Pollut. Control Fed.* 47, 1055-1080, 1975.
- Busse, F., How, J. *Demonstration of adaptive extended kalman filter for low earth orbit formation estimation using cdgps*. In *Institute of Navigation GPS Meeting*, 2002.
- Busvelle, E., Gauthier, J. P. High-gain and Non High-gain Observer for Nonlinear Systems. *World Scientific*, 2002.
- Busvelle, E., et Gauthier, J. P. Observation and identification tools for nonlinear systems application to a fluid catalytic cracker. *International Journal of Control*, 78(3), 2005.
- Busvelle, E., Gauthier, J. P. On determining unknown functions in differential systems, with an application to biological reactor. *ESAIM: Control, Optimisation and Calculus of Variations* 9, 509-553, 2003.
- Busvelle, E., Gauthier, J.-P.,. New results on identifiability of nonlinear systems. *2<sup>nd</sup> Symposium on Systems, Structure and Control*, Mexico, 2004.
- Chachuat, B. *Méthodologie d'optimisation dynamique et de commande optimale des petites stations d'épuration à boues activées*. PhD thesis, Institut National Polytechnique de Lorraine, France, 2001.

- Chachuat B, Roche N, Latifi, M. A. Reduction of the ASM1 model for optimal control of small-size activated sludge treatment plants. *Revue des sciences de l'eau/Journal of Water Science*, 16(1):05-26, 2003.
- Chantler M.J., Coghill G.M., Shen Q., Leitch R. R. Selecting tools and techniques for model based diagnosis. *Artificial Intelligence in Engineering*, 12, pages: 81-98, 1998.
- Chen, J., Patton, R. J, and Zhang, H. Y. "Design of unknown input observers and robust fault detection filters". *International Journal of Control*, 63(1): 85-105, 1996.
- Chen, J., Patton, R. J. *Robust model-based fault diagnosis for dynamic systems*. Kluwer Academic Publishers, 1999.
- Chen, J., Beck, M. B. Modeling, control and on-line estimation of activated sludge bulking. *Wat. Sci. Tech.* 28, 11-12, 249-256, 1993.
- Chen, J. *Modeling and control of the activated sludge process: towards a systematic framework*, PhD thesis, London University, 1993.
- Chen, D. W., Saif, M. "Observer-based strategies for actuator fault detection, isolation and estimation for certain class of nonlinear systems," *IET Control Theory and Applications*, vol. 1, no. 6, pages: 1672-1680, 2007.
- Chiang, L. H., Russell, E. L., Braatz, R. D. Fault detection and diagnosis in industrial systems. *Springer*, 2001.
- Chow, E.Y., Willsky, A.S. Analytical redundancy and the design of robust failure detection system. *In IEEE Trans. Automatic Control*, vol. 29(7), pages: 603-614, 1984.
- Clark, R. N., Fosth, D. C., and Walton, V. M. Detection instrument malfunctions in control systems. *IEEE Trans. Aerospace Electron. Syst.*, 11:465-473, 1975.
- Constantinescu, R.F, Lawrence, P.D., Hill, P.G., Brown, T.S. Model-based fault diagnosis of a two-stroke diesel engine, *IEEE International Conference on Systems, Man and Cybernetics*, 1995.
- Daly, K.C., Gai, E., Harrison, J.V. Generalized likelihood test for FDI in redundancy sensor configurations, *Journal of Guidance and Control* 2(1), 1979.
- Dash, S., Venkatasubramanian, V. Challenges in the industrial applications of fault diagnostic systems. *Proceedings of the conference on Process Systems Engineering Comput. & Chem*, 2000.
- Degremont, M. *technique de l'eau*. 10<sup>e</sup> ed. Paris, Lavoisier, 2005.
- De Persis, C., Isidori, A. A geometric approach to nonlinear fault detection and isolation. *IEEE Trans. on Aut. Control*, 46(6), 853, 1999.
- De Persis, C., Isidori, A. On the observability codistributions of a nonlinear system. *Systems & Control letters* 40, 297-304, 2000.
- De Persis, C., Isidori, A. A geometric approach to nonlinear fault detection and isolation. *IEEE Transactions on Automatic Control* 46:6, 853-865, 2001.
- Deza, F., Busvelle, E., Gauthier, J. P. Exponentially converging observers for distillation columns and internal stability of the dynamic output feedback. *Chemical Engineering Science*, 47(15/16), 1992 (a).
- Deza, F., Busvelle, E., Gauthier, J.P., Rakotopara, D. High-gain estimation for nonlinear systems. *Systems and control letters*, 18: 295-299, 1992 (b).
- Dinca, L. Aldemir, T., and Rizzoni, G. A model-based probabilistic approach for fault detection and iden-

- tification with application to the diagnosis of automotive engines, vol. 44(11), *IEEE Transactions on Automatic Control*, 1999.
- Ding, X., Frank, P. M. An adaptive observer-based fault detection scheme for nonlinear dynamic systems. In *Proceedings of the IFAC world congress'93*, vol. 8, pages: 307–311, 1993.
- Ding, X. *Model-based fault diagnosis techniques-design schemes, algorithms and tools*. Springer, 2008.
- Ding, X., Frank P.M. Frequency domain approach and threshold selector for robust model-based fault detection and isolation. In *Proceedings of IFAC Symposium SAFEPROCESS'91*, Germany, vol. 1, pages: 307-312, 1991.
- Dold, P.L., Ekama, G.A., and Marais, G.V.R. A general model for the activated sludge process. *Progress in Water Technology*, 12:47-77, 1980.
- Dubrovin, B. A., Fomenko, A. T., Novikov, S. P. *Modern Geometry-Methods and Applications Part I: The Geometry of Surfaces*. Transformation Groups and Fields Graduate Texts in Math. 93 Springer Verlag Berlin 1984.
- Ducard, G. J. J. *Fault-tolerant flight control and guidance systems: practical methods for small unmanned aerial*. *Advances in Industrial Control*. Springer, 2009.
- Edeline, F. *L'épuration biologique des Eaux: Théorie et Technologie des Réacteurs*. Cebedoc Editeur, Liège, 1993.
- Edelmayer, A., Bokor, J., Keviczky, L.  $H_\infty$  detection filter design for linear systems: Comparison of two approaches. In *Proceeding of the 13th IFAC World Congress, USA*, 1996.
- Edwards, C., Spurgeon, S. K., Patton, R. J. Sliding mode observers for fault detection and isolation. *Automatica*, 36:541-553, 2000.
- Ekma, G. A., Dold, P. L., Marais, G. V. R. Procedures for determining influent CDO fractions and the maximum specific growth rate of heterotrophs in activated sludge systems. *Wat. Sci. Tech* 16, 91-114, 1986.
- Emami-Naeini, A.E., Akhter, M.M., Rock, M.M., Effect of model uncertainty on failure detection: the threshold selector. *IEEE Trans. on Automatic Control* 33(12), 1105-1115, 1988.
- Esfandiari, F., Khalil, H. K. Output feedback stabilization of fully linearizable systems. *International Journal of Control*, 56:1007-1037, 1992.
- Evans, F.A., Wilcox, J.C. Experimental strapdown redundant sensor inertial navigation system, *Journal of Spacecraft* 7(9), 1970.
- Feng.Y., Long.T., Guo.J., Zhao.H., Zhang.X., Robust Fuzzy PID Control for ASP Wastewater Treatment System. *The Fourth International Conference on Control and Automation (ICCA'03)*, Canada, pages: 436-440, 2003.
- Fournier, F., Latifi, M. A. Valentin, G. Methodology of dynamic optimization and optimal control of batch electrochemical reactors, *Chemical Engineering Science* 54: 2707-2714, 1999.
- Fragkoulis, D., Roux, G., Dahhou, B., Detection, isolation and identification of multiple actuator and sensor faults in nonlinear dynamic systems: Application to a waste water treatment process, *Applied Mathematical Modelling*, vol. 35, pages:522-543, 2011.
- Frank, P.M., Köppen-Seliger B. New developments using AI in fault diagnosis, Engineering. *Applic. Artif. Intell.*, vol. 10(1), pages: 3-14, 1997.



- Frank, P.M. The application of fuzzy logic to fault diagnosis and supervision. *LFA*, pages:59-87, 1998 .
- Frank, P.M. Fault diagnosis in dynamic systems using analytical and knowledge based redundancy - a survey and some new results, *Automatica* 26(3), 459-474, 1990.
- Frank, P.M., Ding, S. X. Survey of robust residual generation and evaluation methods in observer-based fault detection systems. *J. Process Control*, 7:403-424, 1997.
- Frank, P.M. Enhancement of robustness in observer-based fault detection. *Int. J. Control*, 59(4):955-981, 1994.
- Frank, P.M. Advances in observer-based fault diagnosis in dynamic systems. *Engineering Simulation*, 13:717-760, 1996 (a).
- Frank, P.M. Analytical and qualitative model-based fault diagnosis - a survey and some new results. *Eur. J. Control*, 2:6-28, 1996 (b).
- Frank, P.M., Wünnenberg, J. *Fault diagnosis in dynamic systems, chapter Robust fault diagnosis using unknown input schemes*, pages 47-98. Prentice Hall, 1989.
- Frank, P.M., Schreier, G., Garca, E. A. *New Directions in nonlinear observer design*, volume 244/1999 of Lect. Notes Contr. Inform. Sci., chapter Nonlinear observers for fault detection and isolation, pages 399-422. Springer Berlin / Heidelberg, 1999.
- Fussel D., Isermann R. Model-based fault detection and diagnosis methods. Part A: methods, 4<sup>th</sup> *International Conference on Probabilistic Safety Assessment and Management*, PSAM 4, USA, 1998 .
- Gao, Z., Ding, S. X. Actuator fault robust estimation and fault-tolerant control for a class of nonlinear descriptor systems, *Automatica* 43:912-920, 2007.
- Garcia, E. A., Frank, P.M. Deterministic nonlinear observer-based approaches to fault diagnosis: a survey. *Control Eng. Practice*, 5(5):663-670, 1997.
- Gauthier, J-P., Hammouri, H., Othman, S. A simple observer for nonlinear systems references applications to bioreactors. *IEEE Transactions on Automatic Control*, 37(6):875-880, 1992.
- Gauthier, J-P., Kupka, I. *Deterministic Observation Theory and Applications*. Cambridge University Press, 2001.
- Gauthier, J.P., Kupka, I. Observability with more outputs than inputs. *Mathematische Zeitschrift*, 223:47-78, 1996.
- Gauthier, J.P., Hammouri, H., Kupka, I. Observers for nonlinear systems. *In IEEE CDC conference*, pages 1483-1489, 1991.
- Gauthier, J.-P., Kupka, I. Observability and observers for nonlinear systems. *SIAM Journal on Control* 32:4, 975-994, 1994.
- Gelb, A. *Applied Optimal Estimation*. The MIT Press, 1974
- Gertler, J. J. *Fault Detection and Diagnosis in Engineering Systems*. New York : Marcel Dekker, 1998.
- Gertler, J. J. Analytical redundancy methods in fault detection and isolation-survey and synthesis. *IFAC symposium on online fault detection and supervision in the chemical process industries*, 1992.
- Gentil S. Filtrage d'alarmes en temps réel. *Rapport de Recherche convention DRET*, 1997.

- Gillespie, D. T. Exact numerical simulation of the ornstein-uhlenbeck process and its integral. *Physical Review*, 54(2):2084-2091, 1996.
- Grewal, M. S., Weill, L., and Andrews, A. P. *Global Positioning Systems, Inertial Navigation and Integration*. John Wiley and Sons, 2007.
- Gujer, W., Henze, M., Mino, T., Matsuo, T., Wentzel, M.C., Marais, G.V.R. The activated Sludge Model No. 2: Biological Phosphorus Removal. *Wat. Sci. Technol.*, 31(2):1-11, 1995.
- Gujer, W., Henze M., Mino, T., Van Loosdrecht, M.C.M. Activated Sludge Model No. 3. *Water Science and Technology*, 39(1), pp. 183-193, 1999.
- Hadj-Sadok, Z. M. *Modélisation et estimation dans les bioréacteurs; prise en compte des incertitudes: application au traitement de l'eau*. PhD thesis : Sciences de l'Ingénieur, Nice-Sophia Antipolis, 1999.
- Hammouri, H., Kinnaert, M., El Yaagoubi, E.H. Observer-based approach to fault detection and isolation for nonlinear systems, *IEEE Transactions on Automatic Control* 44(10), 1879-1884, 1999 (a).
- Hammouri, H., Kinnaert, M., El Yaagoubi, E.H. *New directions in nonlinear observer design*, volume 244 of Lect. Notes Contr. Inform. Sci., chapter Application of nonlinear observers to fault detection and isolation, pages 423-443. Springer Berlin / Heidelberg, 1999(b).
- Hammouri, H., Kinnaert, M., Yaagoubi, E.H. Fault Detection and Isolation for State Affine Systems. *European Journal of Control* 4, 2-16, 1998.
- Hammouri, H., Farza, M. Nonlinear observers for locally uniformly observable systems. *ESAIM: Control, Optimization and Calculus of Variations* 9, 353-370, 2003.
- Henze M., Grady C.P.L., Gujer W., Marais G.V.R., Matsuo, T. *Activated Sludge Model No. 1*. Scientific and Technical Report No. 1, IAWPRC, London, 1987.
- Henze M., Gujer W., Mino T., Matsuo T., Wentzel M.C., Marais G.V.R. *Activated Sludge Model No. 2*. Scientific and Technical Report No. 3, IAWQ, London, 1995.
- Henze M., Gujer W., Mino T., Van Loosdrecht M.C.M. *Activated Sludge Models ASM1, ASM2, ASM2d and ASM3*. IWA Scientific and Technical Report No. 9, IWA Publishing, London, pages: 130, 2000.
- Hermann, R., Krener, A.-J. Nonlinear controllability and observability. *IEEE trans. Aut. control*, 22 :7 28-7 40, 1977.
- Hockett, K. Chaotic numerics from an integrable hamiltonian system. *In Proc. of Amer. Math. Soc.* 108, pages:271-281, 1990.
- Horan, N. J. *Biological Wastewater Treatment Systems, Theory and Operation*. John Wiley & Sons, 1990.
- Hou, M., Muller, P.C. Design of observers for linear systems with unknown inputs. *IEEE Trans. on Aut. Control*, 37, 871-875, 1992.
- Hou, M., Patton, R. Input observability and input reconstruction. *Automatica* 34:6, 789-794, 1998.
- Hua, X., Rohani, S., Jutan, A. Cascade closed-loop optimization and control of batch reactors. *Chemical Engineering Science*, 59:5695-5708, 2004.
- Isermann, R., Phalle, P. Applied terminology of fault detection, supervision and safety for technical processes. *IFAC Symposium on Fault Detection Supervision and Safety for Technical Process*, 2000.
- Isermann, R., Balle, P. Trends in the Application of Model-Based Fault Detection and Diagnosis of Technical Processes, *Control Engineering Practice*, 5(5), pages: 709-719, 1997.

- Isermann, R., Schwarz, R., and Stolzl, S. Fault-tolerant drive-by-wire systems, *IEEE Control Systems Magazine*, 22(5), pp. 64-81, 2002.
- Isermann, R. *Fault-diagnosis systems: an introduction from fault detection to fault tolerance*. Springer, 2006.
- Isermann, R. Process Fault diagnosis based on modeling and estimation methods -A survey. *Automatica*, vol. 20, pp. 387-404, 1984.
- Isermann, R. Fault diagnosis via parameter estimation and knowledge processing. *Automatica*, vol. 29, no. 4, pages: 815-835, 1994.
- Isidori, A. *Nonlinear Control Systems*. Springer Verlag, 1995.
- Jeppson, U. *Modeling aspects of wastewater treatment plants*. PhD thesis, IAE, Lund, Sweden, 1996.
- Jiang, B., Wang, J. L., Soh, Y. C. An adaptive technique for robust diagnosis of faults with independent effect on system outputs, *Internal Journal of Control* 75: 792-802, 2002.
- Jiang, T., Khorasani, K., Tafazoli, S. Parameter estimation-based fault detection, isolation and recovery for nonlinear satellite models. *IEEE Trans. Control Syst. Technol.*, 16(4):799-808, 2008.
- Jolliffe, I.T. *Principal components analysis*. Springer-Verlag Press, 1986.
- Jouan, P., Gauthier, J.P. Finite singularities of nonlinear systems. Output stabilization, observability and observers. *Journal of Dynamical and Control systems*, 2(2):255-288, 1996.
- Julien, S. *Modélisation et estimation pour le contrôle d'un procédé boues activées éliminant l'azote des eaux résiduaires urbaines*. PhD thesis, LAAS, Toulouse, 1997.
- Jwo, D. J. Chang, F. *Advanced Intelligent Computing Theories and Applications*. With Aspects of Theoretical and Methodological Issues, chapter A Fuzzy Adaptive Fading Kalman Filter for GPS Navigation, pages: 820-831. LNCIS. Springer, 2007.
- Kalman, R. E. A new approach to linear filtering. *Transactions of the ASME- Journal of Basic Engineering*, 82:35-45, 1960.
- Kalman, R. E., Bucy, B. S. New results in linear filtering and prediction theory. *Journal of Basic Engineering*, 83:95-108, 1961.
- Kappeler, J., Gujer, W. Estimation of kinetic parameters of heterotrophic biomass under aerobic conditions and characterization of wastewater for activated sludge modeling. *Wat. Sci. Tech.* 25, 125-139, 1992.
- Karakuzu, C., Turker, M., Ozturk, S. Modelling, on-line state estimation and fuzzy control of production scale fed-batch baker's yeast fermentation, *Control Engineering Practice* 14: 959-974, 2001.
- Kessler, L. H., Nicholas, M. S. Oxygen utilization by activated sludge. *Sewage Works J.* 7 pages: 810, 1935.
- Lacroix, P. G., Bloodgood, D. E. Computer simulation of activated sludge plant operation. *J. WPCF* 44, pages: 1778-1788, 1972.
- Lafont, F., Busvelle, E., Gauthier, J.P. An adaptive high-gain observer for wastewater treatment systems. *Journal of Process Control*, vol.21, Issue 6. Pages: 893-900, 2011.
- La Moyne, L., Porter, L. L., Passino, K. M. Genetic adaptive observers. *Engineering Applications of Artificial intelligence*, 8(3):261-269, 1995.

- Lens, P. N., Verstraete, W. H. *Aerobic and anaerobic treatment of municipal wastewater*. In Profiles on biotechnology, T. G. Villa and J. Abalde, Eds. Servicio de Publications, Universidade de Santiago, Spain, pages: 333-356, 1992.
- Luenberger, D.G. An introduction to observers. *IEEE Tfans.Autom. Contr* vol 16, no 6, 1971.
- Lumiley, D. J. *Settling of activated sludge. A study of limiting factors and dynamic response*. Publication 6-85, Departement of Sanitary Engineering, Chalmers University of technology, 1985.
- Lynggaard-Jensen, A., Eisum, N. H., Rasmussen, I., Svankjaer Jacobsen, H., Stenstrom, T. Description and test of a new generation of nutrient sensors. *Wat. Sci. Technol.*, 33 (1): 25-35, 1996.
- Magni, J.F., Mouyon, P. On residual generation by observer and parity space approaches, *IEEE Transactions on Automatic Control* 39(2), 441-447, 1994.
- Mamais, D., Jenkins, D., Pitt, P. A rapid physical chemical method for the dtermination of readily biodegradable soluble COD in municipal wastewater. *Wat. Res.* 27, pages: 195-197, 1993.
- Maquin D., Cocquempot V., Cassar J.P., Staroswiecki M., Ragot J.. Generation of analytical redundancy relations for FDI purposes. *IEEE Int. Symposium on Diagnostics for Electrical Machines, Power Electronics and Drives*, France, pages: 270-276, 1997.
- Marsili-Libelli, S., Vaggi, A. Estimation of respirometric activities in bioprocesses. *J. Biotechnol.*, 52: 181-192, 1997.
- Martinez, R., Rincon, J. J. fault reconstruction for nonlinear systems using sliding mode observers. *IEEE conference on Decision and Control*, New Orleans, 2007.
- Martinez-Guerra, R. et Diop, S. Diagnosis of nonlinear systems using an unknown-input observer: an algebraic and differential approach, *IEE Proc. Control Theory Appl.*, vol 151, no. 1, pages: 130-135, 2004.
- Massoumnia, M.A. A geometric approach to the synthesis of failure detection filters, *IEEE Transactions on Automatic Control* 31(9), pages: 839-846, 1986.
- Maybeck, P. S. *Stochastic Models, Estimation, and Control, volume 2*. Academic Press, 1982.
- Mazenc, O., Olivier, B. Interval observers for planar systems with complex poles. *In European Control Conference*, 2009.
- Mckinney, R. E. Mathematics of complete-mixing activated sludge. *J. Sanit. Eng. Div. ASCE* 88, pages : 87-95, 1962.
- Methnani, S., Lafont, F., Gauthier, J.P., Damak, T., Toumi, A. Adaptive-high-gain observers with an application to Wastewater Treatment plants. 11<sup>th</sup> Communications, Computing and Control Applications (CCCA), CCCA'11, Hammamet, Tunisia, IEEE, ISBN: 978-1-4244-9795-9, vol.1-2, pages: 773-779, Mars 2011(b).
- Methnani, S., Gauthier, J. P., Lafont, F. Sensor fault reconstruction and observability for unknown inputs, with an application to wastewater treatment plants. *International Journal of Control*. Volume 84, Issue 4, 2011 (a).
- Methnani, S., Lafont, F., Gauthier, J.P., Damak, T., Toumi, A. Actuator and sensor fault detection, isolation and identification in nonlinear dynamical systems, with an application to a waste water treatment plants. *JESA*, 2011(c), en soumission.
- Monod, J. *Rcherches sur la croissance des Cultures Bactériennes*. Herman, Paris, 1942.

- Moser, A. Bioprocess Technology. Kinetics and Reactors. *Springer Verlag*, 1988.
- Muthuswamy, K., Srinivasan, R. Phase-based supervisory control for fermentation process development, *Journal of Process Control* 13: 367–382, 2001.
- Mironovski, L.A. Functional diagnosis of dynamic system - a survey, *Automation Remote Control* 41, pages: 1122-1143, 1980.
- Narendra K. S., et Annaswamy, A. M. *Stable Adaptive Systems*. Prentice-Hall, New Jersey, 1989.
- Narasimhan, S., Vachhani, P., Rengaswamy, R. New nonlinear residual feedback observer for fault diagnosis in nonlinear systems, *Automatica* 44 (9): 2222–2229, 2008.
- Nascu, I., Vlad, G., Folea, S., Buzdugan, T. Optimal PID Control of the Dissolved Oxygen Concentration in the Wastewater Treatment Plant. *IEEE*, 2007.
- Oja, E., Ogawa, H., Wangviwattana, J. Principal component analysis by homogeneous neural networks, part I & part II: the weighted subspace criterion. *IEEE Transactions INF & Syst.*, vol. E75-D (3), pages: 366-381, 1992.
- Olsson, G. Instrumentation, control and automation in the water industry - State-of-the-art and new challenges, *Water Sci. Technol*, vol. 53(4-5), pages: 1-16, 2006.
- Orhon, D., Artan, N., Cimsit, Y. The concept of soluble residual product formation in the modeling of activated sludge. *Wat. Sci. Tech.* 21, 4/5, 339-350, 1989.
- Ossenbruggen, P.J., Constante, K., Colins, M. R., Bishop, P. L. Towards optimum control of the activated sludge process with reliability analysis. *civ.eng.Sys.* 4: 77-86, 1987.
- Pappas, M. G., Doss, J. E. Design of a parallel kalman filter with variable forgetting factors. *In American Control Conference*, pages: 2368-2372, 1988.
- Patan. K. *Artificial Neural Networks for the Modeling and Fault Diagnosis of Technical Processes*. Lecture Notes in Control and Information Sciences. Springer, 2008.
- Patton, R. J. Robust model-based fault diagnosis: the state of the art. *In Proceedings of the IFAC SAFEPROCESS*, Finland, pages: 1-24, 1994.
- Patton, R.J., Frank, P.M., and Clark, R.N. *Fault diagnosis in dynamic systems. Theory and application*, Prentice Hall, 1989.
- Perrier, M., Dochain, D. Evaluation of control strategies for anaerobic digestion processes. *Int. J. Adapt. Contr. Sign. Proc.* 7: 309-321, 1993.
- Pessel, N., Balmat, J.F., Lafont, F., Bannal, J. An Improved Fault Detection for the Diagnosis, *in Proceeding of the 9<sup>th</sup> WSEAS International Conference on Automatic Control, Modeling & Simulation*. Turkey. pages: 27-29, 2007.
- Pons, R., Travé-Massuyès, L. Causal Ordering for multiple mode system. *11<sup>th</sup> International Workshop on Qualitative Reasoning*, Italie, 1997.
- Potter, J.E., Suman, M.C. Thresholdless redundancy managements with arrays of skewed instruments. *Integrity in electronic flight control systems*. Pages: 1-25, 1977.
- Rank, M., Niemann, H. Norm based design of fault detectors. *International Journal of Control*, Vol. 72(9). Pages: 773-783, 1999.

- Ranta, J., Kaitala, V., Halme, A. Modeling and Simulation of bacterial population age distribution in activated sludge plant. *Proc. of the IFAC Workshop on Systems analysis, applications to complex programs*, pages: 93-101, Poland, 1977.
- Rapaport, A., Dochain, D. Interval observers for biochemical processes with uncertain kinetics and inputs. *Mathematical Biosciences*, 193(2):235–253, 2005.
- Sauter D., Hamelin F., Ghetie M.A., Fonte C. Adaptive residual evaluation of model uncertainties: some methods and results. *Engineering Simulation*, vol. 13, pp.773-788, 1996.
- Ryckaert, V. *Model Based Optimization and control of bioprocesses- From Theory to practice*. PhD thesis, Katholieke Universiteit Leuven, Belgium, 1998.
- Satin, M., Belmi, B. *Guide technique de l'assainissement*. 2<sup>e</sup> ed., Paris, Le Moniteur, 1999.
- Schmidt, S. F. *Applications of state space methods to navigation problems*. C. T. Leondes, editor, Advanced Control Systems, vol. 3, pp. 293-340, Academic Press, 1966.
- Schreier, G., Ragot, J., Patton, R. J., Frank. P. M. Observer design for a class of nonlinear systems. In *Proc. IFAC Symposium on Fault Detection, Supervision and Safety of Technical Processes*, pages: 498-503, England, 1997.
- Seliger, R., Frank, P. M. Fault diagnosis by disturbance decoupled nonlinear observers. In *Proc. IEEE Conf. Decision Contr.*, pages 2248-2253, England, 1991.
- Seliger, R., Frank, P. M., 2000. *Robust observer-based fault diagnosis in non-linear uncertain systems*. In R. J. Patton, P. M. Frank, and R. N. Clark, editors, Issues of fault diagnosis for dynamic systems, pages: 145-187. Springer.
- Sharma, R., Aldeen, M. Design of Integral Sliding Mode Observers with Application to Fault and Unknown Input Reconstruction. *IEEE Conference on Decision and Control*. Shaghai, 2009.
- Shields, D., Ashton. S. New directions in Nonlinear Observer Design. Chap. A fault detection observer for a class of nonlinear systems, pages: 353-373. H. Nijmeijer and T.I. Fossen, editors ed. Springer-Verlag, London, 1999.
- Smets, I. Y., Impe, J. V. Optimal control of biochemical reactors: generic properties of time and space dependent optimization, *Mathematics and Computers in Simulation* 60 : 475-486, 2002.
- Smith, R. Preliminary design of wastewater treatment systems. *Proc. ASCE, J. San. Engr. Div.* 95, 117-145, 1969.
- Sobhani-Tehrani, S., Khorasani, K. *Fault Diagnosis of Nonlinear Systems Using a Hybrid Approach*. Lecture Notes in Control and Information Sciences 383, Springer, 2009.
- Sontag, E.D. On the observability of polynomial systems: Finite-time problems. *SIAM Journal on Control and Optimization*, 1979.
- Sperandio, M. *Développement d'une procédure de compartimentation d'une eau résiduaire urbaine et application à la modélisation dynamique de procédés à boues activées*. PhD thesis : Génie des Procédés, INSA Toulouse, 1998.
- Sreedhar, R., Rernandez, B., Massada, G. Robust fault detection in nonlinear systems using sliding mode observers, in *Proc. IEEE Conference on Control Applications*, pages: 721-751, 1993.
- Srinivasan, B., Bovin, D. Dynamic optimization of batch processes I: Characterization of the nominal solution, *Computers and Chemical Engineering*, vol. 27, 2003.

- Staroswiecki, M., Cocquempot, V., Cassar, J.P. Observer based and parity space approaches for failure detection and identification, *Proc. of IMACSIFAC International Symposium*, 536-541, 1991.
- Steffens, M.A., Lant, P.A., Newell, R.B. A systematic approach for reducing complex biological wastewater treatment models. *Wat. Res.*, 31(3): 590-606, 1997.
- Steffens, M.A., Lants, P. A. Multivariable control of nutrient-removing activated sludge systems. *Wat. Res.*, 33 (12): 2864-2878, 1999.
- Stubberud, S., Lobbia, R., Owen, M. An adaptive extended kalman filter using artificial neural networks. *The international journal on smart systems design*, 1:207– 221, 1998.
- Tan, C. P., Edwards, C. Sliding mode observers for reconstruction of simultaneously actuator and sensor faults, in *Proceedings of the Conference on Decision and Control*, Hawaii USA, pages: 1455-1460, 2003.
- Tan, C.P., Edwards, C. An LMI approach for designing sliding model observers, in *Proceedings of the 39<sup>th</sup> IEEE Conference on Decision and Control*, Australia, 2000.
- Tan, C. P., Edwards, C. Sliding mode observers for detection and reconstruction of sensor faults. *Automatica*, 38:1815-1821, 2002.
- Tan, C.P., Maki Habib, K. Robust sensor fault reconstruction applied in real-time to an inverted pendulum, *Mechatronics* 17: 368-380, 2007.
- Thau, F. E. Observing the state of non-linear dynamic systems. *Int. J. Control*, 17 (3):471-479, 1973.
- Tornambé, A. High-gain observers for nonlinear systems. *International Journal of Systems Science*, 13(4):1475-1489, 1992.
- Travé-Massuyès, L., Dague, P., Guerrin, F. (1997). *Le Raisonnement qualitatif pour les sciences de l'ingénieur*. Editions Hermes, Paris.
- Trelea, I. C., Titica, M., Landaud, S., Latrille, E., Corrieu, G. et Cheruy, A. Predictive modeling of brewing fermentation: from knowledge-based to black-box models, *Mathematics and Computers in Simulation* 56: 405-424, 2001.
- Tzoneva, T. Optimal PID Control of the Dissolved Oxygen Concentration in the Wastewater Treatment Plant. *IEEE*, 2007.
- Uhlenbeck, G.E., Ornstein, L.S. On the Theory of Brownian Motion, *Physical Review*, 36:823-41, 1930.
- Ullrich, A. H., Smith, M. W. The biosorption process of sewage and waste treatment. *Sewage and industrial Wastes* 23, 1951.
- Vanrolleghem, P. *On-line Modeling of Activated Sludge Processes: Development of an Adaptive Sensor*. PhD thesis, University of Gent, Belgium, 1994.
- Venkatasubramanian, V., Rengaswamy, R., Yin, K., Kavuri, S. N. A review of process fault detection and diagnosis. *Computers & Chemical Engineering*, vol. 27, pp. 293-346, 2003.
- Vijayaraghavan, K., Rajmmani, R., Bokor, J. Quantitative fault estimation for a class of non-linear systems, *International Journal of Control* 80 : 64-74, 2007.
- Villemeur A., *Sûreté de fonctionnement des systèmes industriels*. Fiabilité Facteurs humains Informatisation. Eyrolles, 1988.
- Viswanadham, N, Taylor. J. H, Luce. E. C. A frequency-domain approach to failure detection and isolation with application to GE-21 turbine engine control systems. *Control- theory and Advanced Technology*,

vol. 3, no. 1, pages: 45-75, 1987.

Viswanadham, N., Srichandert, R. Fault Detection Using Unknown Input Observers. *Control-Theory and Advanced Technology* 3: 91-10, 1987.

Wacheux, H., Da Silva, S., Lasavre, J. Inventory and assessment of automatic nitrate analysers for urban sewage waorks. *Wat. Sci. Technol.*, 28 (11-12): 489-498, 1993.

Wacheux, H., Million, J.-L., Guillo, C., Alves, E. NH<sub>4</sub> automatic analysers for wastewater treatment plant: evaluation test laboratory and field level. *Wat. Sci. Technol.*, 33 (1): 193-201, 1996.

Walker, B.K., Gai, E. Fault detection threshold determination techniques using Markov theory. *Int. J Guidance, Control and Dynamics*, vol. 2, pages: 313-319, 1979.

Weijers, S.R. *Modelling, Identification and Control of Activated Sludge Plants for Nitrogen Removal*. PhD thesis, Technishe Universiteit Eindhoven, The Nertherlands, 2000.

Willsky, A.S. A survey of design methods for failure detection in dynamic systems. *Automatica*, vol. 12, pages: 601-61, 1976.

Witczak, M. *Modeling and Estimation Strategies for Fault Diagnosis of Non-Linear Systems: From Analytical to Soft Computing Approaches*. Lecture Notes in Control and Information Sciences. Springer, 2007.

Wonham, W. M. *Linear Multivariable Control: A Geometric Approach*. Springer Verlag, 1985.

Wünnenberg, J., Frank, P. M. Sensor fault detection via robust observers. *System Fault Diagnostics, Reliability, and Related Knowledge-based Approaches: Fault diagnostics and reliability*, pages: 147, 1987.

Wünnenberg, J. *Observer Based Fault Detection in Dynamic Systems*. PhD thesis, VDI-Fortschrittsber., VDIVerlag, Reihe 8, Nr. 222. Dsseldorf, 1990.

Xu, A., Zhang, Q. Residual generation for fault diagnosis in linear time-varying systems, *IEEE Transactions on Automatic Control* 49, 5: 767-772, 2004.

Xu, A. *Observateurs adaptatifs non-linéaires et diagnostic de pannes*. PhD thesis, Université de Rennes 1, Rennes, France, 2002.

Yan, X. G., Edwards, C. Robust sliding mode observer-based actuator fault detection and isolation for a class of nonlinear systems. *Int. J. Syst. Sci.*, 39(4):349-359, 2008.

Yan, X. G., Edwards, C. Nonlinear robust fault reconstruction and estimation using a sliding mode observer. *Automatica*, 43:1605-1614, 2007.

Ye, H., Ding, S. X., Wang, G. Integrated design of fault detection systems in time-frequency domain. *IEEE Trans. Autom. Control*, 47(2):384-390, 2002.

Yoo, C., Villez, I., Lee, B., Rosen, C., Vanrolleghem, P. Multi-model statistical process monitoring and diagnosis of a sequencing batch reactor. *Biotechnol. Bioeng.*, vol. 96(4), pages: 687-701, 2007.

Yu, K. C., Watson, N. R., and Arrillaga, J. An adaptive kalman filter for dynamic harmonic state estimation and harmonic injection tracking. *Transactions on Power Delivery*, 20(2), 2005.

Zadeh, L. Fuzzy sets. *Information Control*, vol. 8, pages: 338-353, 1965.

Zeitz, M. The extended luenberger observer for nonlinear systems. *Syst. Control Lett.*, 9(2):149-156, 1987.

Zhang, X., Polycarpou, M. M., Parisini, T. A robust detection and isolation scheme for abrupt and incipient faults in nonlinear systems. *IEEE Transactions on Automatic Control*, 47 (4): 576-593, 2002.



- Zhao, H., Kümmel, M. State and parameter estimation for phosphorus removal in an alternating activated sludge process. *J. Proc. Control*, 5 (5): 341-351, 1995.
- Zhong, M., Ding, S., Lam, J., Wang, H. An LMI approach to design robust fault detection filter for uncertain lti systems. *Automatica*. Vol 39(2). Pages : 543-550, 2003.
- Zwingelstein, G. *Diagnostic des défaillances - Théorie et pratique pour les systèmes industriels*. Traité des Nouvelles Technologies, série Diagnostic et Maintenance, Hermès, Paris, 1995.



---

# Diagnostic, reconstruction et identification des défauts capteurs et actionneurs : application aux station d'épurations des eaux usées

---

Salowa METHNANI

---

## Résumé :

Ce travail de thèse propose une méthode générale de reconstruction de défauts. Cette méthode donne un aperçu sur le problème d'observabilité des entrées inconnues. Par la suite, une méthodologie de détection et d'isolation de défauts capteurs et actionneurs est proposée. Le schéma de FDI est basé sur une banque d'observateurs. L'implémentation de cette méthode pour un modèle ASM1 réduit conduit à une table de signature fortement localisante.

La deuxième partie porte sur la problématique de « l'observation des systèmes non linéaires ». Le filtre de Kalman étendu (FKE) est l'un des observateurs les plus largement utilisé à cette fin. Cependant, la convergence de cet observateur n'est pas prouvée. Lorsque le FKE est appliqué à un système mis sous une forme canonique d'observabilité, il acquiert, des propriétés de convergence exponentielle globales. Cependant, ce dernier entraîne une amplification de bruit. Afin de combiner l'efficacité d'un FKE en termes de lissage de bruit, et la réactivité d'un OKE grand gain face aux larges variations, [Boizot et al., 2010] ont proposé un observateur adaptatif. Ainsi, cet observateur est appliqué au système non-linéaire MIMO d'une station d'épuration biologique. Une étude comparative entre ces trois observateurs est menée afin de mettre en évidence la pertinence de l'observateur adaptatif.

**Mots clés:** FDII, observateurs grand gain, reconstruction des défauts, observateurs à entrées inconnues, banc d'observateurs, FKE, OKE grand gain, filtre de Kalman étendu grand gain adaptatif, station d'épuration des eaux usées.